Edition Open Sources
Sources 8

Stefan Paul Trzeciok:

6. Kapitel des 2. Teils

DOI: 10.34663/9783945561102-18

In: Stefan Paul Trzeciok: *Alvarus Thomas und sein Liber de triplici motu : Band II: Bearbeiteter Text und Faksimile*
Online version at https://edition-open-sources.org/sources/8/

ISBN 978-3-945561-10-2, DOI 10.34663/9783945561102-00
First published 2016 by Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, Edition Open

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de

falsa et probatio nulla. et secundumm basanumē quadrupla ad quadruplam: igitur dicta basani ⁊ calculatoris non coherent. ¶ Hoc idem ex multis aliis locis calculatoris euidenter deprehēdere potes. sed hii loci sufficiant. Et sic relinquo positionem eius confutatam et explosam: que tamē proterue defensari potest: sed nō consequenter ad
correl'm. mathemathica pricipia vt dictū est. ¶ Ex his igit̄ abunde apparet ꝙ proportio proportionū nō est sicut proportio denominationum.

¶ Capitulū sextū in quo agitur de proportionū proportione: cōmensurabilitate earūdem ⁊ incōmensurabilitate.

PRo specialiori noticia proportionis ꝓportionū habenda sit.

Prima suppositio. Cōmensurabilia siue in ꝓportione rationali se habentia sunt illa quorū idem est pars aliquota vt. 4. et. 2. pedale et bipedale. Unitas eñ est pars aliquota ⁊ duorū ⁊ quatuor: ⁊ medietas pedalis est pars aliquota ⁊
eu.io.ele. pedalis ⁊ bipedalis. Hec est diffinitio cōmensurabiliū in principio decimi elementor̄ euclidis.

Secunda suppositio. Ille proportiones dicūtur cōmensurabiles quarum eadem proportio est pars aliquota. Patet ex priori.

Tertia suppositio. Quando aliqua ꝓportio cōponitur ex aliquot ꝓportionibus adequate semꝑ altera illarū est ꝓportio que est alicuius termini intermedii ad minimū extremū: vt ꝓportio quatuor ad duo componitur ex proportione. 4. ad. 3. et trium ad duo que est alicuius termini' intermedii ad minimum extremum. Patet hec satis ex his que dicta sunt in quarto capite huius partis.

Quarta suppositio Quilibet numerus est multiplex ad vnitatem Patet ex hisque dicta sunt in quarto capite: Et rursus quia omis numerus aut componitur ex duabus vnitatibus: et sic est duplus ad vnitatem. vel ex tribus et sic est triplus / vel ex quatuor et sic est quadruplus: et sic in infinitum. ¶ Ex hac sequitur.

Quinta suppositio Cuiuslibet proportionis multiplicis vnitas est minimum extremum.

Sexta suppositio. Nullus numerus est suprapartiēs / aut superparticularis: aut multiplex suprapartiens / aut multiplex superparticularis ad vnitatem. Probatur quoniā quilibet numerus adequate est multiplex ad vnitatem vt patet ex quarta: igitur null' est suprapartiēs aut superparticularis: aut multiplex ⁊c. ad vnitatem

His suppositis sit Prima conclusio Nulla proportio multiplex est pars aliquota alicuius proportionis non multiplicis. Probatur quoniaʒ multiplex nullius proportionis superparticularis aut suprapartientis est pars: cum quali bet tali sit maior: nec etiam alicuius non multiplicis alterius: quia si sic detur illa proportio ⁊ sit a. et multiplex pars aliquota eius sit b. inter d. et e. terminos primos et arguitur sic b. proportio multiplex est pars aliquota ipsius a. igitur a. est proportio multiplex quod est oppositum dati. Probatur consequentia quia si b. est pars aliquota ipsius a. sequitur ꝙ ipsa b. proportio multiplex aliquoties sumpta reddit et componit ipsam a. proportionem: cōponat igitur c. vicibus sumpta adequate: et tūc capio proportionem b. inter primos numeros eius siue terminos d. videlicet maiorem et e. minorem: et manifestum est ꝙ e. est vnitas vt patet ex quinta suppositione: capio igitur tūc vnū alium numerum que se habeat in proportione b. ad ipsum d. qui sit f. et iterum vnum alterum qui se habeat in proportione b. ad f: et sic c. vicibus: et sit vltimus numerus sic sumptus g. et manifestum est ꝙ g. ad e. erit proportio composita ex b. ꝓportione c. vicibus adequate: ⁊ illa proportio g. ad e. est multiplex quia est inter g. numerum et e. vnitatem. Consequentia patet ex quarta suppositione et sexta: et illa est a. proportio per te ergo a. ē mul multiplex quod fuit probandum. Et sic patet conclusio. ¶ Ex qua sequitur ꝙ nulla proportio non multiplex est dupla / quadrupla / aut aliqua alia de genere multiplici / ad aliquam multiplicem. Probatur facile ex conclusione: quia si sic: iā multiplex esset pars aliquota illius nō multiplicis vt constat quod est contra conclusionem.

Secunda conclusio Nulla proportio multiplex est cōmensurabilis alicui proportioni superparticulari aut suprapartienti. Probatur quoniam cuiuslibet proportionis multiplicis vnitas est minimum extremum: igitur nulla ꝓportio multiplex est cōmensurabilis alicui proportioni superparticulari aut suprapartienti. Antecedens patet ex quinta suppositione: et consequentia probatur quia detur oppositum consequētis: et sit illa proportio superparticularis aut superpartiens b. et multiplex et commensurabilis a. et sequitur ꝙ aliqua proportio est pars aliquota ipsius b. et ipsius a. vt patet ex secunda suppositione: sit igitur illa proportio que est pars aliquota c. et arguit̄ sic c. ē pars aliq̄ta ipsius a. iḡ a. ex aliquot c. proportionibus adequate componitur. Patet hec consequentia ex definitione partis aliquote: et vltra ex aliquot proportionibus c. adequate componitur: ergo altera illarum c. proportionum est alicuius termini ītermedii ad minimū extremum ipsius proportionis a. Patet hec consequentia ex tertia suppositione, ⁊ c. non est ꝓportio multiplex vt constat: cum sit pars aliquota ꝓportionis qualibet multiplice minoris. ergo seq̄tur ꝙ minimum extremum talis ꝓportionis c. nō est vnitas: et illud minimum extremum proportionis. c. est minimum extremum proportionis a. igitur illud minimum extremum proportionis a. nō est vnitas: et a. est multiplex per te: ergo non cuiuslibet multiplicis vnitas est minimum extremum quod est oppositum antecedentis consequentie ꝓbande et quinte suppositionis.

Tertia conclusio. Nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui multiplici superparticulari aut multiplici suprapartienti. Probatur: quia si aliqua proportio multiplex sit commensurabilis alicui proportioni multiplici superparticulari: aut suprapartienti: aliqua ꝓportio esset pars aliquota vtriusq̧ puta multiplicis / et multiplicis superparticularis / vel multiplicis suprapartientis que sit c. et arguo sic c. non est proportio multiplex vt patet ex prima conclusione huius: nec est superparticularis: aut suprapartiens vt patet ex secunda: igitur erit multiplex superparticularis / aut multiplex suprapartiens: sʒ hoc est falsum igitur c. non est pars aliquota pro falsa et probatio nulla, et secundu[]m Bassanum est quadrupla ad quadruplam, igitur dicta Bassani et calculatoris non cohaerent. ¶ Hoc idem ex multis aliis locis calculatoris evidenter deprehendere potes. Sed hi loci sufficiant. Et sic relinquo positionem eius confutatam et explosam, quae tamen proterve defensari potest, sed non consequenter ad mathemathica principia, ut dictum est. ¶ Ex his igitur abunde apparet, quod proportio proportionum non est sicut proportio denominationum.

6. Kapitel des 2. Teils

Capitulum sextum, in quo agitur de proportionum proportione, commensurabilitate earundem et incommensurabilitate

Pro specialiori notitia proportionis proportionum habenda sit.

Prima suppositio: commensurabilia sive in proportione rationali se habentia sunt illa, quorum idem est pars aliquota ut 4 et 2, pedale et bipedale. Unitas enim est pars aliquota et duorum et quatuor, et medietas pedalis est pars aliquota et pedalis et bipedalis. Haec est definitio commensurabilium in principio decimi elementorum Euclidis.

Secunda suppositio: illae proportiones dicuntur commensurabiles, quarum eadem proportio est pars aliquota. Patet ex priori.

Tertia suppositio: quando aliqua proportio componitur ex aliquot proportionibus adaequate, semper altera illarum est proportio, quae est alicuius termini intermedii ad minimum extremum, ut proportio quatuor ad duo componitur ex proportione 4 ad 3 et trium ad duo, quae est alicuius termini intermedii ad minimum extremum. Patet haec satis ex his, quae dicta sunt in quarto capite huius partis.

Quarta suppositio: quilibet numerus est multiplex ad unitatem. Patet ex his, quae dicta sunt in quarto capite. Et rursus, quia omnis numerus aut componitur ex duabus unitatibus, et sic est duplus ad unitatem, vel ex tribus, et sic est triplus, vel ex quatuor, et sic est quadruplus, et sic in infinitum. ¶ Ex hac sequitur:

Quinta suppositio: cuiuslibet proportionis multiplicis unitas est minimum extremum.

Sexta suppositio: nullus numerus est suprapartiens aut superparticularis aut multiplex suprapartiens aut multiplex superparticularis ad unitatem. Probatur, quoniam quilibet numerus adaequate est multiplex ad unitatem, ut patet ex quarta, igitur nullus est suprapartiens aut superparticularis aut multiplex et cetera ad unitatem.

His suppositis sit prima conclusio: nulla proportio multiplex est pars aliquota alicuius proportionis non multiplicis. Probatur, quoniam multiplex nullius proportionis superparticularis aut suprapartientis est pars, cum qualibet tali sit maior, nec etiam alicuius non multiplicis alterius, quia si sic, detur illa proportio et sit A, et multiplex pars aliquota eius sit B inter D et E terminos primos, et arguitur sic: B proportio multiplex est pars aliquota ipsius A, igitur A est proportio multiplex, quod est oppositum dati. Probatur consequentia, quia si B est pars aliquota ipsius A, sequitur, quod ipsa B proportio multiplex aliquoties | sumpta reddit et componit ipsam A proportionem, componat igitur C vicibus sumpta adaequate, et tunc capio proportionem B inter primos numeros eius sive terminos D, videlicet maiorem, et E minorem, et manifestum est, quod E est unitas, ut patet ex quinta suppositione, capio igitur tunc unum alium numerum, quae se habeat in proportione B ad ipsum D, qui sit F, et iterum unum alterum, qui se habeat in proportione B ad F, et sic C vicibus, et sit ultimus numerus sic sumptus G, et manifestum est, quod G ad E erit proportio composita ex B proprotione C vicibus adaequate, et illa proportio G ad E est multiplex, quia est inter G numerum et E unitatem. Consequentia patet ex quarta suppositione et sexta, et illa est A proportio per te, ergo A est [...] multiplex. Quod fuit probandum. Et sic patet conclusio. ¶ Ex qua sequitur, quod nulla proportio non multiplex est dupla, quadrupla aut aliqua alia de genere multiplici ad aliquam multiplicem.

Probatur facile ex conclusione, quia si sic, iam multiplex esset pars aliquota illius non multiplicis, ut constat, quod est contra conclusionem.

Secunda conclusio: nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui proportioni superparticulari aut suprapartienti. Probatur, quoniam cuiuslibet proportionis multiplicis unitas est minimum extremum, igitur nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui proportioni superparticulari aut suprapartienti. Antecedens patet ex quinta suppositione, et consequentia probatur, quia detur oppositum consequentis, et sit illa proportio superparticularis aut superpartiens B et multiplex et commensurabilis A, et sequitur, quod aliqua proportio est pars aliquota ipsius B et ipsius A, ut patet ex secunda suppositione, sit igitur illa proportio, quae est pars aliquota C, et arguitur sic: C est pars aliquota ipsius A, igitur A ex aliquot C proportionibus adaequate componitur.

Patet haec consequentia ex definitione partis aliquotae, et ultra ex aliquot proportionibus C adaequate componitur, ergo altera illarum C proportionum est alicuius termini intermedii ad minimum extremum ipsius proportionis A. Patet haec consequentia ex tertia suppositione. Et C non est proportio multiplex, ut constat, cum sit pars aliquota proportionis qualibet multiplice minoris, ergo sequitur, quod minimum extremum talis proportionis C non est unitas, et illud minimum extremum proportionis C est minimum extremum proportionis A, igitur illud minimum extremum proportionis A non est unitas, et A est multiplex per te, ergo non cuiuslibet multiplicis unitas est minimum extremum, quod est oppositum antecedentis consequentiae probandae et quintae suppositionis.

Tertia conclusio: nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui multiplici superparticulari aut multiplici suprapartienti.

Probatur, quia si aliqua proportio multiplex sit commensurabilis alicui proportioni multiplici superparticulari aut suprapartienti, aliqua proportio esset pars aliquota utriusque, puta multiplicis et multiplicis superparticularis vel multiplicis suprapartientis, quae sit C, et arguo sic: C non est proportio multiplex, ut patet ex prima conclusione huius, nec est superparticularis aut suprapartiens, ut patet ex secunda, igitur erit multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens, sed hoc est falsum, igitur C non est pars aliquota proportionis

portionis multiplicis vel multiplicis superparticularis, vel multiplicis suprapartientis. Falsitas consequentis probatur: quoniam si c. est pars aliquota multiplicis proportionis: capio talem proportionem multiplicem inter primos terminos eius: et arguo sic: c. proportio multiplex superparticularis, aut multiplex suprapartiens, est pars aliquota alicuius proportionis multiplicis: igitur ex aliquot c. illa proportio multiplex componitur. igitur ex consequenti sequitur quod alicuius termini intermedii ad minimum extremum ipsius proportionis multiplicis quod minimum extremum est vnitas est proportio c. vt patet ex tertia suppositione: et illa proportio c. est multiplex supparticularis, aut multiplex supperpartiens: igitur alicuius numeri ad vnitatem est proportio multiplex suprapartiens aut multiplex superparticularis quod est oppositum sexte suppositionis: et per consequens falsum: et ex consequenti illud ex quo sequitur videlicet quod c. est proportio multiplex superparticularis, aut multiplex suprapartiens. Et sic patet conclusio.

Quarta conclusio. Nulla proportio

multiplex est commensurabilis alicui proportioni rationali non multiplici. Probatur: quia nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui superparticulari, aut suprapartienti vt patet ex secunda, nec alicui multiplici supparticulari, aut multiplici suprapartienti vt patet ex tertia, igitur nulla proportio multiplex commensurabilis est alicui proportioni rationali non multiplici. Et sic patet conclusio.

Quinta conclusio Nulla proportio

superparticularis est commensurabilis alicui proportioni superparticulari. Probatur supponendo quod inter cuiuslibet proportionis superparticularis primos numeros nullus numerus mediat vt visum est in prima parte vbi agebatur de generatione proportionum superparticularium. quo supposito arguitur sic: inter cuiuslibet proportionis superparticularis primos numeros nullus mediat numerus: igitur nulla talis ex aliquot intermediis proportionibus adequate componitur. Patet consequentia quia nulla est proportio intermedia nisi sit numerus intermedius: et vltra ex nullis proportionibus componitur. igitur nulla proportio est pars aliquota eius: et per consequens ipsa non est commensurabilis alicui proportioni superparticulari. Patet consequentia quia alias aliquid esset pars aliquota vtriusque. Et sic patet conclusio.

obiectio. ¶ Sed tu dices quod hec probatio est inefficax: quoniam concedit quod aliqua proportio ex nullis proportionibus componitur quod est contra ea que dicta sunt capite quarto huius partis. imo probatio nihil aliud probat nisi quod ex nullis proportionibus equalibus rationalibus componitur que sint partes aliquote illius: cum hoc tamen stat quod aliqua proportio irrationalis est pars aliquota duarum proportionum superparticularium: et sic erunt commensurabiles.

reiicitur obiectio. ¶ Sed hoc non obstat quia nulla proportio superparticularis componitur ex alia superparticulari et vna irrationali: sicut nec aliqua rationalis componitur ex vna rationali et altera irrationali adequate vt probant mathemathici. igitur nulla superparticularis continet alteram supparticularem semel aut aliquoties et vnam partem aliquotam eius que sit proportio irrationalis: quia tunc componeretur ex rationali et irrationali adequate: nec aliqua supparticularis continet alteram se-

mel vel aliquoties et aliquot partes eius aliquotasque sint proportiones irrationales: quia tunc iam ille proportiones irrationales componerent vnam rationalem: quia alias componeretur illa superparticularis ex rationali et irrationali: et si ille partes aliquote faciant vnam rationalem iam inter terminos illius proportionis supparticularis reperientur aliquot proportiones rationales equales vt patet intuenti: quod tamen est falsum cum non reperiantur inter primos numeros alicuius proportionis supparticularis.

Sexta conclusio Inter rationales.

tantum proportio multiplex commensuratur proportioni multiplici. Probatur quia proportio multiplex est commensurabilis proportioni multiplici vt patet de quadrupla respectu duple: et inter rationales nulla non multiplex est commensurabilis alicui proportioni multiplici vt patet ex quarta conclusione igitur propositum. Consequentia patet ex dialectica.

Septima conclusio Omnes propor-

tiones multiplices quarum denominationes sunt de numero numerorum sunt inter se commensurabiles. Hanc conclusionem ponit Nicholaus horen sub forma dicta: sed pono eam sub alia forma clariori. Omnes proportiones multiplices precedentes semper secundum denominationem prime illarum sunt commensurabiles: ita quod si prima illarum sit dupla, secunda immediate sequens sit etiam dupla: et sic consequenter tales sunt commensurabiles. Et vt paucis absoluam omnes proportiones quarum quelibet immediate sequentes sunt eiusdem denominationis cum prima sunt commensurabiles. Patet hec conclusio quoniam omnes tales ita se habent quod aliquid est pars aliquota vtriusque igitur. Et ad hoc videndum dispenatur vna series numerorum incipiendo ab vnitate semper duplando et vna alia semper triplando, et alia quadruplando, et alia quintuplando, et sic in infinitum. et tunc dico quod omnes proportiones primi ordinis sunt commensurabiles inter se. et quelibet cuilibet alteri illius ordinis: Et sic etiam dicendum est de proportionibus aliorum ordinum. Patet hoc in his figuris

nicholaus horen.

1	2	4	8	16	32	64	128.
1	3	9	27	81	243	729.	
1	4	16	64	256	1024		

Et sic etiam constitues ordines multarum superparticularium et suprapartientium etc. Quod autem iste sunt commensurabiles probatur quoniam quelibet illius ordinis est equalis prime aut componitur ex aliquot equalibus illi: igitur. ¶ Iste conclusiones dempta prima et sexta sunt Nicholai horen cum suis probationibus saltem virtutes probationum et fundamenta sunt ex ipso.

contra nicholaum horen. ¶ Sed videntur mihi ille probationes inefficaces Fundatur enim principaliter probatio secunde tertie et quarte in hac suppositione cuiuslibet proportionis multiplicis vnitas est minimum extremum. Modo illa suppositio falsa est quoniam octo ad quatuor est proportio multiplex: tamen neutrum extremorum eius est vnitas: Sed diceret Nicholaus horen et bene quod illa suppositio et si non sit vera distribuendo pro singulis generum. est tamen vera distribuendo pro generibus singulorum: et i multiplicis vel multiplicis superparticularis vel multiplicis suprapartientis. Falsitas consequentis probatur, quoniam si C est pars aliquota multiplicis proportionis, capio talem proportionem multiplicem inter primos terminos eius, et arguo sic: C proportio multiplex superparticularis aut multiplex s[u]prapartiens est pars aliquota alicuius proportionis multiplicis, igitur ex aliquot C illa proportio multiplex componitur. Igitur ex consequenti sequitur, quod alicuius termini intermedii ad minimum extremum ipsius proportionis multiplicis, quod minimum externum est unitas est proportio C, ut patet ex tertia suppositione, et illa proportio C est multiplex superparticularis aut multiplex superperpartiens, igitur alicuius numeri ad unitatem est proportio multiplex suprapartiens aut multiplex superparticularis, quod est oppositum sextae suppositionis et per consequens falsum, et ex consequenti illud, ex quo sequitur, videlicet quod C est proportio multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens. Et sic patet conclusio.

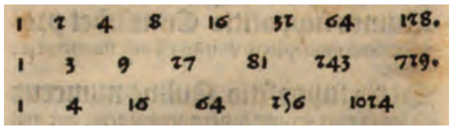
Quarta conclusio: nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui proportioni rationali, non multiplici. Probatur, quia nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui superparticulari aut suprapartienti, ut patet ex secunda, nec alicui multiplici superparticulari aut multiplici suprapartienti, ut patet ex tertia, igitur nulla proportio multiplex commensurabilis est alicui proportioni rationali, non multiplici. Et sic patet conclusio.

Quinta conclusio: nulla proportio superparticularis est commensurabilis alicui proportioni superparticulari. Probatur supponendo, quod inter cuiuslibet proportionis superparticularis primos numeros nullus numerus mediat, ut visum est in prima parte, ubi agebatur de generatione proportionum superparticularium. Quo supposito arguitur sic: inter cuiuslibet proportionis superparticularis primos numeros nullus mediat numerus, igitur nulla talis ex aliquot intermediis proportionibus adaequate componitur. Patet consequentia, quia nulla est proportio intermedia, nisi sit numerus intermedius, et ultra ex nullis proportionibus componitur. Igitur nulla proportio est pars aliquota eius, et per consequens ipsa non est commensurabilis alicui proportioni superparticulari. Patet consequentia, quia alias aliquid esset pars aliquota utriusque. Et sic patet conclusio.

¶ Sed tu dices, quod haec probatio est inefficax, quoniam concedit, quod aliqua proportio ex nullis proportionibus componitur, quod est contra ea, quae dicta sunt capite quarto huius partis. Immo probatio nihil aliud probat, nisi quod ex nullis proportionibus aequalibus rationalibus componitur, quae sint partes aliquotae illius, cum hoc tamen stat, quod aliqua proportio irrationalis est pars aliquota duarum proportionum superparticularium, et sic erunt commensurabiles. ¶ Sed hoc non obstat, quia nulla proportio superparticularis componitur ex alia superparticulari et una irrationali, sicut nec aliquae rationalis componitur ex una rationali et altera irrationali adaequate, ut probant mathemathici. Igitur nulla superparticularis continet alteram superparticularem semel aut aliquoties et unam partem aliquotam eius, quae sit proportio irrationalis, quia tunc componeretur ex rationali et irrationali adaequate, nec aliqua superparticularis continet alteram semel | vel aliquoties et aliquot partes eius aliquotas, quae sint proportiones irrationales, quia tunc iam illae proportiones irrationales componerent unam rationalem, quia alias componeretur illa superparticularis ex rationali et irrationali, et si illae partes aliquotae faciant unam rationalem iam inter terminos illius proportionis superparticularis, reperientur aliquot proportiones rationales aequales, ut patet intuenti, quod tamen est falsum, cum non reperiantur inter primos numeros alicuius proportionis superparticularis.

Sexta conclusio: inter rationales tantum proportio multiplex commensuratur proportioni multiplici. Probatur, quia proportio multiplex est commensurabilis proportioni multiplici, ut patet de quadrupla respectu duplae, et inter rationales nulla non multiplex est commensurabilis alicui proportioni multiplici, ut patet ex quarta conclusione, igitur propositum. Consequentia patet ex dialectica.

Septima conclusio: omnes proportiones multiplices, quarum denominationes sunt de numero numerorum, sunt inter se commensurabiles. Hanc conclusionem ponit Nicolaus Horen sub forma dicta, sed pono eam sub alia forma clariori. Omnes proportiones multiplices procedentes semper secundum den[o]minationem primae illarum sunt commensurabiles, ita quod si prima illarum sit dupla, secunda immediate sequens sit etiam dupla et sic consequenter, tales sunt commensurabiles. Et ut paucis absolvam, omnes proportiones, quarum quaelibet immediate sequentes sunt eiusdem denominationis cum prima, sunt commensurabiles. Patet haec conclusio, quoniam omnes tales ita se habent, quod aliquid est pars aliquota utriusque, igitur. Et ad hoc videndum disponatur una series numerorum incipiendo ab unitate, semper duplando, et una alia semper triplando, et alia quadruplando, et alia quintuplando et sic in infinitum, et tunc dico, quod omnes proportiones primi ordinis sunt commensurabiles inter se, et quaelibet cuilibet alteri illius ordin[i]s. Et sic etiam dicendum est de proportionibus aliorum ordinum. Patet hoc in his figuris.



1	2	4	8	16	32	64	128.
1	3	9	27	81	243	729.	
1	4	16	64	256	1024		

Alvarus Thomas, *Liber de triplici motu*, S. 40.

Et sic etiam constitues ordines multarum superparticularium et suprapartientium et cetera. Quod autem iste sunt commensurabiles, probatur, quoniam quaelibet illius ordinis est aequalis primae aut componitur ex aliquot aequalibus illi, igitur. ¶ Istae conclusiones dempta prima et sexta sunt Nicolai Horen, cum suis probationibus saltem virtutes probationum et fundamenta sunt ex ipso.

¶ Sed videntur mihi illae probationes inefficaces. Fundatur enim principaliter probatio secundae, tertiae et quartae in hac suppositione, cuiuslibet proportionis multiplicis unitas est minimum extremum. Modo illa suppositio falsa est, quoniam octo ad quatuor est proportio multiplex, tamen neutrum extremorum eius est unitas. Sed diceret Nicolaus Horen et bene, quod illa suppositio, et si non sit vera distribuendo pro singulis generum, est tamen vera distribuendo pro generibus singulorum, et in tali sensu capitur vt patet intuenti.

Sz contra qz in tali sensu capiendo
eã non cõcluditur propositum sed solum concludi
tur ꝙ de qualibet specie proportionis multipli=
cis aliquod indiuiduum eiusdem speciei non ẽ cõ=
mensurabile alicui superparticulari/ aut suprap
tienti 2c.et adhuc vix id potest haberi contra pro
teruum. ¶ Sed diceret nicholaus ꝙ satis ei ẽ ha=
bere ꝙ vna proportio dupla non est commensura
bilis alicui proportioni non multiplici rationali
quoniam cuz omnes duple sint equales. quicquid
non est commensurabile vni certe non est commẽ=
surabile alteri. Et certo credo ꝙ in hoc fundatur
principaliter deductio illarum conclusionũ qua=
rum fundamenta sumuntur ex euclide septimo et
octauo elementorum. Notum enĩz est ꝙ si aliquid
est icommensurabile vni equalium etiam cuilibet
erit incommensurabile: quoniam omnia equalia
ex equalibus adequate componuntur.

Sed contra diceret proteruus quia
dabiles sunt due proportiones equales et tamen
aliqua proportio est pars vnius:et nec illa nec ali
qua equalis ei est pars alterius:igitur non est in=
conueniens aliquas duas proportiones esse equa
les:et aliquid esse partem vnius et nec illud nec tã
tum esse partem alterius: et per consequens pari
ratione posset dici ꝙ quamuis omnes duple sint
equales: aliquid tamen est pars aliquota vnius
quod non est pars aliquota alterius nec tantum:
quemadmodum aliqua proportio est pars alicu=
ius proportionis duple:et tamen nec illa. nec ei eq̃
lis est pars alterius duple. Probatur assumptuz
de his duabus duplis quarum vna est. 8. ad. 4. et
altera. 2. ad. 1. Nam illa que est. 8. ad. 4. componi=
tur ex ꝓportione sexquialtera et sexquitertia que
mediant inter sua extrema:illa vero que est duoꝝ
ad vnum ex nulla sexquialtera aut sexquitertia cõ
ponitur: quoniam nullus numerus mediat inter
extrema illius. Nec valet dicere ꝙ quamuis nõ me
diat numerus mediat tamen vnitas cum fractio=
ne aliqua:et illud sufficit:quoniam vnitatis cum
dimidio ad vnitatem est proportio sexquialtera:
Quoniaz iam tunc haberem ꝙ alicuius ꝓportio=
nis sexquialtere vnitas est alterum extremum qđ
ipse negare videtur. Et etiam habito illo:iam de=
struitur totus modus procedendi et ꝓbandi illas
conclusiones et etiam quintã. Fundatur enim pro
batio illius quinte conclusionis in hoc: ꝙ ĩter nul
lius proportionis superparticularis primos nu=
meros reperitur aliqua ꝓportio rationalis que
sit pars eius. Modo illud est falsum vtendo fra=
ctione vnitatis:inter. 5. et. 6. mediant. 5. cũ dimi
dio. Item esto ꝙ inter primos numeros ꝓportio=
nis superparticularis non mediat aliquis nume
rus mediat tamen inter non primos:et diceret ꝓ=
teruus ꝙ proportio superparticularis inter non
primos numeros componitur ex aliquot rationa
libus quibus est commensurabilis: et tamen ipsa
proportio inter primos numeros constituta non
componitur ex talibus. Nec valet dicere ꝙ non est
imaginabile ꝙ aliqua duo sint equalia:et tamen
aliquid sit pars aliquota vnius et nullum tantuz
sit pars aliquota alterius. quoniam diceret ꝓter
uus illud non esse imaginabile in quantitatibus
continuis:sed bene esse imaginabile in ꝓportioni
bus quoniam impossibile est dare duas quantita
tes cõtinuas equales:et ꝙ aliquid sit pars vnius
siue aliquota siue non. et ꝙ nullum tantuz sit pars

alterius:et tamen illud datur in proportionibus
Duarum enim intelligentiarum ad vnam intelli=
gentiam est proportio dupla que non componi=
tur ex sexquialtera 2 sexquitertia nec cum fractio
ne nec sine. 2 tamen proportio dupla ei equalis. 4
ad duo componitur ex sexquialtera et sexquiter=
tia vt patet. ¶ Hic tamen tu aduerte ꝙ hee conclu Aduerte
siones cum demonstrationibus suis dependẽt ex
octaua propositione octaui elementorum euclidis
que dependet ex. 35. septimi/ et. 14. et. 18. et. 21. septi
mi et tertia octaui. Et ideo difficilis est demonstra
tio harum conclusionum:quia ex multis depẽdẽt
Dicit tamen euclides in propositione allegata ꝙ eu. 8. ele.
si inter aliquos numeros non primos alicuius ꝓ
portionis reperiuntur aliqui numeri cõtinuo pro
portionabiles:totidẽ inter primos numeros eius
dem proportionis reperiuntur. Et ideo tu ipse ef=
ficatiores demonstrationes inquire.

Octaua conclusio. Si fuerint tres
termini continuo proportionabiles geometri=
ce erit proportio extremi ad extremum dupla ad
vtrãqz intermediam. et si fuerint. 4. tripla/ si. 5. q̄=
drupla:et sic in infinitum. semper vno minus. hoc
est si fuerint decem termini non erit ꝓportio decu
pla extremi ad extremum:sed noncupla. Proba=
tur:quoniam si sunt tres termini continuo ꝓpor=
tionabiles:reperientur ibi due ꝓportiones equa
les ex quibus adequate componitur ꝓportio ex=
tremi ad extremum:et si quatuor tres. et si quinqz
quatuor et sic consequenter. Modo omne compo=
situm ex duobus equalibus adequate est duplum
ad quodlibet illorum/ et ex tribus tripluz/ 2 sic cõ
sequenter vt patet ex quinta suppositione quarti
capitis huius partis:igitur cõclusio vera: Et hec
est decima diffinitio quinti elementorum euclidis eu. 5. ele.
et quinta diffinitio secundi elementorum iordani ior. 2. ele.
¶ Et aduerte ꝙ quotienscunqz allego euclidẽ:sem Ne hoc
per vtor noua traductione. Bartholomei zam= ꝑtereas.
berti.

Nona conclusio Nulla proportio ra
tionalis habet subduplam rationalem. nisi habe
at numerũ mediũ ꝓportionabilem inter sua extre
ma:et si non habet talem numerum non habet sub
quadruplam proportionem rationalem/ nec sub
octuplam:nec subsexdecuplam: et sic in infinitum
procedendo per numeros pariter pares. Proba
tur prima pars huius conclusionis:quia si nõ de=
tur oppositum videlicet ꝙ aliqua proportio ha=
beat subduplam rationalez que non habet numẽ
rum medium ꝓportiona bilem inter sua extrema:
et sit illa a. et arguo sic a. proportio habet ꝓpor=
tionem subduplam rationalem que sit f. gratia ex
empli:igitur a. proportio componitur ex duplici
f:adequate et per consequẽs vna illaruz f. erit ma
ioris extremi ipsius a. ad aliquem numerum inter
medium: 2 altera eiusdem numeri intermedii ad
aliud extremum minus eiusdem a. ꝓportionis: et
per consequens ille numerus intermedius erit me
dio loco proportionabilis vt patet ex diffinitiõe
numeri medio loco proportionabilis quod est op
positum dati. Iam probatur secunda pars:quo=
niam si inter terminos date ꝓportionis rationa
lis non fuerit numerus qui sit medium proportio
nale:iam ibi non reperiuntur quinqz numeri cõti=
nuo proportionabiles geometrice: et si non sunt
ibi quinqz numeri cõtinuo proportionabiles geo
metrice:iam extremi ad extremum non erit ꝓpor=
tio quadrupla ad aliquam proportionem ratio=

tali sensu capitur, ut patet intuenti.

Sed contra, quia in tali sensu capiendo eam non concluditur propositum, sed solum concluditur, quod de qualibet specie proportionis multiplicis aliquod individuum eiusdem speciei non est commensurabile alicui superparticulari aut suprapartienti et cetera, et adhuc vix id potest haberi contra protervum. ¶ Sed diceret Nicolaus, quod satis ei est habere, quod una proportio dupla non est commensurabilis alicui proportioni non multiplici rationali, quoniam cum omnes duplae sint aequales, quicquid non est commensurabile uni certae, non est commensurabile alteri. Et certo credo, quod in hoc fundatur principaliter deductio illarum conclusionum, quarum fundamenta sumuntur ex Euclide septimo et octavo elementorum. Notum enim est, quod si aliquid est incommensurabile uni aequalium, etiam cuilibet erit incommensurabile, quoniam omnia aequalia ex aequalibus adaequate componuntur.

Sed contra diceret protervus, quia dabiles sunt duae proportiones aequales, et tamen aliqua proportio est pars unius, et nec illa nec aliqua aequalis ei est pars alterius, igitur non est inconveniens aliquas duas proportiones esse aequales et aliquid esse partem unius et nec illud nec tantum esse partem alterius, et per consequens pari ratione posset dici, quod, quamvis omnes duplae sint aequales, aliquid tamen est pars aliquota unius, quod non est pars aliquota alterius nec tantum, quemadmodum aliqua proportio est pars alicuius proportionis duplae, et tamen nec illa nec ei aequalia est pars alterius duplae. Probatur assumptum de his duabus duplis, quarum una est 8 ad 4, et altera 2 ad 1. Nam illa, quae est 8 ad 4, componitur ex proportione sesquialtera et sesquitertia, quae mediant inter sua extrema, illa vero, quae est duorum ad unum, ex nulla sesquialtera aut sesquitertia componitur, quoniam nullus numerus mediat inter extrema illius. Nec valet dicere, quod – quam[vi]s non mediat numerus – mediat tamen unitas cum fractione aliqua, et illud sufficit, quoniam unitatis cum dimidio ad unitatem est proportio sesquialtera. Quoniam iam tunc haberem, quod alicuius proportionis sesquialterae unitas est alterum extremum, quod ipse negare videtur. Et etiam habito illo iam destruitur totus modus procedendi et probandi illas conclusiones et etiam quintam. Fundatur enim probatio illius quintae conclusionis in hoc, quod inter nul[l]ius proportionis superparticularis primos numeros reperitur aliqua proportio rationalis, quae sit pars eius. Modo illud est falsum utendo fractione unitatis, inter 5 enim et 6 mediant 5 cum dimidio. Item esto, quod inter primos numeros proportionis superparticularis non mediat aliquis numerus, mediat tamen inter non primos, et diceret protervus, quod proportio superparticularis inter non primos numeros componitur ex aliquot rationalibus, quibus est commensurabilis, et tamen ipsa proportio inter primos numeros constituta non componitur ex talibus. Nec valet dicere, quod non est imaginabile, quod aliqua duo sint aequalia, et tamen aliquid sit pars aliquota unius, et nullum tantum sit pars aliquota alterius, quoniam diceret protervus illud non esse imaginabile in quantitatibus continuis, sed bene esse imaginabile in proportionibus, quoniam impossibile est dare duas quantitates continuas aequales, et quod aliquid sit pars unius sive aliquota sive non, et quod nullum tantum sit pars | alterius, et tamen illud datur in proportionibus. Duarum enim intelligentiarum ad unam intelligentiam est proportio dupla, quae non componitur ex sesquialtera et sesquitertia nec cum fractione nec sine, et tamen proportio dupla ei aequalis 4 ad duo componitur ex sesquialtera et sesquitertia, ut patet. ¶ Hic tamen tu adverte, quod hae conclusiones cum demonstrationibus suis dependent ex octava propositione octavi elementorum Euclidis, quae dependet ex 35. septimi et [ex] 14. et 18. et 21. septimi et tertia octavi. Et ideo difficilis est demonstratio harum conclusionum, quia ex multis dependent. Dicit tamen Euclides in propositione allegata, quod si inter aliquos numeros non primos alicuius proportionis reperiuntur aliqui numeri continuo proportionabiles, totidem inter primos numeros eiusdem proportionis reperiuntur. Et ideo tu ipse efficatiores demonstrationes inquire.

Octava conclusio: si fuerint tres termini continuo proportionabiles geometrice, erit proportio extremi ad extremum dupla ad utramque intermediam, et si fuerint 4, tripla, si 5, quadrupla et sic in infinitum, semper uno minus. Hoc est, si fuerint decem termini non erit proportio decupla extremi ad extremum, sed noncupla. Probatur, quoniam, si sunt tres termini continuo proportionabiles, reperientur ibi duae proportiones aequales, ex quibus adaequate componitur proportio extremi ad extremum, et si quatuor, tres, et si quinque, quatuor et sic consequenter. Modo omne compositum ex duobus aequalibus adaequate est duplum ad quodlibet illorum, et ex tribus triplum et sic consequenter, ut patet ex quinta suppositione quarti capitis huius partis, igitur conclusio vera. ¶ Et haec est decima definitio quinti elementorum Euclidis et quinta definitio secundi elementorum Iordani. ¶ Et adverte, quod quotienscumque allego Euclidem, semper utor nova traductione Bartholomei Zamberti.

Nona conclusio: nulla proportio rationalis habet subduplam rationalem, nisi habeat numerum medium proportionabilem inter sua extrema, et si non habet talem numerum, non habet subquadruplam proportionem rationalem nec suboctuplam nec subsexdecuplam et sic in infinitum procedendo per numeros pariter.

Probatur prima pars huius conclusionis, quia si non, detur oppositum videlicet, quod aliqua proportio habeat subduplam rationalem, quae non habet numerum medium proportionabilem inter sua extrema, et sit illa A, et arguo sic: A proportio habet proportionem subduplam rationalem, quae sit F gratia exempli, igitur A proportio componitur ex duplici F adaequate, et per consequens una illarum F erit maioris extremi ipsius A ad aliquem numerum intermedium, et altera eiusdem numeri intermedii ad aliud extremum minus eiusdem A proportionis, et per consequens ille numerus intermedius erit medio loco proportionabilis, ut patet ex definitione numeri medio loco proportionabilis, quod est oppositum dati. Iam probatur secunda pars, quoniam si inter terminos datae proportionis rationalis non fuerit numerus, qui sit medium proportionale, iam ibi non reperiuntur quinque numeri continuo proportionabiles geometrice, et si non sunt ibi quinque numeri continuo proportionabiles geometrice, iam extremi ad extremum non erit proportio quadrupla ad aliquam proportionem rationalem

nalem intermediam:⁊ per consequens iam nõ ha
bet subquadruplam rationalem. ¶Patet hec con-
sequentia quia ex opposito sequitur oppositũ vt
patet ex decima diffinitione quinti elementorum
euclidis. Jam probo priorem consequentiam vi-
delicet ꝙ si inter terminos date proportionis non
fuerit numerus qui sit medium proportionabile:
non reperiuntur ibi. 5. numeri cõtinuo proportio
nabiles. Que probatur sic: qꝛ ex opposito conse-
quentis sequitur oppositum ãtecedentis: qꝛ si sũt
ibi quinqꝫ numeri continuo ꝓportionabiles iam
ibi tertius numerus est medio loco ꝓportionabi-
lis: quia primi ad ipsum est ea proportio que ẽ ip
sius ad quintum vt constat: quia ex equalibus cõ-
ponuntur ille ꝓportiones adequate. Et sic proba
bis alias partes. ¶Ex hac conclusione sequitur ꝙ
correlarium. si inter terminos alicuius proportionis fuerit nu
merus qui sit medium proportionabile ipsa ha-
bet subduplam rationalem et si ipsius numeri me
dii proportio ad aliud extremuꝫ minus date pro-
portionis haberit numerum qui sit medium pro-
portionabile: tunc tota proportio habet subqua
druplam rationalem: et si iteruꝫ illius numeri me
dii proportio ad minus extremum date ꝓportio-
nis habuerit numerum qui sit medium ꝓportio-
nabile: iam data proportio habebit suboctuplaꝫ
rationalem et sic in infinitum. ¶Patet hoc correla
rium ex conclusione et eius ꝓbatione: auxilianti-
bus correlariis sexte conclusionis secũdi capitis

Decima conclusio notanda. Propo
sita quauis proportione rationali an habeat sub
duplam rationalem inuestigare. vt proposita du
pla aut tripla volo iuestigare et scire ex predictis
an habeat subduplã rationalem. Sit proposita
proportio rationalis f. inter a. numerũ maiorem
et b. numerum minoreꝫ. et volo inuestigare vtrum
f. ꝓportio habeat subduplã rationalem: tunc du-
cam maiorem numerum in minorem hoc est multi
plicabo a. per b. et si numerus inde ꝓueniens fue-
rit quadratus: dico ꝙ habet subduplam rationa
lem. sin minus non habet subduplam rationalem
¶Probatur prima pars videlicet ꝙ si numerus qui
fit ex ductu ipsius a. in b. sit quadratus: tunc ha-
bet subduplam rationalem. quia si talis numerꝰ
est quadratus: tunc inter a. et b. est medius nume-
rus proportionabilis vt patet ex quarto correla
rio sexte conclusionis secundi capitis huius par-
tis: et si sit numerus qui sit medium ꝓportionabi
le inter a. et b. sequitur ꝙ illa proportio habet sub
duplam rationalem. ¶Patet consequentia ex cor-
relario precedentis. Jam probatur secunda pars
quia si numerus qui fit ex ductu a. in b. non sit qua
dratus: iam inter a. et b. non est numerus qui ẽ me
dio loco proportionabilis vt patet ex secundo cor
relario sexte conclusionis secundi capitis huius:
et si non est numerus qui est medio loco proportio
nabilis inter a. et b. iam ille non habet subduplaꝫ
rationalem vt patet ex conclusione nona huius.
correlarium. ¶Patet igitur conclusio. ¶Ex hac sequitur ꝙ du-
pla non habet subduplam rationalem, nec tripla
nec octupla, nec aliqua superparticularis. ¶Pro-
batur quoniam ducendo quatuor per duo resul-
tat numerus octonarius qui non est quadratus vt
constat: et ducendo. 6. per duo: resultat numerus
duodenarius qui etiam non est quadratus: et du
cendo. 16. per duo consurgit numerus. 32. qui non
est quadratus vt apparet intelligenti. Item ducẽ
do. 3: per duo producuntur. 6. qui non sunt nume-
rus quadratus: et sic probabis de qualibet alia ꝓ
portione superparticulari. ¶Sequitur secundo 2. correl.
ꝙ proposita qua volueris ꝓportione rationali. i
uestigare poterimus vtrum habeat subquadru-
plam rationalẽ suboctuplaꝫ, subsexdecuplam, et
sic in infinitum procedendo per numeros pariter
pares. vt proposita proportione sexdecupla: vo-
lo inuestigare: vtrum habeat subquadruplam ra
tionalem, suboctuplam, subsexdecuplam, et sic in
infinitum. Ad quod inuestigandum siue sciendum
sit f. ꝓportio inter a. maiorem numerum et b. mi-
norem: tunc aut inter a. et b. est numerus qui sit me
dium ꝓportionabile aut non. si nõ: iam sequitur
ꝙ non habet subquadruplam rationalẽ nec sub-
octuplam ⁊c. vt patet ex nona concluusione: si sic
signetur ille et sit h. et tunc videndum est an nume
rus qui fit ex ductu h. in b. sit quadratus: et si sic iã
talis ꝓportio f. que est inter a. ⁊ b. habet subqua-
druplam: si vero talis numerus non sit quadratꝰ
dico ꝙ talis proportio non habet subquadruplã
rationalem. ¶Primum istorum probatur. quia si
talis numerus qui fit ex ductu h. in b. sit quadra-
tus: iam inter h. et b. est numerus medio loco pro-
portionabilis qui sit k. vt patet ex quarto correla
rio preallegato sexte conclusionis secundi capitis
huius: et ex consequenti iam ꝓportio h. ad b. que
est subdupla ad ꝓportionem f. habet subduplam
proportionem rationalem vt patet ex correlario
none conclusionis: et si habet subduplam iam pro
portio f. habet subquadruplam: quia omne sub-
duplum subdupli est subquadruplum dupli vt pa
tet ex secundo correlario quarte conclusionis qr-
ti capitis huius quod erat ostendendum. Jam pro
batur secundum: quia si numerus qui fit ex ductu
h. in b. non sit quadratus iam proportio que est ĩ-
ter h. et b. non habet numerũ medio loco ꝓportio
nabilem vt patet ex secundo correlario sexte con-
clusionis preallegate: et si non habet mediũ nume
rũ ꝓportionabilem iã non habet subduplã ratio
nalem: et sic eius medietas non est proportio rõa-
lis et eius medietas est subquadruplum ꝓportio
nis f. que est a. ad b. vt cõstat: igitur proportio sub
quadrupla ad f. non est rationalis quod fuit ostẽ-
dendum. Alie particule correlarii similem demon
strationem sortiuntur. Si eniꝫ non inueniatur ra
tionalis subquadrupla: nec suboctuplã rõnalem
inuenies. Si vero subquadrupla reperta fuerit ra
tionalis: considera an ex ductu vnius extremi ta-
lis subquadrupli in alterum resultat numerꝰ qua
dratus: et si sic concludas datam ꝓportionem ha
bere suboctuplam rationalẽ: quia sua quarta ha
bet subduplam rationalem. sin minus concludas
eam non habere talem suboctuplam rationalem. 3. correl.
Et sic in aliis operaberis. ¶Sequitur tertio ꝙ si
gnata quauis ꝓportione rationali: inuestigare ⁊
scire poterimus an habeat sexquialteram ratio-
nalem, sexquiquartaꝫ, sexquioctauam, sexquisex
decimã, sexquitrigesimã secundam, sexquitrigesi
mã quartã, ⁊ sic in infinituꝫ: ꝓcedendo per species
ꝓportionis superparticularis denominatas a ꝑ
tibus aliquotis que partes aliquote a nũeris pa-
riter paribus denominantur. vt ꝓposita ꝓportio
ne quadrupla: volo inuestigare et scire an ipã ha
beat sexquialteram rationalem: tũc videbo an ha
beat medietatem rationalem per doctrinam deci
me conclusionis huius: et tunc si habeat medieta-
tem rationalem: manifestum est ꝙ habet sexquial
teram rationalem: quia non oportet ad dandam
sexquialteram ipsius quadruple aliud quam ad-
dere ipsi quadruple suã medietatem puta duplã:

intermediam, et per consequens iam non habet subquadruplam rationalem. Patet haec consequentia, quia ex opposito sequitur oppositum, ut patet ex decima definitione quinti elementorum Euclidis. Iam probo priorem consequentiam videlicet, quod si inter terminos datae proportionis non fuerit numerus, qui sit medium proportionabile, non reperiuntur ibi 5 numeri continuo proportionabiles. Quae probatur sic, quia ex opposito consequentis sequitur oppositum antecedentis, quia si sunt ibi quinque numeri continuo proportionabiles, iam ibi tertius numerus est medio loco proportionabilis, quia primi ad ipsum est ea proportio, quae est ipsius ad quintum, ut constat, quia ex aequalibus componuntur illae proportiones adaequate. Et sic probabis alias partes. ¶ Ex hac conclusione sequitur, quod si inter terminos alicuius proportionis fuerit numerus, qui sit medium proportionabile, ipsa habet subduplam rationalem, et si ipsius numeri medii proportio ad aliud extremum minus datae proportionis haberit numerum, qui sit medium proportionabile, tunc tota proportio habet subquadruplam rationalem, et si iterum illius numeri medii proportio ad minus extremum datae proportionis habuerit numerum, qui sit medium proportionabile, iam data proportio habebit suboctuplam rationalem et sic in infinitum. Patet hoc correlarium ex conclusione et eius probatione auxiliantibus correlariis sextae conclusionis secundi capitis.

Decima conclusio notanda: proposita quavis proportione rationali an habeat subduplam rationalem investigare ut proposita dupla aut tripla, volo investigare et scire ex praedictis, an habeat subduplam rationalem. Sit proposita proportio rationalis F inter A numerum maiorem et B numerum minorem, et volo investigare, utrum F proportio habeat subduplam rationalem, tunc ducam maiorem numerum in minorem, hoc est, multiplicabo A per B, et si numerus inde proveniens fuerit quadratus, dico, quod habet subduplam rationalem, sin minus, non habet subduplam rationalem. Probatur prima pars videlicet, quod si numerus, qui fit ex ductu ipsius A in B, sit quadratus, tunc habet subduplam rationalem, quia sit talis numerus est quadratus, tunc inter A et B est medius numerus proportionabilis, ut patet ex quarto correlario sextae conclusionis secundi capitis huius partis, et si sit numerus, qui sit medium proportionabile inter A et B, sequitur, quod illa proportio habet subduplam rationalem. Patet consequentia ex correlario praecedentis. Iam probatur secunda pars, quia si numerus, qui fit ex ductu A in B, non sit quadratus, iam inter A et B non est numerus, qui est medio loco proportionabilis, ut patet ex secundo correlario sextae conclusionis secundi capitis huius, et si non est numerus, qui est medio loco proportionabilis inter A et B, iam ille non habet subduplam rationalem, ut patet ex conclusione nona huius.

Patet igitur conclusio. ¶ Ex hac sequitur, quod dupla non habet subduplam rationalem, nec tripla, nec octupla, nec aliqua superparticularis. Probatur, quoniam ducendo quatuor per duo resultat numerus octonarius, qui non est quadratus, ut constat, et ducendo 6 per duo resultat numerus duodenarius, qui etiam non est quadratus, et ducendo 16 per duo consurgit numerus 32, qui non est quadratus, ut apparet intelligenti. Item ducendo 3 per duo producuntur 6, qui non sunt numerus quadratus, et sic probabis de qualibet alia proportione | superparticulari. ¶ Sequitur secundo, quod proposita, qua volueris, proportione rationali investigare poterimus, utrum habeat subquadruplam rationalem, suboctuplam, subsexdecuplam et sic in infinitum procedendo per numeros pariter pares, ut proposita proportione sexdecupla volo investigare, utrum habeat subquadruplam rationalem, suboctuplam, subsexdecuplam et sic in infinitum. Ad quod investigandum sive sciendum sit F proportio inter A maiorem numerum et B minorem, tunc aut inter A et B est numerus, qui sit medium proportionabile aut non. Si non, iam sequitur, quod non habet subquadruplam rationalem, nec suboctuplam et cetera, ut patet ex nona conclu[]sione, si sic, signetur ille et sit H, et tunc videndum est, an numerus, qui fit ex ductu H in B, sit quadratus, et si sic iam talis proportio F, quae est inter A et B, habet subquadruplam, si vero talis numerus non sit quadratus, dico, quod talis proportio non habet subquadruplam rationalem. Primum istorum probatur: quia si talis numerus, qui fit ex ductu H in B, sit quadratus, iam inter H et B est numerus medio loco proportionabilis, qui sit K, ut patet ex quarto correlario praeallegato sextae conclusionis secundi capitis huius, et ex consequenti iam proportio H ad B, quae est subdupla ad proportionem F, habet subduplam proportionem rationalem, ut patet ex correlario nonae conclusionis, et si habet subduplam, iam proportio F habet subquadruplam, quia omne subduplum subdupli est subquadruplum dupli, ut patet ex secundo correlario quartae conclusionis quarti capitis huius, quod erat ostendendum. Iam probatur secundum, quia si numerus, qui fit ex ductu H in B, non sit quadratus, iam proportio, quae est inter H et B, non habet numerum medio loco proportionabilem, ut patet ex secundo correlario sextae conclusionis praeallegatae, et si non habet medium numerum proportionabilem, iam non habet subduplam rationalem, et sic eius medietas non est proportio rationalis, et eius medietas est subquadruplum proportionis F, quae est A ad B, ut constat, igitur proportio subquadrupla ad F non est rationalis, quod fuit ostendendum. Aliae particulae correlarii similem demonstrationem sortiuntur. Si enim non inveniatur rationalis subquadrupla, nec suboctuplam rationalem invenies. Si vero subquadrupla reperta fuerit rationalis, considera, an ex ductu unius extremitalis subquadrupli in alterum resultat numerus quadratus, et si sic, concludas datam proportionem habere suboctuplam rationalem, quia sua quarta habet subduplam rationalem, sin minus, concludas eam non habere talem suboctuplam rationalem. Et sic in aliis operaberis. ¶ Sequitur tertio, quod signata quavis proportione rationali investigare et scire poterimus, an habeat sesquialteram rationalem, sesquiquartam, sesquioctavam, sesquisexdecimam, sesquitrigesimam secundam, sesquitrigesimam quartam et sic in infinitum procedendo per species proportionis superparticularis denominatas a partibus aliquotis, quae partes aliquotae a numeris pariter paribus denominantur, ut proposita proportione quadrupla volo investigare et scire, an ipsa habeat sesquialteram rationalem, tunc videbo, an habeat medietatem rationalem per doctrinam decimae conclusionis huius, et tunc – si habeat medietatem rationalem – manifestum est, quod habet sesquialteram rationalem, quia non oportet ad dandam sesquialteram ipsius quadruplae aliud quam addere ipsi quadruplae suam medietatem, puta duplam, quia

quia aggregatum ex aliquo et medietate eiꝰ ē sex
quialterum ad illud vt constat ex diffinitione sex-
quialteri. Et isto modo inuenitur octuplam eē sex
quialteram ad quadruplam. Si vero inuestigare
et scire velis an q̄drupla habeat sexquiquartam
scias primo ꝑ doctrinam secundi correlarii: an ip
sa proportio quadrupla habeat subquadruplā
rationalem: et si sic concludas ꝙ habe: sexquiq̄r-
tam rationalem: quoniam reperta quarta ipsius
quadruple ad dandam sexquiquartam ad ipsam
quadruplam nihil aliud oportet quā addere ipsi
quadruple suam quartam: et tunc aggregatū ex
ipsa quadrupla et sua quarta rationali se habet
ad ipsā quadruplam in proportiōe sexquiquar
ta. Continet enim illud aggregatum ipsam qua-
druplam et vnam quartam eius adequate. Et isto
modo inuenitur trigecuplam secūdam esse sexqui
quartam ad sexdecuplam. Et isto modo in quali-
bet proportione rationali īuestigare poteris: an
habeat sexquioctauam / sexquisexdecimam / et sic
consequēter rationales. Et sic patet correlarium
¶ Ex quo sequitur quarto ꝙ si aliqua ꝓportio ra
4.correl. tionalis non habet subduplam rationalem: ipsa
non habet sexquialteram rationalem / nec sexqui
q̄rtā: nec sexquioctauam: nec sexquisexdecimam: ⁊
sic consequenter. Probatur quia si talis ꝓportio
non habeat subduplam rationalē: sequitur ꝙ nō
habet numerum qui sit medium ꝓportionale īter
sua extrema: et si nō hꝫ numerū mediū ⁊c. sequit̄ ꝙ
ꝙ non habet subquadruplam / nec suboctuplam /
nec subsexdecuplam rationalem et sic in infinitū
ascendendo per numeros pariter pares vt patet
ex nona conclusione huius: et si non habet subdu-
plam / nec subquadruplam: nec suboctuplam ra-
tionales: et sic consequenter: iam manifestum est
ꝙ non habet sexquialteram rationalem: nec sex-
quiquartam: nec sexquioctauam: et sic sine fine vt
patet ex probatione precedentis correlarii. Et sic
si data proportio rationalis nō habet subduplā
rationalem: ipsa non habet sexquialteram ratio
nalem: nec sexquiquartā: nec sexquioctauā ⁊c. qđ
fuit probandum. Et sic patet correlarium. ¶ Se-
5.correl. quitur quinto ꝙ si aliqua proportio ꝓposita non
habuerit subduplam rationalem: ipsa non habe
bit duplam sexquialteram rationalem nec duplā
sexquiquartam nec suprapartientē quartas / nec
aliquam suprapartientem denominatam ab vni
tate et partibus aliquotis denominatis a nume-
ro pariter pari: nec aliquam multiplicē superpar
ticularem / aut multiplicē suprapartientem deno
minatā a numero et a parte vel partibus aliquo-
tis que denominantur a numeris pariter paribꝰ
Patet hoc correlarium facile: quia si data ꝓpor
tio non habuerit subduplam rationalem: iam nō
habet illas partes aliquotas rationales deno-
minatas a numeris pariter paribus: vt patet ex
quarto correlario: et si non habet illas partes ali
quotas que sunt ꝓportiones rationales: iam non
habet illas proportiones rationales denomina-
tas ab illis partibus vt constat. ¶ Ex quo sequi-
6.correl. tur sexto ꝙ nec tripla / nec dupla / habent ꝓportio
nē sexquialterā: sexquiquartam: sexquioctauam:
duplā supratripartientē quartas rationalem: et
sic de multis aliis. Patet quia neutra illarum ha
bet subduplam rationalem: vt patet ex primo cor
relario: igitur neutra illarum habet sexquialterā
sexquiquartam ⁊c. vt patet ex īmediate preceden-
ti. Inferas tu similia correlaria particularia ex
dictis.

Undecima conclusio. Nulla propor-
tio rōnalis se habet ī aliqua proportiōe multipli
ci ad aliquam rationalem nisi inter primos nūe-
ros eius reperiantur tot numeri cōtinuo ꝓportio
nabiles computatis etiam extremis vno plꝰ ade-
quate: quotus est numerus a quo denomīatur da
ta ꝓportio multiplex. Exemplum. vt si velis inue-
stigare et scire vtrum ꝓportio quadrupla se habe
at in proportione dupla ad aliquam ꝓportionē
rationalem: considera primum a quo numero de
nominatur proportio dupla: et īuenies ꝙ a bina
rio iuxta doctrinam primi correlarii secunde sup
positionis quarti capitis huius: tunc capias pri
mos numeros eius qui sunt. 4. et. 1: ⁊ vide si inue-
nias ibi tres numeros continuo ꝓportionabiles
eadem ꝓportione cōputatis extremis: et si sic dico
ꝙ ꝓportio quadrupla se habet in ꝓportione du-
pla ad aliquā rationalem. Si enim ibi sunt tres
numeri continuo ꝓportionabiles computatis ex
tremis: iam illa ꝓportio quadrupla que est extre-
mi ad extremum est dupla ad vtrāq; interdiarum:
vt patet ex octaua conclusione: et si velis scire an
quadrupla sit tripla ad aliquam ꝓportionem ra
tionalem: quia tripla denominatur a numero ter
nario. videas vtrum inter primos numeros ꝓpor
tionis quadruple reperiantur tres nūeri vno plꝰ
puta quatuor continuo ꝓportionabiles aliqua ꝓ
portione: et si sic: tunc quadrupla se habet in pro-
portione tripla ad aliquam ꝓportionē rationalē
puta ad quālibet illarum constitutarum inter ali
quos ex illis numeris continuo ꝓportionabilibꝰ
⁊ imediatis: et quia tu non inuenies inter primos
numeros ꝓportionis quadruple quatuor nume-
ros continuo ꝓportionabiles computatis extre-
mis: concludas ꝙ quadrupla nō habet subtriplā
rationalem. Probatur hec conclusio. q2 si data ꝓ
portio rationalis que sit a. se habeat in aliqua ꝓ
portione multiplici ad aliquam proportionē ra
tionalem que sit b. sequitur ꝙ a. aliquoties conti-
net b. adequate et sic b. erit pars aliquota ipsius
a denominata a numero a quo denominatur pro
portio multiplex in qua a. se habet ad b. vt puta si
a. se habet ad b: in proportione quadrupla erit b.
vna quarta ipsius a. et sic erit b. pars aliquota de
nominata a numero quaternario a quo denomi-
natur ꝓportio illa multiplex puta quadrupla in
qua a. se habet ad b: et si sic iam necesse est ꝙ b. re-
periatur inter aliquos numeros ipsius a. toties
quoties est numerus a quo denominatur talis ꝓ-
portio multiplex in qua a. se habet ad b. et si sic iā
inter terminos ipsius a. computatis extremis re-
perientur tot nūeri quotus est ille numerus a quo
denominatur data ꝓportio multiplex in qua a. se
habet ad b. vno plus: quoniam semper termini si
ue numeri continuo ꝓportionabiles sunt vno plu
res proportionibus inter ipsos ad inuentis vt ptꝫ
ex octaua conclusione huius: et ex consequēti si nō
fuerint reperti tot numeri continuo ꝓportionabi-
les inter aliquos numeros ipsius proportionis a.
quotus est numerus a quo denominatur propor-
tio multiplex in qua ponitur a. se habere ad b. di-
co ꝙ tūc b. non est ꝓportio rationalis nec a. se ha
bet in tali ꝓportione multiplici ad aliquam pro-
portionem rationalem. Probatur hec consequē-
tia quia si se haberet ad b. proportionē rationa
lem in tali ꝓportione multiplici: iam aliquoties
componeretur ex ipsa b. ꝓportione rationali et ꝑ
consequens aliquoties reperiretur b. inter nume-
ros eius: puta toties quotus ē numerus a quo de

aggregatum ex aliquo et medietate eius est sesquialterum ad illud, ut constat ex definitione sesquialteri. Et isto modo invenitur octuplam esse sesquialteram ad quadruplam. Si vero investigare et scire velis, an quadrupla habeat sesquiquartam, scias primo per doctrinam secundi correlarii, an ipsa proportio quadrupla habeat subquadruplam rationalem, et si sic concludas, quod habet sesquiquartam rationalem, quoniam reperta quarta ipsius quadruplae ad dandam sesquiquartam ad ipsam quadruplam nihil aliud oportet quam addere ipsi quadruplae suam quartam, et tunc aggregatum ex ipsa quadrupla et sua quarta rationali se habet ad ipsam quadrumplam in proportione sesquiquarta. Continet enim illud aggregatum ipsam quadruplam et unam quartam eius adaequate. Et isto modo invenitur trigecuplam secundam esse sesquiquartam ad sexdecuplam. Et isto modo in qualibet proportione rationali investigare poteris, an habeat sesquioctavam, sesquisexdecimam et sic consequenter rationales. Et sic patet correlarium. ¶ Ex quo sequitur quarto, quod si aliqua proportio rationalis non habet subduplam rationalem, ipsa non habet sesquialteram rationalem nec sesquiquartam nec sesquioctavam nec sesquisexdecimam et sic consequenter. Probatur, quia si talis proportio non habeat subduplam rationalem, sequitur, quod non habet numerum, qui sit medium proportionale inter sua extrema, et si non habet numerum medium et cetera, sequitur, [...] quod non habet subquadruplam nec suboctuplam nec subsexdecuplam rationalem et sic in infinitum ascendendo per numeros pariter pares, ut patet ex nona conclusione huius, et si non habet subduplam nec subquadruplam nec suboctuplam rationales et sic consequenter, iam manifestum est, quod non habet sexquialteram rationalem nec sexquiquartam nec sexquioctavam et sic sine fine, ut patet ex probatione praecedentis correlarii. Et sic, si data proportio rationalis non habet subduplam rationalem, ipsa non habet sexquialteram rationalem nec sexquiquartam nec sexquioctavam et cetera. Quod fuit probandum. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quinto, quod si aliqua proportio proposita non habuerit subduplam rationalem, ipsa non habebit duplam sesquialteram rationalem nec duplam sesquiquartam nec suprapartientem quartas nec aliquam suprapartientem denominatam ab unitate et partibus aliquotis denominatis a numero pariter pari nec aliquam multiplicem superparticularem aut multiplicem suprapartientem denominatam a numero et a parte vel partibus aliquotis, quae denominantur a numeris pariter paribus. Patet hoc correlarium facile, quia si data proportio non habuerit subduplam rationalem, iam non habet illas partes aliquotas rationales denominatas a numeris pariter paribus, ut patet ex quarto correlario, et si non habet illas partes aliquotas, quae sunt proportiones rationales, iam non habet illas proportiones rationales denominatas ab illis partibus, ut constat. ¶ Ex quo sequitur sexto, quod nec tripla nec dupla habent proportionem sesquialteram, sesquiquartam, sesquioctavam, duplam supratripartientem quartas rationalem et sic de multis aliis. Patet, quia neutra illarum habet subduplam rationalem, ut patet ex primo correlario, igitur neutra illarum habet sexquialteram sexquiquartam et cetera, ut patet ex immediate praecedenti. Inferas tu similia correlaria particularia ex dictis. |

Undecima conclusio: nulla proportio rationalis se habet in aliqua proportione multiplici ad aliquam rationalem, nisi inter primos numeros eius reperiantur tot numeri continuo proportionabiles computatis etiam extremis uno plus adaequate, quotus est numerus, a quo denominatur data proportio multiplex. Exemplum: ut si velis investigare et scire, utrum proportio quadrupla se habeat in proportione dupla ad aliquam proportionem rationalem, considera primum, a quo numero denominatur proportio dupla, et invenies, quod a binario iuxta doctrinam primi correlarii secundae suppositionis quarti capitis huius, tunc capias primos numeros eius, qui sunt 4 et 1, et vide, si invenias ibi tres numeros continuo proportionabiles eadem proportione computatis extremis, et si sic, dico, quod proportio quadrupla se habet in proportione dupla ad aliquam rationalem. Si enim ibi sunt tres numeri continuo proportionabiles computatis extremis, iam illa proportio quadrupla, quae est extremi ad extremum, est dupla ad utramque inter[me]diarum, ut patet ex octava conclusione, et si velis scire, an quadrupla sit tripla ad aliquam proportionem rationalem, quia tripla denominatur a numero ternario, videas, utrum inter primos numeros proportionis quadruplae reperiantur tres numeri uno plus, puta quatuor continuo proportionabiles aliqua proportione, et si sic, tunc quadrupla se habet in proportione tripla ad aliquam proportionem rationalem, puta ad quamlibet illarum constitutarum inter aliquos ex illis numeris continuo proportionabilibus et immediatis, et quia tu non invenies inter primos numeros proportionis quadruplae quatuor numeros continuo proportionabiles computatis extremis, concludas, quod quadrupla non habet subtriplam rationalem. Probatur haec conclusio, quia si data proportio rationalis, quae sit A, se habeat in aliqua proportione multiplici ad aliquam proportionem rationalem, quae sit B, sequitur, quod A aliquoties continet B adaequate, et sic B erit pars aliquota ipsius A denominata a numero, a quo denominatur proportio multiplex, in qua A se habet ad B, ut puta si A se habet ad B in proportione quadrupla, erit B una quarta ipsius A, et sic erit B pars aliquota denominata a numero quaternario, a quo denominatur proportio illa multiplex, puta quadrupla, in qua A se habet ad B, et si sic, iam necesse est, quod B reperiatur inter aliquos numeros ipsius A toties, quoties est numerus, a quo denominatur talis proportio multiplex, in qua A se habet ad B, et si sic, iam inter terminos ipsius A computatis extremis reperientur tot numeri, quotus est ille numerus, a quo denominatur data proportio multiplex, in qua A se habet ad B, uno plus, quoniam semper termini sive numeri continuo proportionabiles sunt uno plures proportionibus inter ipsos ad inventis, ut patet ex octava conclusione huius, et ex consequenti si non fuerint reperti tot numeri continuo proportionabiles inter aliquos numeros ipsius proportionis A, quotus est numerus, a quo denominatur proportio multiplex, in qua ponitur A se habere ad B, dico, quod tunc B non est proportio rationalis, nec A se habet in tali proportione multiplici ad aliquam proportionem rationalem. Probatur haec consequentia, quia si se haberet ad B proportionem rationalem in tali proportione multiplici, iam aliquoties componeretur ex ipsa B proportione rationali, et per consequens aliquoties repereiretur B inter numeros eius, puta toties, quotus est numerus, a quo denominat[u]r

nominatur data ꝓportio multiplex:et si sic iā in=
ter terminos eius computatis extremis reperiren
tur tot numeri continuo ꝓportionabiles quotus
est numerus a quo denominatur dicta proportio
multiplex:puta quoties a. cōtinet b. vno plus. igi
tur ex opposito:si non reperiantur tot numeri cō=
putatis extremis iam a. non se habet in tali ꝓpor
nota. tione multiplici ad b. ꝓportionem rationalem.
¶ Utrum autē inter aliquos numeros date ꝓpor
tionis a. reperiantur tot numeri continuo ꝓpor=
tionabiles computatis extremis vno plus quotꝰ
est numerus a quo denominatur proportio multi
plex in qua ponitur a. se habere ad b. videndū est
vtrum inter primos numeros eius inueniantꝰ tot
numeri continuo proportionabiles:⁊ si sic conclu
das ꝙ inter numeros ipsius a. reperiuntur tot nu
meri continuo ꝓportionabiles:et si non inuenian
tur tot inter primos numeros date ꝓportionis:
dicas ꝙ inter nullos numeros eius reperiuntꝰ tot
numeri continuo ꝓportinoabiles computatis ex
tremis. Patet hec consequentia et deductio tota
ex octaua ꝓpositione octaui elementorum eucli=
dis in qua habetur ꝙ si inter duos numeros ceci=
derint aliqui numeri continuo ꝓportionabiles:
inter quoscunq; duos in eadem ꝓportione se ha=
bentes cadent tot numeri continuo ꝓportionabi
les eadem ꝓportione qua ꝓportionautur alii. ex
qua immediate infertur ꝙ si inter duos numeros
se habentes in ꝓportio a. ceciderint aliqui nume=
ri continuo ꝓportionabiles ꝓportiōe que est vna
tertia:aut vna quarta:aut vna quinta:ipsius a. in
ter primos numeros ipsius a. tot numeri cadēt ꝓ
portionabiles eadē ꝓportione que sit tertia aut
quarta:aut quinta ipsius a. igitur ex opposito cō
sequentis si inter primos numeros a. proportio=
nis non reperiantur aliqui numeri continuo pro
portionabiles ꝓportione que est vna tertia: vna
quarta:quinta:ipsius a. ⁊c. nec inter aliquos nūe
ros ipsius a. reperientur:quod fuit ostendendum:
1. correl. Et sic patet conclusio. ¶ Ex quo sequitur primo. ꝙ
ꝓportio dupla ad nullam ꝓportionem rationa=
lem se habet in ꝓportione dupla:aut tripla. aut
quadrupla:aut in aliqua alia multiplici:nec quin
tupla, nec sextupla ⁊c. Probatur quia inter pri=
mos numeros ꝓportionis duple nullus numerus
reperitur (computamus enim vnitatem pro nume
ro). Item inter primos numeros proportionis
quintuple qui sunt. 5. et. 1. non reperiuntur aliqui
numeri continuo ꝓportionabiles adequate com
putatis extremis vt constat. Et sic patet etiam de
2. correl. sextupla. Patet igitur correlarium. ¶ Sequitur
secundo ꝙ nulla ꝓportio superparticularis se ha
bet in aliqua ꝓportione multiplici ad aliquam ꝓ
portionem rationalem. Patet quia inter cuiusli
bet superparticularis primos terminos nullꝰ re=
3. correl. peritur numerus:igitur. ¶ Sequitur tertio ꝙ pro
posita quauis proportione rationali inuestigare
possumus an habeat aliquam ꝓportionem ratio
nalem que se habeat ad ipsam in ꝓportione sexq=
altera:sexquitertia: sexquiquarta ⁊c. vt ꝓposita
ꝓportione dupla:videre an sit aliqua ꝓportio ra
tionalis que se habeat ad ipsam duplam in pro=
portione sexquialtera, sexquitertia, aut in aliqua
alia superparticulari. Ad quod inuestigandū et
sciendum videndum est an inter primos numeros
ꝓportionis duple aut cuiusuis alterius rationa=
lis sint tres numeri continuo ꝓportionabiles cō=
putatis extremis:et si sic:talis ꝓportio habet me
dietatem rationalem:et per consequens sexquial
teram rationalem ad ipsam. Addendo enī ei me=
dietatem sui constituetur sexquialtera rationalis
ad ipsā. Et si inter primos numeros eius compu
tatis extremis inueniantur quatuor numeri conti
nuo ꝓportionabiles:ipsa habebit tertiam ratio
nalem et per consequens sexquitertiam rationa=
lem ad seipsam:et si reperiuntur. 5. numeri conti=
nuo ꝓportionabiles computatis extremis ipsa ha
bebit quartam rationalem:et per consequens sex
quiquartam rationalem et sic consequenter. Et
sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto ꝙ ꝓpo
sita quauis ꝓportione rationali:inquirere et sci= 4. correl.
re poterimus an habeat aliquam suprapartien=
tem, multiplicem superparticularē, vel multipli
cem suprapartientem, rationales. vt ꝓposita pro
portione octupla inuestigare poterimus et scire ex
dictis an habeat suprabipartientem tertias su=
prapartientem quartas rationales ⁊c. Ad quod
sciendum et inuestigandum: considerandum ē an
data proportio rationalis habeat illam partem
aliquotam rationalem:hoc est an aliqua propor
tio rationalis sit tota pars aliquota eius quota
est illa a qua denominatur dicta proportio supra
partiens, aut multiplex superparticularis, aut
multiplex suprapartiens:quod inuestigari ⁊ sciri
debet ex vndecima conclusione: et sic repperias ꝙ
habet proportionem aliquam rationalem que sit
talis pars aliquota eius:tunc manifestum ē ꝙ ha
bet proportionem rationalem que denominatur
a tali parte aliquota vel talibus partibus aliquo
tis (quod dico ꝓpter suprapartientes) si vero nō:
tunc manifestum est illam proportionem rationa
lem propositam, non habere proportionem ratio
nalem denominatam a tali parte aliquota vel ta
libus partibus. Probatur hoc demonstratione
particulari que equiualebit vniuersali. Data enī
ꝓportione sexdecupla volo inuestigare et scire an
habeat proportionem supratripartientem quar=
tas ad quod inuestigandum considerabo ex doc=
trina vndecime conclusionis an talis ꝓportio sex
decupla habeat subquadruplam rationalē que
sit vna quarta eius:et inuento ꝙ sic eo ꝙ inter ter
minos eius computatis extremis inueniuntur
quinq; numeri continuo ꝓportionabiles ꝓportio
ne dupla:asseuerabo constanter illam proportio
nem habere proportionem rationalem supertri=
partientem quartas:et multiplicem sexquiquar=
tam et multiplicem supratripartientem quartas
rationales. Quod sic monstratur. Nam si supra il
lam proportionem sexdecuplam que est. 16. ad. 1.
addantur tres proportiones duple: tunc aggre=
gatum ex sexdecupla et illis tribus duplis supad
ditis qualis est proportio. 128. ad. 1. se habebit ad
proportionem sexdecuplam in proportiōe supra=
tripartiente quartas. Continet enim sexdecu=
plam et tres quartas eius. Item triplando illam
proportionem sexdecuplam ⁊ addendo vnam sui
quartam habebis ꝓportionem triplam sexquiq̄r
tam ad sexdecuplam:et addendo ei duas quartas
habebis triplam sexquialteram: et addendo sup
illam triplatam. 3. quartas habebis triplam su=
pratripartientem quartas rationalem ad sexde=
cuplam. Omnia ista patet ex diffinitionibus su=
prapartiētis, multiplicis superparticularis. aut
mutiplicis suprapartientis. hoc addito ꝙ cuili=
bet proportioni rationali addi potest queuis alia
rationalis:aggregato ex ipsis manente rationa
li proportione. Ex quibuscunq; enim rationalibꝰ
et quotcunq; rationalis componitur: q; alias in

data proportio multiplex, et si sic, iam inter terminos eius computatis extremis reperirentur tot numeri continuo proportionabiles, quotus est numerus, a quo denominatur dicta proportio multiplex, puta quoties A continet B uno plus. Igitur ex opposito, si non reperiantur tot numeri computatis extremis, iam A non se habet in tali proportione multiplici ad B proportionem rationalem.

¶ Utrum autem inter aliquos numeros datae proportionis A reperiantur tot numeri continuo proportionabiles computatis extremis uno plus, quotus est numerus, a quo denominatur proportio multiplex, in qua ponitur A se habere ad B, videndum est, utrum inter primos numeros eius inveniantur tot numeri continuo proportionabiles, et si sic, concludas, quod inter numeros ipsius A repeiuntur tot numeri continuo proportionabiles, et si non inveniantur tot inter primos numeros datae proportionis, dicas, quod inter nullos numeros eius reperiuntur tot numeri continuo proportinoabiles computatis extremis. Patet haec consequentia, et deductio tota ex octava propositione octavi elementorum Euclidis, in qua habetur, quod si inter duos numeros ceciderint aliqui numeri continuo proportionabiles, inter quoscunque duos in eadem proportione se habentes cadent tot numeri continuo proportionabiles eadem proportione, qua proportiona[n]tur alii. Ex qua immediate infertur, quod si inter duos numeros se habentes in proportio A ceciderint aliqui numeri continuo proportionabiles proportione, quae est una tertia aut una quarta aut una quinta ipsius A, inter primos numeros ipsius A tot numeri cadent proportionabiles eadem proportione, quae sit tertia aut quarta aut quinta ipsius A, igitur ex opposito consequentis: si inter primos numeros A proportionis non reperiantur aliqui numeri continuo proportionabiles proportione, quae est una tertia, una quarta, quinta ipsius A et C, nec inter aliquos numeros ipsius A reperientur, quod fuit ostendendum, Et sic patet conclusio. ¶ Ex quo sequitur primo, quod proportio dupla ad nullam proportionem rationalem se habet in proportione dupla aut tripla aut quadrupla aut in aliqua alia multiplici, nec quintupla nec sextupla et cetera. Probatur, quia inter primos numeros proportionis duplae nullus numerus reperitur, (computamus enim unitatem pro numero), item inter primos numeros proportionis quintuplae, qui sunt 5 et 1, non reperiuntur aliqui numeri continuo proportionabiles adaequate computatis extremis, ut constat. Et sic patet etiam de sextupla. Patet igitur correlarium. ¶ Sequitur secundo, quod nulla proportio superparticularis se habet in aliqua proportione multiplici ad aliquam proportionem rationalem. Patet, quia inter cuiuslibet superparticularis primos terminos nullus reperitur numerus, igitur. ¶ Sequitur tertio, quod proposita quavis proportione rationali investigare possumus, an habeat aliquam proportionem rationalem, quae se habeat ad ipsam in proportione sesquialtera, sesquitertia, sesquiquarta et cetera, ut proposita proportione dupla videre, an sit aliqua proportio rationalis, quae se habeat ad ipsam duplam in proportione sesquialtera, sesquitertia aut in aliqua alia superparticulari. Ad quod investigandum et sciendum videndum est, an inter primos numeros proportio[n]is duplae aut cuiusvis alterius rationalis sint tres numeri continuo proportionabiles computatis extremis, et si sic, talis proportio habet medietatem rationalem et per consequens sesquialteram | rationalem ad ipsam. Addendo enim et medietatem sui constituetur sesquialtera rationalis ad ipsam. Et si inter primos numeros eius computatis extremis inveniantur quatuor numeri continuo proportionabiles, ipsa habebit tertiam rationalem et per consequens sesquitertiam rationalem ad seipsam, et si reperiuntur 5 numeri continuo proportionabiles computatis extremis, ipsa habebit quartam rationalem et per consequens sesquiquartam rationalem et sic consequenter. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto, quod proposita quavis proportione rationali inquirere et scire poterimus, an habeat aliquam suprapartientem, multiplicem superparticularem vel multiplicem suprapartientem rationales, ut proposita proportione octupla investigare poterimus et scire ex dictis, an habeat suprabipartientem tertias, supra[tri]partientem quartas rationales et cetera. Ad quod sciendum et investigandum considerandum est, an data proportio rationalis habeat illam partem aliquotam rationalem, hoc est, an aliqua proportio rationalis sit tota pars aliquota eius, quota est illa, a qua denominatur dicta proportio suprapartiens a[u]t multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens, quod investigari et sciri debet ex undecima conclusione, et si re[]perias, quod habet proportionem aliquam rationalem, quae sit talis pars aliquota eius, tunc manifestum est, quod habet proportionem rationalem, quae denominatur a tali parte aliquota vel talibus partibus aliquotis (quod dico propter suprapartientes), si vero non, tunc manifestum est illam proportionem rationalem propositam non habere proportionem rationalem denominatam a tali parte aliquota vel talibus partibus. Probatur hoc demonstratione particulari, quae aequivalebit universali. Data enim proportione sexdecupla volo investigare et scire, an habeat proportionem supratripartientem quartas, ad quod investigandum considerabo ex doctrina undecimae conclusionis, an talis proportio sexdecupla habeat subquadruplam rationalem, quae sit una quarta eius et invento, quod sic eo, quod inter terminos eius computatis extremis inveniuntur quinque numeri continuo proportionabiles proportione dupla, asseverabo constanter illam proportionem habere proportionem rationalem supertripartientem quartas et multiplicem sexquiquartam et multiplicem supratripartientem quartas rationales. Quod sic monstratur: nam si supra illam proportionem sexdecuplam, quae est 16 ad 1, addantur tres proportiones duplae, tunc aggregatum ex sexdecupla et illis tribus duplis super additis, qualis est proportio 128 ad 1, se habebit ad proportionem sexdecuplam in proportione supratripartiente quartas. Continet enim sexdecuplam et tres quartas eius. Item triplando illam proportionem sexdecuplam et addendo unam sui quartam habebis proportionem triplam sexquiquartam ad sexdecuplam, et addendo ei duas quartas habebis triplam sexquialteram, et addendo super illam triplatam 3 quartas habebis triplam supratripartientem quartas rationalem ad sexdecuplam. Omnia ista patet ex definitionibus suprapartientis, multiplicis superparticularis aut multiplicis suprapartientis. Hoc addito, quod cuilibet proportioni rationali addi potest quaevis alia rationalis aggregato ex ipsis manente rationali proportione. Ex quibusc[u]mque enim rationalibus et quotcumque rationalis componitur, quia alias in

nūeris reperirent irratiōales ꝓportiōes: vt ſatis
5. correl. cōſtat itelligēti. Et ſic ptȝ correlariū. ¶ Sequit̄ q̄nto: ꝙ ꝓpoſita q̄uis ꝓportiōe ratiōali: nō difficile ē iueſtigare ⁊ ſcire an habeat ꝓportionē rōnalē ſubmultiplicē: an aliquā aliā rationalē minoris ineq̄litatꝫ: vt ꝓpoſita ꝓportiōe dupla iueſtigare ⁊ ſcire poterimꝰ an habeat ſubduplā: ſubtriplā: ſubq̄druplā rationalē. ⁊c. necne: cōſiderando primū ex doctrina vndecime ꝯcluſiōis: an habeat medietatem: tertiā: quartā: quintā rationales: ⁊ cōperientes ꝙ nō: dicemus ipſam nō habere ſubtriplam: ſubquadruplā: ⁊c. rationales. Et eadem ratione dicemꝰ ipſam nō habere ſubſexq̄tertiā rationalē: q2 nō habet ꝓportionē cōpoſitā ex tribus quartis eius rationalibus: nec ſubſexquialterā rationalē: q2 nō habet ꝓportionē compoſitā ex duabus tertiis eius rationalibus. Et ſic in omnibus aliis dices. Demonſtratio huius correlarii innititur huic baſi ⁊ fundamento ꝙ nunq̄ aliqua ꝓportio rationalis cōponitur adequate ex vna rationali ⁊ vna irrationali. Applica tu demonſtrationē. Iſto modo inquirere debes an habet ſubſuprapartientē rationalē aut ſubmultiplicē ſubſuprapartientem rationalē: aut ſubmultiplicē ſubſupparticularē: iueſtigando ⁊ inquirendo ex cōcluſione vndecima an talis ꝓportio rationalis ꝓpoſita habeat partem aliquotā rationalē vel partes a qua vel a quibus denominatur dicta ꝓportio minoris inequalitatis: ⁊ ſi ſic aſcribenda eſt ei talis ꝓportio minoris inequalitatis rationalis: ſin minus: aſſerendum eſt ipſam nō habere talē ꝓportionē minoris inequalitatis rationalē. Patet igit̄ corelarium. Profundius eñ velle illud demonſtrare eſt ipſum tenebris iuoluere.
6. correl. ¶ Sequitur ſexto per modum epilopi oīm eoꝝ que preſenti capite digeſta ſunt: ꝙ quauis ꝓportione rationali ꝓpoſita: ſcire poterimus an habeat aliquā ꝓportionē rationalem maioris inequalitatis ad ſeipſam ⁊ minoris inequalitatis: ⁊ quas habeat: ⁊ quas nō. Et hoc caput diligenter conſidera quoniā ex eo pendet ferme vniuerſalis huiꝰ materie iquiſitio: ⁊ ſuprema eius difficultas. ¶ His adde ꝙ doctrina huius capitis habita: ꝓpoſita aliqua certa velocitate ꝓueniente ab aliqua ꝓportione rationali nota: iudicare poterꝭ de quacūq; alia velocitate a quauis alia ꝓportiōe ꝓueniente cōmenſurabiles ſint: necne. Item ꝓpoſita quauis velocitate ꝓueniente ab aliqua ꝓportione ratiōali nota: ſcire de quacūq; alia velocitate date velocitati cōmenſurabili a q̄ ꝓportiōe ꝓueniat: ratiōali vcȝ vl' irrationali q̄ ex his ſcito ⁊ ſequētibꝰ: particulariꝰ ſcire poteris ex qua rationali vel irrationali ꝓueniat ſpecifice.

¶ Capitum ſeptimū in quo agitur de medie rei inuentione ⁊ proportione proportionuȝ rationalis ⁊ irrationalis.

AD habendam aliqualē noticiā de ꝓportiōe ꝓportiōis rationalis ⁊ irrationalis ⁊ duarū irrationaliū ſit.

Prima ſuppoſitio. Ōis numerus habet numerū ad ſe duplū, triplū, quadruplū, ⁊ ſic in infinitū: aſcēdendo per ſpecies ꝓportionis multiplicis. Iſta ſuppoſitio patet ex ſe qm̄ dato vno numero ex duabus vnitatibus adequate cōpoſito dabitur vnus alter compoſitus ex quatuor: ⁊ ille erit duplus: ⁊ alter ex ſex: ⁊ erit triplus: ⁊ alter ex octo: ⁊ erit quadrupus: ⁊ ſic ſine termino.

Secunda ſuppoſitio. Omnis numerus rerum diuiſibiliū ſiue quantitas habet cuiuſcūq; denominationis aliquam partem aliquotaȝ cum fractione vel ſine fractione. Volo dicere ꝙ ſignato quocunq; numero rerū diuiſibiliū talis numerus habet medietatē tertiam, quartam, quintam, ſextam, ſeptimam, ⁊ ſic in infinitū. Probatur: quia capto numero duodenario ille habet medietatem, puta numerum ſenariū: habet numerū quaternariū pro tertia, ternariū pro quarta, pro quinta vero habet numerū cū fractione, ad quam fractionē inueniendā oportet duodecim per quinq; diuidere: ⁊ exibit binariꝰ cū duabꝰ q̄ntis iuxta doctrinā ſuperiꝰ poſitā octauo capite p̄me partꝭ. Et ſic operādū eſt in cuiꝰ vis alteriꝰ ptꝭ aliq̄te iuētiōe.

Tertia ſuppoſitio. Supra quecūq; numerū rerum diuiſibiliū contingit dare numerꝫ continentē ipſum ⁊ medietatē: ⁊ alium continentē ipſum et vnam tertiam, et duas tertias: aut tres quartas: ⁊ ſic de quibuſcunq; aliis partibus aliquotis. Patet qm̄ ad dandū numerū continentē ipſum ⁊ medietatē ſufficit addere illi medietatem ſui: ⁊ ad dandum numerū continentē ipſum ⁊ duas tertias ſufficit ei addere illas duas tertias: vt patet ex ſe aſpicienti in numeris. Quomodo autē tales partes ïueniant̄ p̄cedēs ſuppoſitio declarat.

Quarta ſuppoſitio. Quodlibet continuū eſt duplū ad ſuā medietatē: triplū ad tertiū: quadruplū ad quartā: ſexquialterū ad duas tertias: ⁊ ſic de qualibet alia ſpecie ꝓportionis. Patet hec ſuppoſitio ex diffinitionibus terminorum.

Quinta ſuppoſitio. Omnis ꝓportio habet medietatē: tertiam: quartā: ⁊ ſic in infinitū. Probatur hec ſuppoſitio q2 oīs quantitas cōtinua: ⁊ quodlibet cōtinuo ſucceſſiue diminuibile eſt huiuſmodi ⁊ oīs ꝓportio eſt quantitas continua aut cōtinuo partibiliter diminuibilis (⁊ diſtribuat ly omnis pro generibus ſingulorum more mathemathicorum) igitur propoſitum.

Sexta ſuppoſitio. Si aliq̄ due quātitates cōtinue ſe habeant in aliqua proportione ratiōali vel irratiōali: dabilis eſt vna tertia quālibet illarū maior que ſe habeat in eadē ꝓportiōe ad maiorē illaꝝ. vt ſi. 4. ⁊. 2. ſe habeāt in aliqua ꝓportione dabilis eſt alter numerus puta. 8. qui in eadem ꝓportione ſe habeat ad. 4. ⁊ ſi diameter a. ſe habeat in aliqua ꝓportione ad coſtā b. dabilis eſt vna alia quātitas puta c. que ſe habet in eadeȝ ꝓportione ad b. Patet hec ſuppoſitio ex ſe.

His poſitis ſit prima cōcluſio. Quelibet ꝓportio ratiōalis in q̄libet ꝓportiōe multiplici ab aliq̄ ratiōali excedit̄. Hoc eſt q̄libet ꝓportio ratiōalis hȝ ꝓportionē duplā: triplā: q̄druplā ⁊ ſic in ïfinitū rōnales. Probat̄ hec ꝯcl'o qm̄ ſi illa ꝓportio fuerit ml'tiplex manifeſtū ē ꝙ ad nūerꝰ eiꝰ maiorē dabit̄ aliq̄s nūerꝰ ſe hn̄s in eadē ꝓportiōe ad illū ſicut ipſe ſe hȝ ad minorē vt ptȝ ex p̄ma ſuppoſitiōe: ⁊ tūc illiꝰ ad minimū erit ꝓportio dupla ad ꝓportionē medii ad minimū: qm̄ illa cōponit̄ ex duabꝰ eq̄libꝰ illi: ⁊ ſi addat̄ q̄rtꝰ nūerꝰ ſe hn̄s in eadē ꝓportione ad tertiū in qua tertius ſe habet ad ſecundū: ſicut poteſt fieri ex prima ſuppoſitiōe: iā ꝓportio illius ad minimū erit tripla ad ꝓportionē ſcd̄i ad minimū: ⁊ cū poſſint ſic addi infiniti t̄mini ꝯtinuo ꝓportiōabiles illa ꝓportiōe ml'tiplici vt ptȝ ex p̄ma ſuppōe: ſequit̄ ꝙ ad illā ꝓportionē dabit̄ ꝓportio dupla, tripla, q̄drupla, ⁊ ſic ī īfinitū. Ptȝ ꝯn̄a ex octaua ꝯcl'ōe p̄cedētꝭ capitꝭ. Si vero illa ſit ſupparticl'arꝭ ad maximū extremū eiꝰ adde numeris reperirentur irrationales proportiones, ut satis constat intelligenti. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quinto, quod proposita quavis proportione rationali non difficile est investigare et scire, an habeat proportionem rationalem submultiplicem, an aliquam aliam rationalem minoris inaequalitatis, ut proposita proportione dupla investigare et scire poterimus, an habeat subduplam, subtriplam, subquadruplam rationalem et cetera necne considerando primum ex doctrina undecimae conclusionis, an habeat medietatem, tertiam, quartam, quintam rationales et comperientes, quod non, dicemus ipsam non habere subtriplam, subquadruplam et cetera rationales. Et eadem ratione dicemus ipsam non habere subsesquitertiam rationalem, quia non habet proportionem compositam ex tribus quartis eius rationalibus, nec subsesquialteram rationalem, quia non habet proportionem compositam ex duabus tertiis eius rationalibus. Et sic in omnibus aliis dices.

Demonstratio huius correlarii innititur huic basi et fundamento, quod nunquam aliqua proportio rationalis componitur adaequate ex una rationali et una irrationali. Applica tu demonstrationem. Isto modo inquirere debes, an habet subsuprapartientem rationalem aut submultiplicem subsuprapartientem rationalem aut submultiplicem, subsuperparticularem investigando et inquirendo ex conclusione undecima, an talis proportio rationalis proposita habeat partem aliquotam rationalem vel partes, a qua vel a quibus denominatur dicta proportio minoris inaequalitatis, et si sic, ascribenda est ei talis proportio minoris inaequalitatis rationalis, sin minus, asserendum est ipsam non habere talem proportionem minoris inaequalitatis rationalem. Patet igitur correlarium. Profundius enim velle illud demonstrare est ipsum tenebris involvere. ¶ Sequitur sexto per modum epilo[g]i omnium eorum, quae praesenti capite digesta sunt, quod quavis proportione rationali proposita scire poterimus, an habeat aliquam proportionem rationalem maioris inaequalitatis ad seipsam et minoris inaequalitatis, et quas habeat, et quas non. Et hoc caput diligenter considera, quoniam ex eo pendet ferme universalis huius materiae inquisitio, et suprema eius difficultas. ¶ His adde, quod doctrina huius capitis habita, proposita aliqua certa velocitate proveniente ab aliqua proportione rationali nota, iudicare poteris de quacumque alia velocitate a quavis alia proportione proveniente, commensurabiles sint necne. Item proposita quavis velocitate proveniente ab aliqua proportione rationali nota scire de quacumque alia velocitate datae velocitati commensurabili, a qua proportione proveniat, rationali videlicet vel irrationali, quo ex his scito et sequentibus particularius scire poteris, ex qua rationali vel irrationali proveniat specifice.

7. Kapitel des 2. Teils

Capitum septimum, in quo agitur de mediae rei inventione et proportione proportionum rationalis et irrationalis

Ad habendam aliqualem notitiam de proportione proportionis rationalis et irrationalis et duarum irrationalium sit:

Prima suppositio: omnis numerus habet numerum ad se duplum, triplum, quadruplum et sic in infinitum ascendendo per species proportionis multiplicis. Ista suppositio patet ex se, quam dato uno numero ex duabus unitatibus adaequate composito dabitur unus alter compositus ex quatuor, et ille erit duplus, et alter ex sex, et erit triplus, et alter ex octo, et erit quadrupus, et sic sine termino.

Secunda suppositio: omnis numerus rerum divisibilium sive quantitas habet cuiuscumque | denominationis aliquam partem aliquotam cum fractione vel sine fractione. Volo dicere, quod signato quocumque numero rerum divisibilium talis numerus habet medietatem, tertiam, quartam, quintam, sextam, septimam et sic in infinitum. Probatur, quia capto numero duodenario ille habet medietatem, puta numerum senarium, habet numerum quaternarium pro tertia, ternarium pro quarta, pro quinta vero habet numerum cum fractione, ad quam fractionem inveniendam oportet duodecim per quinque dividere, et exibit binarius cum duabus quintis iuxta doctrinam superius positam octavo capite primae partis. Et sic operandum est in cuiusvis alterius partis aliquotae inventione.

Tertia suppositio: supra quemcumque numerum rerum divisibilium contingit dare numerum continentem ipsum et medietatem et alium continentem ipsum et unam tertiam et duas tertias aut tres quartas et sic de q[u]ibuscumque aliis partibus aliquotis. Patet, quam ad dandum numerum continentem ipsum et medietatem sufficit addere illi medietatem sui, et ad dandum numerum continentem ipsum et duas tertias sufficit ei addere illas duas tertias, ut patet ex se aspicienti in numeris. Quomodo autem tales partes inveniantur praecedens suppositio declarat.

Quarta suppositio: quodlibet continuum est duplum ad suam medietatem, triplum ad tertiam, quadruplum ad quartam, sesquialterum ad duas tertias et sic de qualibet alia specie proportionis. Patet haec suppositio ex definitionibus terminorum.

Quinta suppositio: omnis proportio habet medietatem, tertiam, quartam et sic in infinitum. Probatur haec suppositio, quia omnis quantitas continua, et quodlibet continuo successive diminuibile est huiusmodi, et omnis proportio est quantitas continua aut continuo partibiliter diminuibilis, (et distribuat ly „omnis“ pro generibus singulorum more mathemathicorum), igitur propositum.

Sexta suppositio: si aliquae duae quantitates continu[o] se habeant in aliqua proportione rationali vel irrationali, dabilis est una tertia qualibet illarum maior, quae se habeat in eadem proportione ad maiorem illarum, ut si 4 et 2 se habeant in aliqua proportione, dabilis est alter numerus, puta 8, qui in eadem proportione se habeat ad 4, et si diameter A se habeat in aliqua proportione ad costam B, dabilis est una alia quantitas, puta C, quae se habet in eadem proportione ad B. Patet haec suppositio ex se.

His positis sit prima conclusio: quaelibet proportio rationalis in qualibet proportione multiplici ab aliqua rationali exceditur. Hoc est, qua[e]libet proportio rationalis habet proportionem duplam, triplam, quadruplam et sic in infinitum rationales. Probatur haec conclusio, quia si illa proportio fuerit multiplex, manifestum est, quod ad numerum eius maiorem dabitur aliquis numerus se habens in eadem proportione, ad illum sicut ille partes habet ad minorem, ut patet ex prima suppositione, et tunc illius ad minimum erit proportio dupla ad proportionem medii ad minimum, quam illa componitur ex duabus aequalibus illi, et si addatur quartus numerus se habens in eadem proportione ad tertium, in qua tertius se habet ad secundum, sicut potest fieri ex prima suppositione, iam proportio illius ad minimum erit tripla ad proportionem secundi ad minimum, et cum possint sic addi infiniti termini continuo proportionabiles illa proportione multiplici, ut patet ex prima suppositione, sequitur, quod ad illam proportionem dabitur proportio dupla, tripla, quadrupla, et sic in infinitum. Patet consequentia ex octava conclusione praecedentis capitis. Si vero illa sit superparticularis ad maximum extremum eius, addetur