Edition Open Sources
Sources 8

Stefan Paul Trzeciok:

4. Kapitel des 2. Teils

DOI: 10.34663/9783945561102-16

In: Stefan Paul Trzeciok: *Alvarus Thomas und sein Liber de triplici motu : Band II: Bearbeiteter Text und Faksimile*
Online version at `https://edition-open-sources.org/sources/8/`

ISBN 978-3-945561-10-2, DOI 10.34663/9783945561102-00
First published 2016 by Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, Edition Open Sources

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at `http://dnb.d-nb.de`

nalis illatio. isto modo arguendo sicut se habent octo ad quatuor ita duo ad vnū. igitur sicut se habēt vnū et duo ad duo ita quatuor et octo ad octo. Et differt iste modus arguendi a tertio quia in consequente tertii inferuntur ꝓportiones maioris inequalitatis in isto autem inferuntur ꝓportiones minoris inequalitatis. ¶ Equa aūt ꝓportionalitas est duabus multitudinibus quantitatum aut numerorū datis numero equalibus: et ꝓportionabilibus continuo eadem proportione: exclusis medijs extremorum ꝓportionalis illatio. Isto modo arguendo sicut se habent. 1. 2. 4. ita. 4. 8. 16. igitur sicut se habent. 4. ad. 16. ita. 1. ad. 4. Poteris etiā exēplificare in alijs generibus proportionū addendo in qualibet illarū duarū multitudinū quotcunq terminos volueris dūmō sint continuo ꝓportionabiles: ⁊ tot in vna multitudine quot in altera. ¶ Et aduerte ꝙ illa particula sicut se habent que ponitur in oībus his modis arguēdi: denotat similitudinē specificā ꝓportionum. Et intelligitur sic sicut se habēt. 1. 2. 4. ita. 3. 6. 12. hoc est quacunq ꝓportione ꝓportionantur sereatim 1. 2. 4. eadē ꝓportione specifice ꝓportionant̄: 3. 6. 12. ¶ Sed qm̄ hi sex modi argumētandi in ꝓportionalitatibus sunt plurimū vsitati: ⁊ apud philosophantes calculatores ⁊ apud primores mathemathicorum celebres habentur quibus magnam sue doctrine partē demōstrant: ideo nō abs re eos arguendi modos in presentiarum duxi demonstrandos: qm̄ horum modorum arguendi demōstrationes ex precedenti capite eliciūtur facile. Sit igitur.

Equa proportionalitas.

Denotatio illius pticule sicut se hꝫ:

Prima conclusio. Argumentatio a cōuersa ꝓportiōalitate est necessariū argumentū. Hec conclusio suā demonstrationē ex tertio correlario quarte cōclusionis precedentis capitis sortitur: qm̄ illud correlariū principaliter ostēdit hūc modū arguēdi ꝓportiōalitate cōuersa esse validū

Secunda conclusio modus ratiocinandi a ꝓportionalitate permutata siue cōmutata infallibilis est. Probatur hec cōclusio manifeste ex quarta precedentis capitis. Idem enim hec et illa intendunt.

Tertia cōclusio Deductio illa et modus arguendi qui ꝓportionalitati cōiuncte innitit̄ omni exceptione est maior. Patet hec cōclusio demonstratione euidenti ex primo correlario eiusdē quarte conclusionis.

Quarta conclusio Forma ratiocinādi a disiūcta ꝓportiōalitate oēm exuperat instantiam. Semp prauū excipio intellectū. Hec conclusio patrocinante quarto correlario quarte cōclusionis predicte manifesta euadet.

Quinta conclusio Consequentia illa que ꝓportionalitas euersa nūcupat̄ omne dubietatis telū euertit facile: ⁊ inconcussa permanet. Hec etiā cōclusio quīti correlarii auxilio mōstrat̄.

Sexta conclusio Equa argumentatio ita equitatis mediū fureat: vt nullo instantie vicio in eā adducto ab equitatꝫ ⁊ rectitudinis tramite declinet. Hui⁹ conclusionis inconcussa equitas atq inuiolata veritas clipeis ⁊ armis sexti correlarii eiusdē conclusionis munitur ⁊ defensatur. Et hec ad demōstrandos predictos arguendi modos dixisse sufficiat qm̄ illorum correlariorum demonstratio harum cōclusionum est euidens probatio.

¶ Capitulum quartum in quo agitur de excessu cōpositione ⁊ diuisione ꝓportionū.

Ad inuestigandum paucis ex quibus ꝓportionibus ꝓportio aliqua cōponitur: in quas resoluitur: ⁊ qua vel quibus minorē excedit: pono aliquas suppositiones quarum alique sunt diffinitiones: et petitiones: alie vero demonstrabuntur.

Prima suppositio. Primi termini alicuius ꝓportionis sunt illi qui in sua ꝓportione sunt minimi. Minimi autē termini alicui⁹ ꝓportionis (⁊ loquor tam in quantitate continua quam discreta) sunt quorū minor denominatur ab vnitate: maior vero a numero vel numero cū fractiōe vel vnitate cū fractione. Hec nō ꝓbatur qr diffinitio est sed exēplo explicatur binarius enī ⁊ vnitas sunt primi termini ꝓportionis duple: ternarius ⁊ vnitas triple: quaternarius ⁊ vnitas quadruple: ⁊ sic cōsequenter. Unitas ⁊ vnitas cū medietate: ⁊ vnitas cū vnitate ⁊ tertia. Itē vnitas cū quarta ⁊ vnitas ⁊ sic cōsequenter sunt primi termini superparticulariū proportionum. Unitatis. n. cum medietate ad vnitatem est sexquialtera: et vnitatis cum tertia ad vnitatem sexquitertia: vnitatis cum quarta sexquiquarta: ⁊ sic consequēter. Et isto modo exēplificabis in alijs generibus proportionū.

Minimi termini.

Secunda suppositio. Denominatio alicuius ꝓportionis est illa que sumitur a maiori primorum terminorum talis ꝓportionis. vt denominatio duple sumitur a binario qui est maior terminorū primorum proportionis duple: ⁊ denominatio sexquialtere ab vnitate cū dimidio. ¶ Ex quo sequitur ꝙ species ꝓportionis multiplicis denominātur cōsequenter a naturali serie numerorum. Patꝫ qr maior terminus primorum terminorum ꝓportionis duple est binari⁹, triple, ternari⁹, quadruple quaternarius: ⁊ sic consequēter ꝓcedendo per naturalē seriē numerorum referendo numeros ad vnitatem igitur ex secūda suppositione tales species denominantur a naturali serie. ¶ Sequitur secundo ꝙ species ꝓportionis superparticularis denominātur ab vnitate cū aliqua parte aliquota. Probat̄ qr maior terminus primorum numerorum ꝓportionis sexquialtere est vnitas cū dimidio: ⁊ sexquitertie vnitas cū tertia: ⁊ sexquiquarta cū quarta ⁊ sexquiquinta cū quinta: ⁊ sic consequenter descendēdo per partes aliquotas denominatas continuo a naturali serie numerorum: igitur species ꝓportionis superparticularis denominantur ab vnitate cū parte aliquota. ¶ Sequitur tertio ꝙ oēs species ꝓportionis suprapartientis denominantur ab vnitate cū aliquot partibus aliquotis nō facientibus vnā. Probatur qr maior primorum terminorum ꝓportionis suprabipartientis tertias est vnitas cū duabus tertijs: ⁊ suprabipartiētis quītas vnitas cū duabus quintis: ⁊ suprabipartientis septimas vnitas cū duabus septimis: ⁊ sic consequenter: discurrēdo per duas partes aliquotas numeri imparis. Item discurrendo per tres partes aliquotas nō facientes vnā. per quatuor, per quinq ⁊ sic consequenter: igitur species ꝓportionis suprapartiētis denominātur ab vnitate cū aliquot partibus aliquotis nō facientibus vnā. ¶ Sequit̄ quarto ꝙ ꝓportiones cōposite denominātur a numero cū fractione partis aliquote vel partiū aliquotarū nō facientiū vnā. Ostendas hoc correlariū sicut precedentia.

1. correlarium.

2. correl.

3. correl.

4. correl.

illatio. Isto modo arguendo sicut se habent octo ad quatuor, ita duo ad unum, igitur sicut se habent unum et duo ad duo, ita quatuor et octo ad octo. Et differt iste modus arguendi a tertio, quia in consequente tertii inferuntur proportiones maioris inaequalitatis, in isto autem inferuntur proportiones minoris inaequalitatis. ¶ Aequa autem proportionalitas est duabus multitudinibus quantitatum aut numerorum datis numero aequalibus, et proportionabilibus continuo eadem proportione, exclusis mediis extremorum proportionalis illatio. Isto modo arguendo sicut se habent 1, 2, 4, ita 4, 8, 16, igitur sicut se habent 4 ad 16, ita 1 ad 4.

Poteris etiam exemplificare in aliis generibus proportionum addendo in qualibet illarum duarum multitudinum, quotcumque terminos volueris, dummodo sint continuo proportionabiles, et tot in una multitudine, quot in altera. ¶ Et adverte, quod illa particula sicut se habent, quae ponitur in omnibus, his modis arguendi, denotat similitudinem specificam proportionum. Et intelligitur sic, sicut se habent 1, 2, 4, ita 3, 6, 12. Hoc est, quacumque proportione proportionantur sereatim 1, 2, 4, eadem proportione specifice proportionantur 3, 6, 12. ¶ Sed quam hi sex modi argumentandi in proportionalitatibus sunt plurimum usitati, et apud philosophantes calculatores et apud primores mathematicorum celebres habentur, quibus magnam suae doctrinae partem demonstrant, ideo non abs re eos arguendi modos in praesentiarum duxi demonstrandos, quam horum modorum arguendi demonstrationes ex praecedenti capite eliciuntur facile. Sit igitur:

Prima conclusio: argumentatio a conversa proportionalitate est necessarium argumentum. Haec conclusio suam demonstrationem ex tertio correlario quartae conclusionis praecedentis capitis sortitur, quam illud correlarium principaliter ostendit hunc modum arguendi proportionalitate conversa esse validum.

Secunda conclusio: modus ratiocinandi a proportionalitate permutata sive commutata infallibilis est. Probatur haec conclusio manifeste ex quarta praecedentis capitis. Idem enim haec et illa intendunt.

Tertia conclusio: deductio illa et modus arguendi, qui proportionalitati coniunctae innititur, omni exceptione est maior. Patet haec conclusio demonstratione evidenti ex primo correlario eiusdem quartae conclusionis.

Quarta conclusio: forma ratiocinandi a disiuncta proportionalitate omnem exsuperat instantiam. Semper pravum excipio intellectum. Haec conclusio patrocinante quarto correlario quartae conclusionis praedictae manifesta evadet.

Quinta conclusio: consequentia illa, quae proportionalitas eversa nuncupatur, omne dubietatis telum evertit facile et inconcussa permanet. Haec etiam conclusio quinti correlarii auxilio monstratur.

Sexta conclusio: aequa argumentatio ita aequitatis medium su[b]eat, ut nullo instantiae vitio in eam adducto ab aequitatis et rectitudinis tramite declinet. Huius conclusionis inconcussa aequitas atque inviolata veritas clipeis et armis sexti correlarii eiusdem conclusionis munitur et defensatur. Et haec ad demonstrandos praedictos arguendi modos dixisse sufficiat, quam illorum correlariorum demonstratio harum conclusionum est evidens probatio. |

4. Kapitel des 2. Teils

Capitulum quartum, in quo agitur de excessu compositione et divisione proportionum

Ad investigandum paucis ex quibus proportionibus proportio aliqua componitur, in quas resolvitur et qua vel quibus minorem excedit, pono aliquas suppositiones, quarum aliquae sunt definitiones et petitiones, aliae vero demonstrabuntur.

Prima suppositio: primi termini alicuius proportionis sunt illi, qui in sua proportione sunt minimi. Minimi autem termini alicuius proportionis – et loquor tam in quantitate continua quam discreta – sunt, quorum minor denominatur ab unitate, maior vero a numero vel numero cum fractione vel unitate cum fractione. Haec non probatur, quia definitio est, sed exemplo explicatur: binarius enim et unitas sunt primi termini proportionis duplae, ternarius et unitas triplae, quaternarius et unitas quadruplae et sic consequenter, unitas et unitas cum medietate et unitas cum unitate et tertia, item unitas cum quarta et unitas et sic consequenter sunt primi termini superparticularium proportionum. Unitatis enim cum medietate ad unitatem est sexquialtera, et unitatis cum tertia ad unitatem sexquitertia, unitatis cum quarta sexquiquarta et sic consequenter. Et isto modo exemplificabis in aliis generibus proportionis.

Secunda suppositio: denominatio alicuius proportionis est illa, quae sumitur a maiori primorum terminorum talis proportionis, ut denominatio duplae sumitur a binario, qui est maior terminorum primorum proportionis duplae, et denominatio sesquialterae ab unitate cum dimidio. ¶ Ex quo sequitur, quod species proportionis multiplicis denominantur consequenter a naturali serie numerorum. Patet, quia maior terminus primorum terminorum proportionis duplae est binarius, triplae ternarius, quadruplae quaternarius et sic consequenter procedendo per naturalem seriem numerorum referendo numeros ad unitatem, igitur ex secunda suppositione tales species denominantur a naturali serie. ¶ Sequitur secundo, quod species proportionis superparticularis denominantur ab unitate cum aliqua parte aliquota. Probatur, quia maior terminus primorum numerorum proportionis sexquialterae est unitas cum dimidio, et sexquitertiae unitas cum tertia, et sexquiquarta cum quarta, et sexquiquinta cum quinta et sic consequenter descendendo per partes aliquotas denominatas continuo a naturali serie numerorum, igitur species proportionis superparticularis denominantur ab unitate cum parte aliquota. ¶ Sequitur tertio, quod omnes species proportionis suprapartientis denominantur ab unitate cum aliquot partibus aliquotis non facientibus unam. Probatur, quia maior primorum terminorum proportionis suprabipartientis tertias est unitas cum duabus tertiis, et suprapartientis quintas unitas cum duabus quintis, et suprabipartientis septimas unitas cum duabus septimis et sic consequenter discurrendo per duas partes aliquotas numeri imparis. Item discurrendo per tres partes aliquotas non facientes unam, per quatuor, per quinque et sic consequenter, igitur species proportionis suprapartientis denominantur ab unitate cum aliquot partibus aliquotis non facientibus unam. ¶ Sequitur quarto, quod proportiones compositae denominantur a numero cum fractione partis aliquote vel partium aliquotarum non facientium unam. Ostendas hoc correlarium sicut praecedentia.

Tertia suppositio. Oēs ꝓpoꝛtiões sūt eq̄les quarū denoīationes sunt eq̄les ⁊ illa maioꝛ cuiꝰ denoīatio ē maioꝛ: ⁊ illa mīoꝛ: cuiꝰ denoīatio mīoꝛ. Illa autem denoīatio dicitur maioꝛ que sumitur a maioꝛi numero cū fractione vel sine: vel ab vnitate cū maioꝛi fractione. Hec nō demōstratur qꝛ diffinitio est ⁊ a Ioꝛdano petitur in principio secūdi elemētoꝝ. Exemplū vt ꝓpoꝛtio que est 8. ad. 4. est equalis ꝓpoꝛtioni que est. 2. ad. 1. quia vtraqꝫ illarū denominatur dupla. Sexquialtera autē maioꝛ est sexquitertia: qꝛ denominatio eius maioꝛ est: denominatur enī ab vnitate cū medietate: altera vero ab vnitate cum tertia. Modo plus est vnitas cū medietate quā cū tertia.

Ioꝛ. scdo ele.

Quarta suppositio. Omne totum ex quantolibet minoꝛi eo cōponitur: ⁊ distribuat ly quātolibet pꝛo generibus singuloꝝ. Probatꝛ hec suppositio qꝛ quātūlibet minus aliquo maioꝛi eo est pars illius: ergo ex quātolibet tali cōponitur. Probatur antecedens qꝛ capto vno pedali: quātalibet mīoꝛ quātitas pedali est ps eiꝰ vt ptꝫ ex se.

Quinta suppositio. Omne cōpositū ex duobus equalibus adequate: est pꝛecise duplū ad vtrūqꝫ illoꝝ: ⁊ omne cōpositū ex tribus equalibus adequate est triplum ad quodlibet illoꝝ: ⁊ ex quattuoꝛ quadruplū: ⁊ ex quinqꝫ quintuplum. ⁊c̄. Patet hec suppositio ex diffinitione dupli, tripli quadrupli, ⁊ sic sine termino.

Sexta suppositio. Omne cōpositū ex duobus inequalibus est maius quā duplum ad minꝰ illoꝝ: ⁊ minus quā duplū ad maius illoꝝ: et si cōponatur ex tribus inequalibus: est maius quā triplū ad minimū illoꝝ: ⁊ minꝰ quā triplū ad maximū: ⁊ si ex quattuoꝛ est maius quā quadruplum ad minimū illoꝝ: ⁊ minus quā quadruplū ad maximū: ⁊ sic consequēter: si cōponatur ex quinqꝫ, ex sex. ⁊c̄. Probatur pꝛima pars: qꝛ illud cōpositum continet minus illoꝛū duoꝛū bis: ⁊ aliquid vltra: ergo est maius quā duplū ad illud. Cōsequētia est nota: ⁊ antecedens ꝓbatur: qꝛ si ꝯtineret minꝰ bis adequate iam illud esset sua medietas: ⁊ per consequens residuū etiā esset medietas: et sic illa duo essent equalia quod est contra hypothesim. Alia pars huius partis similiter ꝓbatur qꝛ si esset duplū ad maius illoꝝ iā illud esset sua medietas qđ modo est īpugnatū. Secūda pars pꝛobatur quia illud cōpositū continet minimū illoꝝ triū ter ⁊ aliquid vltra: ergo est plusquā triplū ad illud. Consequētia patet ⁊ antecedens ꝓbatur qꝛ si cōtineret eū ter adequate iā illud esset vna tertia eius vt ptꝫ ex se ⁊ ꝑ cōsequēs alie due partes essent due tertie ⁊ sic aggregatū ex eis esset dupluꝫ ad illud minimū: sed hoc est falsum: qꝛ alterū illoꝝ duoꝝ est maius isto minimo: ⁊ aliud equale vel maius vt constat: igitur aggregatū ex istis duobꝰ est maiꝰ quā duplū ad illud minimū. Alia pars huius partis ꝓbatur qꝛ maximū illoꝝ triū est maius quā tertia ergo cōpositū ex illis est minꝰ quā triplū ad illud. Cōsequentia patet ⁊ antecedens ꝓbatur qꝛ si esset adeq̄te tertia iā alie due ptes essent due tertie: ⁊ sic aggregatū ex eis esset duplū ad illud qđ est falsuꝫ qꝛ aggregatū ex aliis duobus componitur ex vno minoꝛi illo: ⁊ alio equali vel minoꝛi: igitur aggregatū ex eis nō est duplū ad illud. Et sic ꝓbabis alias partes. Patet igitur suppositio.

Septima suppositio. Quādo aliqua latitudo siue excessus additur alicui maioꝛē ꝓpoꝛ-

tionē acquirit quā quādo eidē additur minoꝛ excessus siue latitudo: vt quando quaternario additur quaternarius maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit quā quando ei additur binarius: Et ex consequenti sequitur ꝙ quādo aliq̄d deperdit aliquā latitudinē siue quantitatē maioꝛē ꝓpoꝛtionē deperdit quaꝫ quando deperdit minoꝛē latitudinē. Hec suppositio cū suo coꝛrelario pꝛopter sui euidentiā nō pꝛobatur: sed simpliciter petitur.

Octaua suppositio. Quādocūqꝫ idē excessus siue latitudo additur maioꝛi ⁊ minoꝛi: maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit minꝰ quā maius. Et cum maius ⁊ minus deperdūt eandē latitudinē siue excessum maioꝛē ꝓpoꝛtionē deperdit minus quā maius: vt si quaternarius ⁊ octonarius perdant binariū maioꝛē ꝓpoꝛtionē deperdit quaternarius quā octonarius. Quaternarius enī perdit ꝓpoꝛtionē duplā: octonarius vero sexquitertiā: vt constat. Et si binarius ⁊ senarius binariū acquirant binariꝰ eadē ratione maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit quam senarius: vt cōstat. Probatur sint a. b. due quantitates siue numeri siue quevis alie latitudines a. maioꝛ ⁊ b. minoꝛ que se habeant in ꝓpoꝛtione f. ⁊ acquirat tam a. quā b. d. excessum siue latitudinē: tunc dico ꝙ b. maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit quā a. Quod sic ꝓbatur: ⁊ volo ꝙ quādo a. acquirit d. anteaquā b. acquirat ipsum d. acquirat vnā quantitatē ad quā d. se habet in ꝓpoꝛtione f. ⁊ sit illa quantitas e. ⁊ arguitur sic a. ⁊ b. se habent in ꝓpoꝛtione f. ⁊ quantitas acquisita ipsi a se habet etiā in eadē ꝓpoꝛtione ad quantitatē acquisitam ipsi b. ergo continuo a. ⁊ b. manent in eadē ꝓpoꝛtione f. in qua se habebant ante talē acquisitionē. Patet hec cōsequentia ex quīto coꝛrelario quīte conclusionis secūdi capitis huiꝰ: ⁊ per cōsequens tantā ꝓpoꝛtionē acquisiuit b. supꝛa se quantam a supꝛa se. Si enī b. acquisiuisset minoꝛē iā ꝓpoꝛtio inter a. ⁊ b. fuisset augmentata: ⁊ si maioꝛem iam fuisset diminuta: qm̄ quantā ꝓpoꝛtionē acquirit numerus minoꝛ vltra numeꝝ maioꝛē tantū dep̄dit ꝓpoꝛtio inter illos numeros: ⁊ quantā numerus maioꝛ acquirit vltra minoꝛē tātā acq̄rit ꝓpoꝛtio int̄ illos nūeros siue q̄uis alia latitudo: vt ꝯstat ex supioꝛibꝰ ⁊ ex ꝯsti quantā ꝓpoꝛtionē acq̄siuit b. ꝑ acquisitionē e. latitudinis tantā adequate acquisiuit a. per additionē d. latitudinis ⁊ ecōtra. igit̄ quando b. acquirit d. maioꝛē latitudinē quā sit e. maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit: ⁊ per cōsequens maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit b: acquirendo d. quam a. acquirendo d. quod fuit pꝛobandū. Patet tamen consequentia ex septima suppositione huiꝰ capitis. Et sic patet pꝛima pars: ⁊ secunda facile ꝓbatur qm̄ si quando a. ⁊ b. acquirūt d. latitudinē maioꝛē ꝓpoꝛtionē acquirit b. quā a. sequitur ꝙ cū deperdunt eandē d. latitudinē maioꝛē ꝓpoꝛtionem deperdit b. quā a. Nam adequate perdit illā quā acquisiuit ⁊ maioꝛē acquisiuit: ergo maioꝛem deperdit. Et sic patet suppositio.

His iactis fundamentis sit pꝛima cōclusio. Oīs ꝓpoꝛtio multiplex, multiplex supparticularis, vel multiplex supꝛapartiens est maioꝛ ꝓpoꝛtione superparticulari vel supꝛapartiente. Probatur: qꝛ cuiuslibet ꝓpoꝛtionis multiplicis, multiplicis supparticularis, vel multiplicis supꝛapartientis, denominatio est maioꝛ quā alicuius superparticularis vel supꝛapartientis: igitur quelibet ꝓpoꝛtio multiplex, aut multiplex superparticularis, aut multiplex supꝛapartiēs, est ma

Tertia suppositio: omnes proportiones sunt aequales, quarum denominationes sunt aequales, et illa maior, cuius denominatio est maior, et illa minor, cuius denominatio minor. Illa autem denominatio dicitur maior, quae sumitur a maiori numero cum fractione vel sine vel ab unitate cum maiori fractione. Haec non demonstratur, quia definitio est, et a Iorda[n]o petitur in principio secundi elementorum. Exemplum, ut proportio, quae est 8 ad 4, est aequalis proportioni, quae est 2 ad 1, quia utraque illarum denominatur dupla. Sexquialtera autem maior est sexquitertia, quia denominatio eius maior est, denominatur enim ab unitate cum medietate, altera vero ab unitate cum tertia. Modo plus est unitas cum medietate quam cum tertia.

Quarta suppositio: omne totum ex quantolibet minori eo componitur, et distribuat ly „quantolibet“ pro generibus sing[u]lorum. Probatur haec suppositio, quia quantumlibet minus aliquo maiori eo est pars illius, ergo ex quantolibet tali componitur. Probatur antecedens, quia capto uno pedali quantalibet minor quantitas pedali est pars eius, ut patet ex se.

Quinta suppositio: omne compositum ex duobus aequalibus adaequate est praecise duplum ad utrumque illorum, et omne compositum ex tribus aequalibus adaequate est triplum ad quodlibet illorum, et ex quattuor quadruplum, et ex quinque quintuplum et cetera. Patet haec suppositio ex definitione dupli, tripli, quadrupli et sic sine termino.

Sexta suppositio: omne compositum ex duobus inaequalibus est maius quam duplum ad minus illorum et minus quam duplum ad maius illorum, et si componatur ex tribus inaequalibus, est maius quam triplum ad minimum illorum et minus quam triplum ad maximum, et si ex quattuor, est maius quam quadruplum ad minimum illorum et minus quam quadruplum ad maximum et sic consequenter, si componatur ex quinque, ex sex et cetera. Probatur prima pars, quia illud compositum continet minus illorum duorum bis et aliquid ultra, ergo est maius quam duplum ad illud. Consequentia est nota, et antecedens probatur, quia si contineret minus bis adaequate, iam illud esset sua medietas, et per consequens residuum etiam esset medietas, et sic illa duo essent aequalia, quod est contra hypothesim. Alia pars huius partis similiter probatur, quia si esset duplum ad maius illorum, iam illud esset sua medietas, quod modo est impugnatum. Secunda pars probatur, quia illud compositum continet minimum illorum trium ter et aliquid ultra, ergo est plusquam triplum ad illud. Consequentia patet, et antecedens probatur, quia si contineret eum ter adaequate iam illud esset una tertia eius, ut patet ex se, et per consequens aliae duae partes essent duae tertiae, et sic aggregatum ex eis esset duplum ad illud minimum, sed hoc est falsum, quia alterum illorum duorum est maius isto minimo, et aliud aequale vel maius, ut constat, igitur aggregatum ex istis duobus est maius quam duplum ad illud minimum. Alia pars huius partis probatur, quia maximum illorum trium est maius quam tertia, ergo compositum ex illis est minus quam triplum ad illud. Consequentia patet, et antecedens probatur, quia si esset adaequate tertia, iam aliae duae partes essent duae tertiae, et sic aggregatum ex eis esset duplum ad illud, quod est falsum, quia aggregatum ex aliis duobus componitur ex uno minori illo, et alio aequali vel minori, igitur aggregatum ex eis non est duplum ad illud. Et sic probabis alias partes. Patet igitur suppositio.

Septima suppositio: quando aliqua latitudo sive excessus additur alicui, maiorem proportionem | acquirit, quam quando eidem additur minor excessus sive latitudo, ut quando quaternario additur quaternarius, maiorem proportionem acquirit, quam quando ei additur binarius. Et ex consequenti sequitur, quod quando aliquid deperdit aliquam latitudinem sive quantitatem, maiorem proportionem deperdit, quam quando deperdit minorem latitudinem. Haec suppositio cum suo correlario propter sui evidentiam non probatur, sed simpliciter petitur. Et ex consequenti sequitur, quod quando aliquid deperdit aliquam latitudinem sive quantitatem, maiorem proportionem deperdit, quam quando deperdit minorem latitudinem. Haec suppositio cum suo correlario propter sui evidentiam non probatur, sed simpliciter petitur.

Octava suppositio: quandocumque idem excessus sive latitudo additur maiori et minori, maiorem proportionem acquirit minus quam maius. Et cum maius et minus deperdunt eandem latitudinem sive excessum, maiorem proportionem deperdit minus quam maius, ut si quaternarius et octonarius perdant binarium, maiorem proportionem deperdit quaternarius quam octonarius. Quaternarius enim perdit proportionem duplam, octonarius vero sesquitertiam, ut constat. Et si binarius et senarius binarium acquirant, binarius eadem ratione maiorem proportionem acquirit quam senarius, ut constat. Probatur, sint AB duae quantitates si[v]e numeri sive quaevis aliae latitudines, A maior et B minor, quae se habeant in proportione F, et acquirat tam A quam B D excessum sive latitudinem, tunc dico, quod B maiorem proportionem acquirit quam A. Quod sic probatur, et volo, quod quando A acquirit D antea, quam B acquirat ipsum D acquirat unam quantitatem, ad quam D se habet in proportione F, et sit illa quantitas E, et arguitur sic: A et B se habent in proportione F, et quantitas acquisita ipsi A se habet etiam in eadem proportione ad quantitatem acquisitam ipsi B, ergo continuo A et B manent in eadem proportione F, in qua se habebant ante talem acquisitionem. Patet haec consequentia ex quinto correlario quintae conclusionis secundi capitis huius, et per consequens tantam proportionem acquisivit B supra se, quantam A supra se. Si enim B acquisivisset minorem, iam proportio inter A et B fuisset augmentata, et si maiorem, iam fuisset diminuta, quam quantam proportionem acquirit numerus minor ultra numerum maiorem, tantam deperdit proportio inter illos numeros, et quantam numerus maior acquirit ultra minorem, tantam acquirit proportio inter illos numeros sive quaevis alia latitudo, ut constat ex superioribus, et ex consequenti quantam proportionem acquisivit B per acquisitionem E latitudinis, tantam adaequate acquisivit A per additionem D latitudinis et eocontra. Igitur quando B acquirit D maiorem latitudinem, quam sit E, maiorem proportionem acquirit, et per consequens maiorem proportionem acquirit B acquirendo D, quam A acquirendo D. Quod fuit probandum. Patet tamen consequentia ex septima suppositione huius capitis. Et sic patet prima pars, et secunda facile probatur, quam si, quando A et B acquirunt D latitudinem, maiorem proportionem acquirit B quam A, sequitur, quod, cum deperdunt eandem D latitudinem, maiorem proportionem deperdit B quam A. Nam adaequate perdit illam, quam acquisivit, et maiorem acquisivit, ergo maiorem deperdit. Et sic patet suppositio.

His iactis fundamentis sit prima conclusio: omnis proportio multiplex, multiplex superparticularis vel multiplex suprapartiens est maior proportione superparticulari vel suprapartiente. Probatur, quia cuiuslibet proportionis multiplicis, multiplicis superparticularis vel multiplicis suprapartiens denominatio est maior quam alicuius superparticularis vel suprapartientis, igitur quaelibet proportio multiplex aut multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens est maior ioꝝ ꝓportione ſuppartıculari aut ſupꝛapartiente Conſequētia eſt nota ex tertia ſuppoſitione ⁊ antecedēs ꝓbatur: qꝛ denominationes illaꝝ ꝓportionum multiplicis, multiplicis ſuppartıcularis, ⁊ multiplicis ſupꝛapartientis, ſumūtur a nūero vel numero cum fractione: denominationes vero ſuppartıcularis, aut ſupꝛapartientis, ſumuntur ab vnitate cū fractione: vt patet ex correlarijs ſecunde ſuppoſitionis huiꝰ capitis: igitur denominationes illaꝝ puta multiplicis: multiplicis. ⁊c. ſunt maiores quā ſuppartıcularis aut ſupꝛapar-

1. correlarium. tientis. Et ſic patet cōcluſio. ¶ Ex qua ſequitur pꝛimo: ꝙ ꝓportiones multiplices ſuppartıculares: ⁊ multiplices ſupꝛapartientes ſunt maiores ꝓportionibꝰ multiplıplicibꝰ: ita ꝙ quelibet multiplex ſuppartıcłaris, aut ſupꝛapartiēs, qualibet multiplici ab eodē numero denominata eſt maioꝛ: vt dupla ſexquialtera eſt maioꝛ dupla: tripla ſexquiquarta maioꝛ tripla: tripla eīm ⁊ tripla ſexquiq̄rta ab eodē numero denominantur: ſed nō adequate. Patet hoc correlariū eo modo quo concluſio.

2. correl. ¶ Sequitur ſecūdo: ꝙ ex dictis faciliter eſt inuenire modū cognoſcendi ꝓpoſitis ꝓportiōe ſuppartıculari ⁊ ſupꝛapartiēte: que illaꝝ ſit maioꝛ. Pꝛobatur: ⁊ ꝓponantur due ꝓportiones a. ſuppartıcularis ⁊ b. ſupꝛapartiēs: ⁊ cū quelibet ſupꝛapartiens denominetur ab vnitate cū fratione partiū aliquotaꝝ nō facientiū vnā: ⁊ quelibet ſuppartıcularis ab vnitate cū fractiōe partis aliquote: vt dictū eſt: ⁊ omne aggregatū ex partibus aliquotꝭ alicuiꝰ nō facientibus vnā eſt qualibet parte aliquota eiuſdē maius vel minꝰ: vel igitur illud aggregatū partiū aliquotaꝝ a quo denoīatur ꝓportio b. ſupꝛapartiens eſt maius parte aliquota a qua denomiatur ꝓportio a. ſuppartıcularis: aut minus: ſi maius tūc ꝓportio ſupꝛapartiēs eſt maioꝛ data ꝓportione ſuppartıculari a. Sin minus tunc ꝓportio ſuppartıcularis eſt maioꝛ data ꝓportiōe b. ſupꝛapartiente: qm̄ denomiatur ab vnitate cū maioꝛi fractione.

Secunda concluſio. Ois pꝛopoꝛtio

extremi ad extremū cōponitur ex qualibet minoꝛi ꝓportiōe illa: vt ꝓportio dupla cōponitur ex qualibet ꝓportione ſupꝛapartiente: ⁊ qualibet ſuperparticulari. Et diſtribuat ly qualibet pꝛo generibus ſinguloꝝ. Pꝛobatur hec cōcluſio oſtenſiue ex quarta ſuppoſitione: qm̄ ſi omne cōpoſitū ex quātolibet minoꝛi eo cōponitur: ⁊ oīs ꝓportio eſt cōpoſita ex aliquibus ꝓportionibus vt ſupponitur cōſequens eſt ꝙ oīs ꝓportio ex qualibet mīoꝛi ea

1. correl. cōponatur quod fuit ꝓbandū. ¶ Ex hac cōcluſiōe ſequitur pꝛimo: ꝙ quelibet ꝓportio cōponitur ex qualibet ꝓportione medioꝝ ad īuicē: ⁊ mediorum ad extrema: vt ꝓportio dupla que eſt inter. 8. ⁊. 4. cōponitur ex ꝓportione. 7. ad 6. ⁊. 6. ad. 5. que ſūt ꝓportiones medioꝝ: ⁊ ex ꝓportione. 8. ad. 7. et. 5. ad. 4. que ſunt extremi ad mediū ⁊ medii ad extremū. Pꝛobatur correlariū: qꝛ quelibet talis pꝛopoꝛtio eſt pars illius ꝓportiōis extremi ad extremū cū cōponat eā: ⁊ eſt minoꝛ illa vt patet ex pꝛima cōcluſione: igitur cōponitur ex qualibet ꝓportiōe

2. correl. medioꝝ: ⁊ medioꝝ ad extrema. ¶ Sequitur ſecūdo ꝙ oīs ꝓportio ex infinitis ꝓportionibus cōponit̄. Pꝛobatur qm̄ ex qualibet minoꝛe ea cōponitur: vt ptꝫ ex cōcluſione: ſed qualibet data infinite ſunt minores: ergo quelibet ex infinitis cōponit̄. Pꝛobatur minoꝛ qꝛ ymaginoꝛ quālibet pꝛopoꝛtionē inequalitatis eſſe latitudinē in infinitū diuiſibilē qꝛ alias nō poſſet augeri nec ad nō gradū ꝓpoꝛtionis inequalitatis ſucceſſiue diminui. ¶ Sequit̄

3. correl. tertio: ꝙ oīs ꝓportio poteſt in infinitas ꝓportiones diuidi: que ꝓportiones ſe habebūt vt partes ꝓportionales illiꝰ: ⁊ hoc qua volueris ꝓportiōe. Patet: qꝛ cū quelibet ꝓportio ſit latitudo quedā: ipſa habet medietatē, tertiā, quartā, ſextam, ⁊ ſic deinceps: ⁊ ꝑ cōſequens quauis ꝓportione diuiſibilis eſt in infinitas ꝓportiones que ſunt partes ꝓportionales eius. ¶ Sequit̄ quarto: ꝙ ſi aliqua ꝓportio maioꝛis inequalitatis diminuatur vſq͛ ad ꝓportionē equalitatis neceſſe eſt ipſam continuo ſucceſſiue tranſire per īfinitas ꝓportiones minores ea: vt ſi ꝓportio. 8. ad. 4. deueniat ad ꝓportionē equalitatis per diminutionem ipſorum. 8. vſq͛ ad. 4. neceſſe eſt eā tranſire per oēs ꝓportiōes ex quibus cōponitur talis ꝓportio. 8. ad. 4. ⁊ ille ſunt infinite vt dicit ſecundū correlariū: igit̄. Ⱳaioꝛ patet qꝛ cū cōtinuo aliquid diminuitur vſq͛ ad certā quantitatē per infinitas minores quantitates tranſit: vt notū eſt. Et ſic ſimiliter eſt de qualibet latitudine que continuo ſucceſſiue diminuitur ſed ꝓportio. 8. ad. 4. eſt latitudo que continuo ſucceſſiue diminuitur (vt pono) igitur. ⁊ ſic patet correlariū: qm̄ eo modo ꝓbabis de quauis alia.

Tertia concluſio. Qualibet pꝛopoꝛ-

tionē in duas equales ꝓportiōes ſecare: vt capta ꝓportione que eſt. 8. ad. 4. ipſa in duas inequales diuidetur inuento numero ſine termino equaliter diſtante ab vtroq͛ extremoꝝ: puta īuento numero ſenario. 8. eīm ad. 6. eſt ꝓportio ſexquitertia: ⁊. 6. ad. 4. pꝛopoꝛtio ſexquialtera: ⁊ hec maioꝛ eſt illa. Pꝛobatur hec concluſio: qꝛ aut talis ꝓportio datur inter duas quantitates cōtinuas: aut inter duos numeros: ſi inter duas quantitates cōtinuas: ille erunt inequales: qm̄ de ꝓportione maioꝛis inequalitatis loquimur: capiatur igitur quantitas media inter illas que equaliter diſtat ab vtraq͛ illarū: ⁊ tunc manifeſtū eſt ꝙ maioꝛis illaꝝ quantitatū ad quātitatē mediā eſt vna ꝓportio: ⁊ medie quantitatis ad minimā illaꝝ eſt vna alia ꝓportio ⁊ illa ꝓportio que eſt inter illas quantitates diuiditur in illas duas ꝓportiones ītermedias, qꝛ ex illis cōponitur vt patet ex pꝛimo correlario ſecunde concluſionis: ⁊ pꝛima illaꝝ que videlicet eſt maioꝛis quantitatis ad mediā minoꝛ eſt illa que eſt medie ad alterū extremū minꝰ: igitur talis ꝓportio diuiditur in duas pꝛopoꝛtiōes inequales quod fuit ꝓbandū. Ⱳinoꝛ ꝓbatur: qꝛ illa quātitas media ꝑ tantū excedit minus extremū: ꝑ quantū adequate maius extremū excedit illā: igit̄ maioꝛ eſt ꝓportio illius quantitatis medie ad minus extremū: quā alteriꝰ extremi puta maioꝛis ad mediā. Patet hec cōſequentia ex octaua ſuppoſitiōe huiꝰ capitis. Sin aut̄ talis ꝓportio eſt inter numeros puta inter a. ⁊ c. quoꝝ a. eſt maioꝛ ⁊ c. mīoꝛ vel igit̄ illi nūeri ſunt pares: vł nō pares ſi pares manifeſtū eſt ꝙ aggregatū ex eis eſt nūerus par: ⁊ ꝑ cōſequens hꝫ medietatē: ⁊ illa medietas eſt mediū inter illos duos numeros a. c. vt patet ex pꝛimo correlario pꝛime cōcluſionis ſecūdi capitis huiꝰ: ſit igitur illud mediū b. et ſequit̄ ꝙ a. ad b. eſt vna ꝓportio: ⁊ b. ad c. eſt vna altera: ⁊ ex illis cōponit̄ ꝓportio a. ad b. vt ptꝫ ex pꝛimo correlario ſecūde cōcluſionis huiꝰ: ⁊ pꝛima illaꝝ que videlicet eſt a. ad b. eſt minoꝛ quā illa que eſt b. ad c. quod ptꝫ vt ſupꝛa: igitur ꝓportio a. ad c. in duas ꝓportiones inequales ſecatur. Sin nō pares creſcat vterq͛ illoꝝ duoꝝ numeroꝝ ad ſuū duplū: ⁊ ſequitur ꝙ equalem ꝓportionē acquirit maioꝛ illoꝝ ⁊ minoꝛ puta proportione superparticulari aut suprapartiente. Consequentia est nota ex tertia suppositione, et antecedens probatur, quia denominationes illarum proportionum multiplicis, multiplicis superparticularis et multiplicis suprapartientis sumuntur a numero vel numero cum fractione, denominationis vero superparticularis aut suprapartientis sumuntur ab unitate cum fractione, ut patet ex correlariis secundae suppositionis huius capitis, igitur denominationes illarum, puta multiplicis, multiplicis et cetera sunt maiores quam superparticularis aut suprapartientis. Et sic patet conclusio. ¶ Ex qua sequitur primo, quod proportiones multiplices superparticulares et multiplices suprapartientes sunt maiores proportionibus multiplicibus, ita quod quaelibet multiplex superparticularis aut suprapartiens qualibet multiplici ab eodem numero denominata est maior, ut dupla sesquialtera est maior dupla, tripla sesquiquarta maior tripla, tripla enim et tripla sesquiquarta ab eodem numero denominantur, sed non adaequate. Patet hoc correlarium eo modo, quo conclusio. ¶ Sequitur secundo, quod ex dictis faciliter est invenire modum cognoscendi propositis proportione superparticulari et suprapartiente, quae illarum sit maior. Probatur, et proponantur duae proportiones, A superparticularis et B suprapartiens, et cum quaelibet suprapartiens denominetur ab unitate cum fratione partium aliquotarum non facientium unam, et quaelibet superparticularis ab unitate cum fractione partis aliquotae, ut dictum est, et omne aggregatum ex partibus aliquotis alicuius non facientibus unam est qualibet parte aliquota eiusdem maius vel minus, vel igitur illud aggregatum partium aliquotarum, a quo denominatur proportio B suprapartiens, est maius parte aliquota, a qua denominatur proportio A superparticularis, aut [est] minus. Si maius, tunc proportio suprapartiens est maior data proportione superparticulari A. Sin minus, tunc proportio superparticularis est maior data proportione B suprapartiente, quam denominatur ab unitate cum maiori fractione.

Secunda conclusio: omnis proportio extremi ad extremum componitur ex qualibet minori proportione illa, ut proportio dupla componitur ex qualibet proportione suprapartiente et qualibet superparticulari. Et distribuat ly „qualibet“ pro generibus singulorum. Probatur haec conclusio ostensive ex quarta suppositione, quam si omne compositum ex quantolibet minori eo componitur, et omnis proportio est composita ex aliquibus proportionibus, ut supponitur, consequens est, quod omnis proportio ex qualibet minori ea componatur. Quod fuit probandum. ¶ Ex hac conclusione sequitur primo, quod quaelibet proportio componitur ex qualibet proportione mediorum ad invicem et mediorum ad extrema, ut proportio dupla, quae est inter 8 et 4, componitur ex proportione 7 ad 6 et 6 ad 5, quae sunt proportiones mediorum, et ex proportione 8 ad 7 et 5 ad 4, quae sunt extremi ad medium et medii ad extremum. Probatur correlarium, quia quaelibet talis proportio est pars illius proportionis extremi ad extremum, cum componat eam, et est minor illa, ut patet ex prima conclusione, igitur componitur ex qualibet proportione mediorum et mediorum ad extrema. ¶ Sequitur secundo, quod omnis proportio ex infinitis proportionibus componitur. Probatur, quia ex qualibet minore ea componitur, ut patet ex conclusione, sed qualibet data infinite sunt minores, ergo quaelibet ex infinitis componitur. Probatur minor, quia imaginor quamlibet proportionem inaequalitatis esse latitudinem in infinitum divisibilem, quia alias non posset augeri nec ad non gradum proportionis | inaequalitatis successive diminui. ¶ Sequitur tertio, quod omnis proportio potest in infinitas proportiones dividi, quae proportiones se habebunt ut partes proportionales illius, et hoc, qua volueris, proportione. Patet, quia cum quaelibet proportio sit latitudo quaedam, ipsa habet medietatem, tertiam, quartam, sextam et sic deinceps, et per consequens quavis proportione divisibilis est in infinitas proportiones, quae sunt partes proportionales eius. ¶ Sequitur quarto, quod si aliqua proportio maioris inaequalitatis diminuatur usque ad proportionem aequalitatis, necesse est ipsam continuo successive transire per infinitas proportiones minores ea, ut si proportio 8 ad 4 deveniat ad proportionem aequalitatis per diminutionem ipsorum 8 usque ad 4, necesse est eam transire per omnes proportiones, ex quibus componitur talis proportio 8 ad 4, et illae sunt infintae, ut dicit secundum correlarium, igitur. Maior patet, quia cum continuo aliquid diminuitur usque ad certam quantitatem, per infinitas minores quantitates transit, ut notum est. Et sic similiter est de qualibet latitudine, quae continuo successive diminuitur, sed proportio 8 ad 4 est latitudo, quae continuo successive diminuitur, (ut pono), igitur. Et sic patet correlarium, quam eo modo probabis de quavis alia.

Tertia conclusio: quamlibet proportionem in duas aequales proportiones secare, ut capta proportione, quae est 8 ad 4, ipsa in duas inaequales dividetur invento numero sine termino aequaliter distante ab utroque extremorum, puta invento numero senario, 8 enim ad 6 est proportio sesquitertia, et 6 ad 4 proportio sesquialtera, et haec maior est illa. Probatur haec conclusio, quia aut talis proportio datur inter duas quantitates continuas aut inter duos numeros, si inter duas quantitates continuas, illae erunt inaequales, quam de proportione maioris inaequalitatis loquimur, capiatur igitur quantitas media inter illas, quae aequaliter distat ab utraque illarum, et tunc manifestum est, quod maioris illarum quantitatum ad quantitatem mediam est una proportio, et mediae quantitatis ad minimam illarum est una alia proportio, et illa proportio, quae est inter illas quantitates, dividitur in illas duas proportiones intermedias, quia ex illis componitur, ut patet ex primo correlario secundae conclusionis, et prima illarum, quae videlicet est maioris quantitatis ad mediam, minor est illa, quae est mediae ad alterum extremum minus, igitur talis proportio dividitur in duas proportiones inaequales. Quod fuit probandum. Minor probatur, quia illa quantitas media per tantum excedit minus extremum, per quantum adaequate maius extremum excedit illam, igitur maior est proportio illius quantitatis mediae ad minus extremum quam alterius extremi, puta maioris ad mediam. Patet haec consequentia ex octava suppositione huius capitis. Sin autem talis proportio est inter numeros, puta inter A et C, quorum A est maior et C minor, vel igitur illi numeri sunt pares vel non pares.

Si pares, manifestum est, quod aggregatum ex eis est numerus par, et per consequens habet medietatem, et illa medietas est medium inter illos duos numeros A [et] C, ut patet ex primo correlario primae conclusionis secundi capitis huius, sit igitur illud medium B, et sequitur, quod A ad B est una proportio, et B ad C est una altera, et ex illis componitur proportio A ad B, ut patet ex primo correlario secundae conclusionis huius, et prima illarum, quae videlicet est A ad B, est minor quam illa, quae est B ad C, quod patet ut supra, igitur proportio A ad C in duas proportiones inaequales secatur. Sin non pares, crescat uterque illorum duorum numerorum ad suum duplum, et sequitur, quod aequalem proportionem acquirit maior illorum et minor, puta duplũ: manent igitur in eadẽ ꝓportione vt ptꝫ ex correlario decime suppositiõis secũdi capitꝭ huiꝰ inueniatur igitur mediu inter illos duos numeros ⁊ inueniẽtur due ꝓportiones inequales in quas diuiditur ꝓportio inter illos duos numeros vt preostensum est. Patet igitur vniuersaliter conclusio

Primum correlarium. ¶ Ex qua sequitur primo ꝙ quelibet proportio in infinitas ꝓportiones secari valet in numeris sine vnitatis fractione: ⁊ capio ly infinitas syncathegoreumatice. Probatur quã capta ꝓportione a. in numeris manifestũ est ꝙ illi numeri saltẽ ꝑ vnitatẽ distabũt hoc est saltẽ maior excedit minorẽ ꝑ vnitatẽ que vnitas est pars aliquota minoris: duplетur igitur vterqꝫ illoꝝ numeroꝝ: ⁊ sequitur ꝙ adhuc inter illos numeros duplatos manet ꝓportio a. vt paulo ãte deductũ est: igitur iam excessus erit in duplo maior: qꝛ erit pars aliquota eiusdẽ denominationis numeri in duplo maioris: igitur iam ibi inter illos duos numeros reperietur vnꝰ numerus medius vt superiꝰ ostensum est: ⁊ ꝑ cõsequens due ꝓportiones inequales in quas diuidit᷑ talis ꝓportio. Iteꝝ duplent᷑ illi numeri iter quos est ꝓportio a. ⁊ iam inter eos inuenientur tres numeri intermedii ⁊ sic erũt quatuor ꝓportiões intermedie. Et si tertio duplentur illi numeri inuenientur septẽ numeri intermedii: ⁊ sic erũt. 8. ꝓportiones: ⁊ sic in infinitũ duplando semꝑ numeros. Data igit᷑ quã volueris ꝓportione ipsa vel sibi equalis (quod ꝓ eodẽ reputo) in infinitas ꝓportiones secari valet: quod fuit ostendendũ. Et sicut ꝓbatur in numeris: ita ⁊ facilius ꝓbabitur in quãtitatibus. Et sicut ꝓbatur capiẽdo primos numeros excedentes se vnitate: ita per locũ a maiori ꝓbabitur capiendo numeros excedẽtes se numero: vt satis constat. Patet igit᷑ correlariũ.

Secundum correlarium. ¶ Sequit᷑ secũdo ꝙ captis tribꝰ terminis cõtinuo ꝓportionabilibus arithmetice: ⁊ captis aliis tribus sic se habentibꝰ ꝙ qualis est ꝓportio inter duos maiores primi ternarii: talis sit inter duos maiores secũdi ternarii: ⁊ qualis inter duos numeros primi ternarii: talis etiã sit inter duos minores secundi ternarii: tũc termini secũdi ternarii sunt ꝓportionabiles arithmetice: sicut ⁊ termini ꝑmi ternarii: vt captis his tribus terminis. 4. 3. 2. qui sunt proportiõabiles arithmetice: dico ꝙ isti. 3. termini. 8. 6. 4. sunt etiã arithmetice proportionabiles: quã qualis est ꝓportio inter. 4. ⁊. 3. talis est inter. 8. et 6. ⁊ qualis inter. 3. et. 2. talis inter. 6. et. 4. vt patꝫ Probatur sint tres termini a. b. c. ꝓportiõabiles arithmetice: ⁊ sint alii tres d. e. f. ⁊ sit inter d. et e. talis ꝓportio qualis inter a. ⁊ b. ⁊ inter e. et f. q̃lis inter b. et c. Et tunc dico ꝙ d. e. f. sunt tres termini ꝓportionabiles arithmetice: Ad quod probandũ volo ꝙ excessus quo a. excedit b. sit g. ⁊ quo b. excedit c. sit h. equalis g. vt oportet: ⁊ excessus q̃ d. excedit e. sit i. ⁊ quo e. excedit f. sit k. ⁊ manifestũ est ꝙ g. est tota pars aliquota ipsiꝰ b. vel tote partes ꝗ̃ta vel quote i. est ipsiꝰ e. ⁊ eiusdẽ denominationis: ⁊ h. est tota pars vel tote partes aliquote ⁊ eiusdeꝫ denomiationis respectu c. sicut k. respectu f. vt ptꝫ ex probatione quarte suppositionis secũdi capitis huiꝰ. Quo supposito arguit᷑ sic i. quod est excessus inter d. ⁊ e. est equale ipsi k. quod est excessus inter e. ⁊ f. igit᷑ illi tres termini d. e. f. sunt ꝓportionabiles arithmetice. Cõsequentia ptꝫ manifeste: ⁊ arguit᷑ antecedens: qꝛ sicut se habet b. ad c. ita e. ad f. igit᷑ sicut se habet b. ad e. ita c. ad f. Patet cõsequentia ex secũda cõclusione tertii capitis huiꝰ: ⁊ ex ꝯsequenti sicut se habet b. ad e. ita c. ad f. puta in l. ꝓportione igitur g. se habet ad i. in l. ꝓportione ⁊ h. ad k. etiã in l. ꝓportione. Patet cõsequentia ex vndecima suppositione secũdi capitis huiꝰ: ille eñ sunt partes aliquote eiusdẽ denoiationis numeroꝝ se habentiũ in l. ꝓportione: ⁊ vltra g. se habet ad i. in l. proportiõe: ⁊ h. ad k. etiã in l. proportione: igit᷑ sicut se habet g. ad h. ita i. ad k. Ptꝫ per locũ a ꝑmutata proportione: sed g. ⁊ h. se habent in proportione equalitatis: igit᷑ i. ⁊ k. qđ fuit probandũ. Probatur aliter correlariũ tam in numeris quã in quãtitatibus cõtinuis: ⁊ retẽta eadẽ hypothesi: manifestũ est ꝙ ipsiꝰ a. ad d. ⁊ ipsiꝰ b. ad c. ⁊ ipsius c. ad f. est eadẽ ꝓportio: que sit l. quã ex hypothesi sicut se habet a. ad b. ita se habet d. ad e. ergo per locũ a. permutata proportiõe sicut se habet a. ad d. ita b. ad e. ⁊ vltra sicut se habet b ad c. ita e. ad f. ex hypothesi: ergo ꝑmutatim: sicut se habet b. ad e. ita c. ad f. et a. ad d. est etiã ꝓportio illa que est b. ad c. igit᷑ eadẽ proportio est a. ad d. ⁊ b. ad e. et c. ad f. puta l. Quo supposito: probatur correlariũ: qꝛ i. et k. sũt equales: igit᷑. d. e. f. sunt termini cõtinuo proportionabiles arithmetice. Ptꝫ cõsequentia ex hypothesi: ⁊ dicta diffinitione ꝓportionalitatis arithmetice. Probat᷑ antecedens: qꝛ sicut se habet g. ad h. ita se habet i. ad k. sed g et h. se habent in proportiõe equalitatis vt ptꝫ ex hypothesi: igit᷑ i. ⁊ k. se habent in proportione equalitatis: ⁊ sic sunt equalia igit᷑. Probat᷑ antecedẽs qꝛ sicut se habet g. ad i. ita h. ad k. ergo ꝑmutatim sicut se habet g. ad h. ita i. ad k. qđ fuit probandũ. Probatur antecedens: qꝛ g. se habet ad i. in l. ꝓportione: ⁊ h. se habet ad k. in eadẽ l. proportione igitur intentũ. Probat᷑ maior qꝛ g. se hꝫ ad i. sicut a. se hꝫ ad d. igitur se hꝫ in l. ꝓportione. Patꝫ ꝯña ex hypothesi. Probat᷑ antecedẽs: ⁊ volo ꝙ a. diminuatur ad equalitatẽ b. ꝑdendo g. differentiã per quã excedit ipsum b. ex hypothesi: ⁊ d. diminuatur ad equalitatẽ e. ꝑdendo i. differentiã ꝑ quã excedit e. ex hypothesi: ⁊ manifestũ est ꝙ residui ex ipso a. qđ est b. ad residuũ ex ipso d. qđ est e. adhuc est l. ꝓportio: vt ptꝫ ex hypothesi: ꝗ̃ inter deꝑditũ ab ipo a ⁊ deꝑditũ ab ipo d. est etiã l. ꝓportio: ⁊ deꝑditũ ab ipo a est g. ⁊ deꝑditũ ab ipso d. est i. ꝗ̃ g. se hꝫ ad i. sicut a. ad d. puta in l. ꝓportione. Ptꝫ tamen ꝯña ex primo correlario quinte cõclusionis secũdi capitis huiꝰ partis. Et sic ptꝫ maior. Iam ꝓbo minorẽ qꝛ h. se hꝫ ad k. sicut b. ñ se hꝫ ad e. igi᷑ ꝓpositũ Probat᷑ ãtecedẽs: ⁊ volo ꝙ b. diminuat᷑ ad equalitatẽ c: perdendo h. differentiã: ⁊ c. diminuat᷑ ad equalitatẽ f. perdendo k. differentiã: ⁊ manifestuꝫ est ꝙ residui ex ipso b. qđ est c. ad residuũ ex ipso e. qđ est f. est adhuc l. ꝓportio: vt patet ex hypothesi: igitur inter h. deperditũ a b. termino maiori et k. deꝑditũ ab c. t᷑mĩo minori est ẽt l. ꝓportio: vt supra argutũ est igi᷑ h. se hꝫ ad k. sicut b. ad e. puta in l. ꝓportione: qđ fuit probandũ. Et sic ptꝫ correlariũ.

Calcu. de induc. gradus summi Et hec ẽ suppositio quã calculator ponit ĩ capitulo de inductione gradus summi circa principiũ sub ista forma. Si sint tria cõtinuo ꝓportionabilia ꝓportione arithmetica: ⁊ sint alia tria cõsimiliter ꝓportionabilia proportiõe geometrica sicut prima tria: illa etiã sunt cõtinuo ꝓportiõabilia proportiõe arithmetica.

Tertium correlarium. ¶ Sequit᷑ ex hoc tertio ꝙ si sint tres termini arithmetice proportiõabiles: ⁊ quilibet illoꝝ dupletur, aut tripletur, aut sexquialteretur. ⁊c. semꝑ ꝓportio extremi ad extremũ manet equalis: ⁊ cõtinuo manebũt illi tres termini arithmetice ꝓportiõabiles: ⁊ in ea ꝓportiõe in qua termini augmẽtant᷑ excessus augmẽtat᷑ dupl[a], manent igitur in eadem proportione, ut patet ex correlario decimae suppositionis secundi capitis huius, inveniatur igitur medium inter illos duos numeros, et invenientur duae proportiones [i]naequales, in quas dividitur proportio inter illos duos numeros, ut praeostensum est. Patet igitur universaliter conclusio. ¶ Ex qua sequitur primo, quod quaelibet proportio in infinitas proportiones secari valet in numeris sine unitatis fractione, et capio ly „infinitas“ syncathegore[]matice. Probatur, quia capta proportione A in numeris manifestum est, quod illi numeri saltem per unitatem distabunt, hoc est saltem maior excedit minorem per unitatem, quae unitas est pars aliquota minoris, dupletur igitur uterque illorum numerorum, et sequitur, quod adhuc inter illos numeros duplatos manet proportio A, ut paulo ante deductum est, igitur iam excessus erit in duplo maior, quia erit pars aliquota eiusdem denominationis numeri in duplo maioris, igitur iam ibi inter illos duos numeros reperietur unus numerus medius, ut superius ostensum est, et per consequens duae proportiones inaequales, in quas dividitur talis proportio. Iterum duplentur illi numeri, inter quos est proportio A, et iam inter eos invenientur tres numeri intermedii, et sic erunt quatuor proportiones intermediae. Et si tertio duplentur illi numeri, invenientur septem numeri intermedii, et sic erunt 8 proportiones et sic in infinitum duplando semper numeros. Data igitur, quam volueris, proportione ipsa vel sibi aequalis, (quod pro eodem reputo), in infinitas proportiones secari valet, quod fuit ostendendum. Et sicut probatur in numeris, ita et facilius probabitur in quantitatibus. Et sicut probatur capiendo primos numeros excedentes se unitate, ita per locum a maiori probabitur capiendo numeros excedentes se numero, ut satis constat. Patet igitur correlarium. ¶ Sequitur secundo, quod capitis tribus terminis continuo proportionabilibus arithmetice et captis aliis tribus sic se habentibus, quod qualis est proportio inter duos maiores primi ternarii, talis sit inter duos maiores secundi ternarii, et qualis inter duos numeros primi ternarii, talis etiam sit inter duos minores secundi ternarii, tunc termini secundi ternarii sunt proportionabiles arithmetice, sicut et termini primi ternarii, ut captis his tribus terminis 4, 3, 2, qui sunt proportionabiles arithmetice, dico, quod isti 3 termini 8, 6, 4 sunt etiam arithmetice proportionabiles, quam qualis est proportio inter 4 et 3, talis est inter 8 et 6, et qualis inter 3 et 2, talis inter 6 et 4, ut patet. Probatur, sint tres termini A, B, C proportionabiles arithmetice, et sint alii tr[e]s D, E, F, et sit inter D et E talis proportio, qualis inter A et B, et inter E et F [talis], qualis inter B et C. Et tunc dico, quod D, E, F sunt tres termini proportionabiles arithmetice, ad quod probandum volo, quod excessus, quo A excedit B, sit G, et quo B excedit C, sit H aequalis G, ut oportet, et excessus, quo D excedit E, sit I, et quo E excedit F, sit K, et manifestum est, quod G est tota pars aliquota ipsius B vel totae partes, quota vel quotae I est ipsius E et eiusdem denominationis, et H est tota pars vel totae partes aliquotae et eiusdem denominationis respectu C sicut K respectu F, ut patet ex probatione quartae suppositionis secundi capitis huius. Quo supposito arguitur sic: I, quod est excessus inter D et E, est aequale ipsi K, quod est excessus inter E et F, igitur illi tres termini D, E, F sunt proportionabiles arithmetice. Consequentia patet manifeste, et arguitur antecedens, quia sicut se habet B ad C, ita E ad F, igitur sicut se habet B ad E, ita C ad F. Patet consequentia ex secunda conclusione tertii capitis huius, et ex consequenti sicut se habet B ad E, ita C ad F, puta | in L proportione, igitur G se habet ad I in L proportione, et H ad K etiam in L proportione. Patet consequentia ex undecima suppositione secundi capitis huius, illae enim sunt partes aliquotae eiusdem denominationis numerorum se habentium in L proportione, et ultra G se habet ad I in L proportione, et H ad K etiam in L proportione, igitur sicut se habet G ad H, ita I ad K. Patet per locum A permutata proportione, sed G et H se habent in proportione aequalitatis, igitur I et K. Quod fuit probandum. Probatur aliter correlarium tam in numeris, quam in quantitatibus continuis, et retenta eadem hypothesi manifestum est, quod ipsius A ad D et ipsius B ad C et ipsius C ad F est eadem proportio, quae sit L, quam ex hypothesi sicut se habet A ad B, ita se habet D ad E, ergo per locum A permutata proportione sicut se habet A ad D, ita B ad E, et ultra sicut se habet B ad C, ita E ad F ex hypothesi, ergo permutatim sicut se habet B ad E, ita C ad F, et A ad D est etiam proportio illa, quae est B ad C, igitur eadem proportio est A ad D et B ad E et C ad F, puta L. Quo supposito probatur correlarium, quia I et K sunt aequales, igitur D, E, F sunt termini continuo proportionabiles arithmetice. Patet consequentia ex hypothesi iuncta definitione proportionalitatis arithmetice. Probatur antecedens, quia sicut se habet G ad H, ita se habet I ad K, sed G et H se habent in proportione aequalitatis, ut patet ex hypothesi, igitur I et K se habent in proportione aequalitatis, et sic sunt aequalia, igitur. Probatur antecedens, quia sicut se habet G ad I, ita H ad K, ergo permutatim sicut se habet G ad H, ita I ad K. Quod fuit probandum. Probatur antecedens, quia G se habet ad I in L proportione, et H se habet ad K in eadem L proportione, igitur intentum. Probatur maior, quia G se habet ad I, sicut A se habet ad D, igitur se habet in L proportione. Patet consequentia ex hypothesi. Probatur antecedens, et volo, quod A diminuatur ad aequalitatem B perdendo G differentiam, per quam excedit ipsum B ex hypothesi, et D diminuatur ad aequalitatem C perdendo I differentiam, per quam excedit E ex hypothesi, et manifestum est, quod residui ex ipso A, quod est B, ad residuum ex ipso D, quod est E, adhuc est L proportio, ut patet ex hypothesi, ergo inter deperditum ab ipso A et deperditum ab ipso D est etiam L proportio, et deperditum ab ipso A est G, et deperditum ab ipso D est I, ergo G se habet ad I, sicut A ad D, puta in L proportione. Patet tamen consequentia ex primo correlario quintae conclusionis secundi capitis huius partis. Et sic patet maior. Iam probo minorem, quia H se habet ad K, sicut B si[c] se habet ad E, igitur propositum. Probatur antecedens, et volo, quod B diminuatur ad aequalitatem C perdendo H differentiam, et E diminuatur ad aequalitatem F perdendo K differentiam, et manifestum est, quod residui ex ipso B, quod est C, ad residuum ex ipso E, quod est F, est adhuc L proportio, ut patet ex hypothesi, igitur inter H deperditum a B termino maiori et K deperditum ab C termino minori est etiam L proportio, ut supra argutum est, igitur H se habet ad K, sicut B ad E, puta in L proportione. Quod fuit probandum. Et sic patet correlarium. Et haec est suppositio, quam calculator ponit in capitulo de inductione gradus summi circa principium sub ista forma. Si sint tria continuo proportionabilia proportione arithmetica, et sint alia tria consimiliter proportionabilia proportione geometrica sicut prima tria, illa etiam sunt c[on]tinuo proportionabilia proportione arithmetica. ¶ Sequitur ex hoc tertio, quod si sint tres termini arithmetice proportionabiles, et quilibet illorum dupletur aut tripletur aut sesquialteretur et cetera, semper proportio extremi ad extremum manet aequalis, et continuo manebunt illi tres termini arithmetice proportionabiles, et in ea proportione, in qua termini augmentantur, excessus augmentatur.

¶Probatur prima pars:quia ſemper vterq; extremorum acquirit equalē proportionē: igitur continuo inter ea manet eadem proportio. Secunda pars probatur:quia continuo manet eadem proportio inter medium et tertium continuo etiam manet eadem proportio que antea erat inter ſecundum et tertium eadem ratione qua inter extrema manet eadem proportio: igitur continuo illi termini manent proportionabiles arithmetice.

¶Patet conſequentia ex precedenti correlalario. Tertia autem ſic probatur: quia ſemper illi exceſſus cōtinuo manent partes aliquote cōſimilis denominationis ſuorū numerorū:igitur in ea ꝓportione qua numeri fiunt maiores ⁊ illi exceſſus etiā fiūt maiores:quia ſunt partes aliquote illorꝫ numerorū eiuſdē denominationis. Et ſic patet correlariū.

4. correl. Calcu. in pricipio de itē. ele.

¶ Sequitur quarto: ꝙ ſi ſint tres termini arithmetice ꝓportionabiles:⁊ ſtante maximo illorū iuariato deſcreſcat minimus illorꝫ ſucceſſiue: ita ꝙ cōtinue illi tres maneant arithmetice ꝓportionabiles:neceſſe eſt mediū in duplo tardius cōtinuo decreſcere minimo:neceſſe quoq; eſt ꝓportionē extremi ad extremū continuo augeri:vt datis his tribus terminis.12.8.4.et ſtantibus.12.decreſcant.4.perdendo binariū:ſi illi tres termini debeant cōtinuo manere arithmetice ꝓportionabiles:neceſſe eſt numerū mediū perdere vnitatē:⁊ ſic manebunt arithmetice ꝓportiōabiles. Manebūt enī.12.7.2.et manebit maior ꝓportio quā erat antea inter extrema. ¶Probatur ⁊ ſint a.b.c.tres termini arithmetice ꝓportionabiles a. maximus c. vero minimus:⁊ perdat c. vnā partē ſui que ſit d. ⁊ medietas d.ſit e. ⁊ tunc dico ꝙ cum c.perdit d.b. perdit e.adequate. Quod ſic ꝓbatur: quoniā illi tres termini cōtinuo manēt ꝓportiōabiles arithmetice:igitur medium inter extrema eſt medietas aggregati ⁊ extremis vt ex ſuperioribus conſtat: ſed facta tali diminutiōe aggregatū ex extremis eſt minus per d.latitudinē quā antea: quia illam perdit adequate:igitur medietas illius aggregati effecta eſt minor per medietatē illius quod perdit totū puta per medietatē ipſiꝰ d: ſed medietas ipſius d.eſt e.igitur medietas illius aggregati facta eſt minor per e.adeq̄te:⁊ illa medietas eſt mediū inter illa extrema: igitur medietas inter illa extrema perdidit e.quod fuit probandū. Secūda vero pars patet ex priori parte decime ſuppoſitionis ſecundi capitis huius:quoniā numerus minor creſcit ſtante maiore. Et hec eſt quedā ſuppoſitio quā ponit:⁊ aliter probat calculator in principio capituli de intenſione elementi.

5. correl.

¶ Sequitur quinto ꝙ oīs ꝓportio cōponitur ex duabus proportionibus puta maximi termini ad mediū:⁊ medii ad minimū:⁊ proportio maximi ad mediū minor eſt quā ſubdupla ad ipſam que eſt extremi ad extremū:⁊ proportio medii termini ad minimū maior eſt quam ſubdupla:vt proportio ſexquialtera que eſt.6.ad.4.cōponitur ex proportione.6.ad.5 et.5.ad.4.⁊ proportio.6.ad.5.minor eſt quā ſubdupla: et.5. ad.4. maior eſt quā ſubdupla ad ſexquialterā. ¶Prima pars huius patet ex concluſiōe ⁊ ſecūda probatur:quia omne cōpoſitū adequate ex duobus inequalibus eſt maius quam duplum ad minus illorum:⁊ minus quam duplum ad maius illorum vt patet ex ſexta ſuppoſitione huius ſed omnis proportio componitur ex duabus proportionibus inequalibus quarum minor eſt maioris extremi ad medium:⁊ maior medii ad minimum extremum:vt patet ex eadem cōcluſione:igitur omnis proportio eſt maior quā dupla ad proportionem que eſt maioris extremi ad medium:et minor quam dupla ad proportionem quē eſt medii termini ad minimum extremum. ¶Patet conſequentia in primo prime: ⁊ ſic patet correlarium.

6. correl.

¶ Sequitur ſexto:ꝙ omnis proportio ſuperparticularis componitur ex duabus quarum vna eſt maximi termini ad medium:⁊ alia eſt medii ad minus extremum:⁊ vtraq; illarum eſt ſuperparticularis:⁊ proportio medii ad minimum denominatur a parte aliquota denominata a numero duplo ad numerū a quo denominatur pars aliquota a qua denoīatur ꝓportio maximi ad minimū: ⁊ ꝓportio maximi termini ad medium denoīatur a parte aliquota denominata a numero imediate ſequente numerum illum duplum:vt proportio ſexquialtera que eſt. 6.ad.4. cōponitur ex duabꝰ inequalibus vt dictum eſt:⁊ vtraq; illarum eſt ſuperparticularis. Nam proportio.6.ad.5. eſt ſuperparticularis ⁊.5.ad.4. ſimiliter: et proportio que eſt.5.ad.4.denomīatur a quarta que eſt pars aliquota denominata a numero in duplo maiore quam ſit numerus a quo denominatur medietas a qua medietate denominatur ſexquialtera. Denominatur enim medietas a binario,⁊ quarta a quaternario,⁊ quinta denominatur a quinario qui eſt numerus ſequens immediate quaternariū ¶Probatur prima pars huius ex correlario immediate precedenti: ⁊ ſecunda probatur ⁊ quia omnis proportio ſuperparticularis reperitur inter duos numeros immediatos:vt patet ex eius generatione poſita in prima parte:capio igitur vnam proportionem ſuperparticularem que ſit f. ⁊ duos terminos eius in numeris immediatos: puta a.maiorem:et c.minorem: et tunc dico ꝙ proportio ſuperparticularis inter illos duos numeros immediatos cōponitur adequate ex duabus proportionibus ſuperparticularibus: ex vna videlicet que eſt maximi ad medium:et altera que eſt medii ad extremum. ¶Probatur quoniam cum a.et c. ſunt nnmeri immediati:et a.maior: ſequitur ꝙ a. excedit c.per vnitatem:dupletur igitur tam c.quā a.et manifeſtum eſt ꝙ inter illos duos numeros duplatos manet eadeꝫ proportio que erat antea puta f.vt patet ex correlario decime ſuppoſitionis ſecundi capitis huius:igitur exceſſus maioris termini.ſic duplati ad minorem etiam ſit duplatum erit in duplo maior: vt patet ex tertio correlario huius concluſionis:et antea erat vnitas ergo modo eſt dualitas:et per conſequens inter numerum maiorem ipſius proportionis f.et numerum minorem mediat numerus excedens minimū illorum per vnitatem:et qui exceditur a maximo illorum per vnitatem. ¶Patet hec conſequentia quia omnis numerus excedens alterum per dualitatem diſtat ab eo per vnum numerum tantum in naturali ſerie numerorum vt ſatis conſtat: ſit igitur talis numerus medius b.et ſequitur ꝙ maximi termini illius proportionis f. ſuperparticularis date ad ipſum b. eſt proportio ſuperparticularis: et ipſius b. ad minimum extremum eiuſdem proportionis f. eſt etiam proportio ſuperparticularis: quia illi tres numeri ſunt immediati igitur illa proportio f, ſuperparticularis

Probatur prima pars, quia semper uterque extremorum acquirit aequalem proportionem, igitur continuo inter ea manet eadem proportio. Secunda pars probatur, quia continuo manet eadem proportio inter medium et tertium, continuo etiam manet eadem roportio, quae antea erat inter secundum et tertium eadem ratione, qua inter extrema manet eadem proportio, ig[i]tur continuo illi termini manent proportionabiles arithmetice.

Patet consequentia ex praecedenti correlario. Tertia autem sic probatur, quia semper illi excessus continuo manent partes aliquotae consimilis denominationis suorum numerorum, igitur in ea proportione, qua numeri fiunt maiores, et illi excessus etiam fiunt maiores, quia sunt partes aliquotae illorum numerorum eiusdem denominationis. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto, quod si sint tres termini arithmetice proportionabiles, et stante maximo illorum invariato descrescat minimus illorum successive, ita quod continu[o] illi tres maneant arithmetice proportionabiles, necesse est medium in duplo tardius continuo decrescere minimo, necesse quoque est proportionem extremi ad extremum continuo augeri, ut datis his tribus terminis 12, 8, 4 et stantibus 12 decrescant 4 perdendo binarium, si illi tres termini debeant continuo manere arithmetice proportionabiles, necesse est numerum medium perdere unitatem, et sic manebunt arithmetice proportionabiles. Manebunt enim 12, 7, 2, et manebit maior proportio, quam erat antea inter extrema. Probatur, et sint A, B, C tres termini arithmetice proportionabiles, A maximus, C vero minimus, et perdat C unam partem sui, quae sit D, et medietas D sit E, et tunc dico, quod, cum C perdit D, B perdit E adaequate. Quod sic probatur, quoniam illi tres termini continuo manent proportionabiles arithmetice, igitur medium inter extrema est medietas aggregati et extremis, ut ex superioribus constat, sed facta tali diminutione aggregatum ex extremis est minus per D latitudinem quam antea, quia illam perdit adaequate, igitur medietas illius aggregati effecta est minor per medietatem illius, quod perdit totum, puta per medietatem ipsius D, sed medietas ipsius D est E, igitur medietas illius aggregati facta est minor per E adaequate, et illa medietas est medium inter illa extrema, igitur medietas inter illa extrema perdidit E. Quod fuit probandum. Secunda vero pars patet ex priori parte decimae suppositionis secundi capitis huius, quoniam numerus minor crescit stante maiore. Et haec est quaedam suppositio, quam ponit, et aliter probat calculator in principio capituli de intensione elementi. ¶ Sequitur quinto, quod omnis proportio componitur ex duabus pro[por]tionibus, puta maximi termini ad medium, et medii ad minimum, et proportio maximi ad medium minor est quam subdupla ad ipsam, quae est extremi ad extremum, et proportio medii termini ad minimum maior est quam subdupla, ut proportio sesquialtera, quae est 6 ad 4, componitur ex proportione 6 ad 5 et 5 ad 4, et proportio 6 ad 5 minor est quam subdupla, et 5 ad 4 maior est quam subdupla ad sesquialteram. Prima pars huius patet ex conclusione, et secunda probatur, quia omne compositum adaequate ex duobus inaequalibus est maius quam duplum ad minus illorum et minus quam duplum ad maius illorum, ut patet ex sexta suppositione huius. Sed omnis proportio componitur ex duabus proportionibus inaequalibus, quarum minor est ma[i]oris | extremi ad medium, et maior medii ad minimum extremum, ut patet ex eadem conclusione, igitur omnis proportio est maior quam dupla ad proportionem, quae est maioris extremi ad medium, et minor quam dupla ad proportionem, quem est medii termini ad minimum extremum. Patet consequentia in primo primae, et sic patet correlarium. ¶ Sequitur sexto, quod omnis proportio superparticularis componitur ex duabus, quarum una est maximi termini ad medium, et alia est medii ad minus extremum, et utraque illarum est superparticularis, et proportio medii ad minimum denominatur a parte aliquota denominata a numero duplo ad numerum, a quo denominatur pars aliquota, a qua denominatur proportio maximi ad minimum, et proportio maximi termini ad medium denominatur a parte aliquota denominata a numero immediate sequente numerum illum duplum, ut proportio sesquialtera, quae est 6 ad 4, componitur ex duabus inaequalibus, ut dictum est, et utraque illarum est superparticularis. Nam proportio 6 ad 5 est superparticularis, et 5 ad 4 similiter, et proportio, quae est 5 ad 4, denominatur a quarta, quae est pars aliquota denominata a numero in duplo maiore, quam sit numerus, a quo denominatur medietas, a qua medietate denominatur sesquialtera. Denominatur enim medietas a binario, et quarta a quaternario, et quinta denominatur a quinario, qui est numerus sequens immediate quaternarium. Probatur prima pars huius ex correlario immediate praecedenti, et secunda probatur, et quia omnis proportio superparticularis reperitur inter duos numeros immediatos, ut patet ex eius generatione posita in prima parte, capio igitur unam proportionem superparticularem, quae sit F, et duos terminos eius in numeris immediatos, puta A maiorem et C minorem, et tunc dico, quod proportio superparticularis inter illos duos numeros immediatos componitur adaequate ex duabus proportionibus superparticularibus, ex una videlicet, quae est maximi ad medium, et [ex] altera, quae est medii ad extremum. Probatur, quoniam, cum A et C sunt nnmeri immediati, et A maior, sequitur, quod A excedit C per unitatem, dupletur igitur tam C quam A, et manifestum est, quod inter illos duos numeros duplatos manet eadem proportio, quae erat antea, puta F, ut patet ex correlario decimae suppositionis secundi capitis huius, igitur excessus maioris termini sic duplati ad minorem etiam sit duplatum erit in duplo maior, ut patet ex tertio correlario huius conclusionis, et antea erat unitas, ergo modo est dualitas, et per consequens inter numerum maiorem ipsius proportionis F et numerum minorem mediat numerus excedens minimum illorum per unitatem, et qui exceditur maximo illorum per unitatem. Patet haec consequentia, quia omnis numerus excedens alterum per dualitatem distat ab eo per unum numerum tantum in naturali serie numerorum, ut satis constat, sit igitur talis numerus medius B, et sequitur, quod maximi termini illius proportionis F superparticularis datae ad ipsum B est proportio superparticularis, et ipsius B ad minimum extremum eiusdem proportionis F est etiam proportio superparticularis, quia illi tres numeri sunt immediati, igitur illa proportio F superparticularis

cōponitur ex duabus proportionibus superpar-
ticularibus quarum vna est maximi ad medium: ⁊
altera medii ad minimū extremum quod fuit pro
bandum. Patet tamen consequentia quia omnis
proportio que reperitur inter duos numeros im-
mediatos est superparticularis vt patet ex gene-
ratione superparticulariū. Sed tertia pars pro-
batur quia duplato sic a. et c. numero vt supra: iā
a. numerus sic duplatus excedit c. sic duplatū per
dualitatem: ⁊ illa dualitas erit pars aliquota e-
iusdem denominationis ipsius c. sicut antea erat
vnitas quia adhuc manet proportio f. inter illos
terminos: igitur adhuc maior illorum terminorū
excedit minorem mediante eadem parte aliquota
minoris: diuisa igitur illa parte aliquota mino-
ris que est dualitas in duas partes equales puta
in duas vnitates manifestum est ꝙ quelibet illarū
partium in quas diuiditur est pars aliquota mi-
noris denominata a numero in duplo maiori vt
constat: igitur numerus continens numerum mi-
norem ⁊ talem partē aliquotam adequate se ha-
bebit ad minorem numerum in proportione su-
perparticulari denominata a parte aliquota que
denominatur a numero duplo a quo denomina-
tur tota illa pars aliquota continens illas duas
vnitates: ⁊ talis numerus qui videlicet cōtinet nu
merum minorem ⁊ medietatem illius partis ali-
quote sic diuise est numerus medius inter extrema
date proportionis superparticularis: igitur pro
portio medii termini inter terminos proportiōis
superparticularis ad minimum extremum deno-
minatur a parte aliquota denominata a numero
in duplo maiore quam sit numerus a quo denomi-
natur pars aliquota a qua denominatur totalis
illa proportio data superparticularis. Conse-
quētia patet: ⁊ minor probatur: quia semper me-
dius numerus inter duos excedit minorē per me-
dietatem excessus quo maior excedit minorē quia
alias nō esset medius. Et sic patet tertia pars cor
relarii. Et quarta probatur quia adiuento medio
inter terminos proportionis superparticularis
quod per solam vnitatem excedit numerum mino
rem: ⁊ per solam vnitatē exceditur a maiore vt est
in proposito: ibi reperiuntur tres numeri imedia
ti in naturali serie numerorum igitur proportio
maximi eorum ad medium denominatur a parte
aliquota denominata a numero imediate sequē-
te numerū a quo denominatur pars aliquota de-
nominans proportionem medii numeri ad mino
rem vt patet ex prima parte aspicienti generatio-
nem superparticularium in naturali serie nume-
rorum. Et sic patet correlarium quadripartitum
quod difficile apparet propter longitudinem ter
minorum quibus vtitur in probatione. Et ideo de
Documē- cetero cum voluero dicere ꝙ aliqua proportio su-
tū nō pre- perparticularis denomiatur ab aliqua parte a-
tereundū liquota denominata ab aliquo certo numero: di-
cā ꝙ talis proportio superparticularis denomi-
natur a tali numero gratia breuitatis: quia nulla
superparticularis denominatur a numero: sed a
parte aliquota ⁊ vnitate: ⁊ cū dico ꝙ denomina-
tur a parte aliquota intelligo in adequate quod
7. correl. ad propositum sufficit. ¶ Sequitur septimo ꝙ in
omni proportiōe superparticulari capta propor
tiōe que est medii termini ad infimum: illa etiam
componitur ex duabus superparticularibus qua
rum vna similiter est medii termini ad infimum:
⁊ illa denominatur a numero quadruplo ad nu-
merum a quo denominatur illa superparticula-

ris proportio data: vt in proportione sexquiquar
ta que est. 20. ad. 16. capta proportione que est in-
ter. 18. et. 16. puta medii numeri ad īfimū: illa etiā
cōponitur ex proportione medii termini eius pu-
ta. 17. ad. 16. ⁊ illa proportio denominatur a nu-
mero quadruplo ad numerū a quo denominatur
proportio sexquiquarta: quia ꝓportio que est. 17.
ad. 16. denominatus a numero sexdecimo: ⁊ pro-
portio. 20: ad. 16. a numero quaternario hoc est a
parte aliquota denominata ab illo puta quater
nario (semper sic intelligo) Modo sexdecimus nu
merus est quadruplus ad quaternarium. Proba
tur: ⁊ capio vnam proportionem superparticula
rem f. que sit a. ad d. ⁊ medius numerus inter illa
extrema sit b. tunc dico ꝙ proportio b. ad d. com-
ponitur ex duabus proportionibus superparti-
cularibus quarum vna est medii termini ad infimū
qui medius terminus inter b. et d. sit c. ⁊ illa puta
c. ad d. denominatur a numero quadruplo ad nu-
merū a quo denominatur proportio a. ad. d. Pri
ma pars videlicet ꝙ ꝓportio que est b. ad d. com-
ponitur ex duabus superparticularib9. ⁊c. patet
ex imediate precedenti: ⁊ secunda probatur quia
proportio b. ad d. denominatur a numero duplo
ad numerum a quo denominatur f. ꝓportio a. ad
d. vt patet ex precedenti correlario: ⁊ proportio c.
ad d. eadē ratione denominatur a numero duplo
ad numerū a quo denominatur proportio b. ad d
vt patet ex eodem correlario: igitur proportio c.
ad d. denomiatur a numero quadruplo ad nume
merū a quo denominatur ꝓportio f. a. ad d. quod
fuit probandū. Patet hec consequentia: quia nu-
merus duplus ad duplū alicui9 certi dati est qua-
druplus ad illum certum datum vt constat: sed nu
merus a quo denomiatur proportio c. ad d. est du
plus ad numerum a quo denominatur proportio
b. ad d. ⁊ ille iterum est duplus ad numerū a quo
denominatur proportio f. a. ad d. igitur numerus
a quo denominatur proportio c. ad d. est quadru-
plus ad numerum a quo denominatur proportio
f. que est a. ad d. quod fuit probandū. ¶ Sequitur
octauo ꝙ quacunq proportione superparticula- 8. correl.
ri data denomiata ab aliquo certo numero: oīs
proportio superparticularis denominata a ma-
iori numero vsq ad duplū inclusiue est maior quā
medietas illius proportionis superparticularis
date: vt data proportione sexquiquarta oīs pro-
portio superparticularis denominata ab aliquo
numero a quaternario vsq ad octonarium inclu-
siue qui est numerus duplus ad quaternarium est
maior quam subdupla ad sexquiquartā ⁊ sic sex-
quiquarta, sexquisexta, sexquiseptima, sexquiocta-
ua, est maior quam subdupla ad sexquiquartam.
Probatur quoniā quacunq tali superparticula-
ri data ab aliquo numero denominata: propor-
tio superparticularis denominata a numero in
duplo maiore est maior quam subdupla ad illam
quia talis est medii termini ad infimū vt patet ex
quinto ⁊ sexto correlario cōiunctis: igitur omnis
ꝓportio superparticularis denominata a nume-
ro minori quā duplo ad numerū a quo denomina
tur data ꝓportio superparticularis est maior quā
subdupla ad illam datā superparticularē. Patet
hec cōsequentia per hoc ꝙ oīs superparticularis
que denomiatur a minori numero est maior: quia
talis denomiatur a maiori parte aliquota: ⁊ hoc
auxiliante loco a maiori: ⁊ per consequens pro-
portione superparticulari data denominata ab
aliquo certo nūero: oīs ꝓportio superparticularis

componitur ex duabus proportionibus superparticularibus, quarum una est maximi ad medium, et altera medii ad minimum extremum. Quod fuit probandum. Patet tamen consequentia, quia omnis proportio, quae reperitur inter duos numeros immediatos, est superparticularis, ut patet ex generatione superparticularium. Sed tertia pars probatur, quia duplato sic A et C numero ut supra, iam A numerus sic duplatus excedit C sic duplatum per dualitatem, et illa dualitas erit pars aliquota eiusdem denominationis ipsius C, sicut antea erat unitas, quia adhuc manet proportio F inter illos terminos, igitur adhuc maior illorum terminorum excedit minorem mediante eadem parte aliquota minoris, divisa igitur illa parte aliquota A minoris, quae est dualitas in duas partes aequales, puta in duas unitates, manifestum est, quod quaelibet illarum partium, in quas dividitur, est pars aliquota minoris denominata a numero in duplo maiori, ut constat, igitur numerus continens numerum minorem et talem partem aliquotam adaequate se habebit ad minorem numerum in proportione superparticulari denominata a parte aliquota, quae denominatur a numero duplo, a quo denominatur tota illa pars aliquota continens illas duas unitates, et talis numerus, qui videlicet continet numerum minorem et medietatem illius partis aliquotae sic divisae, est numerus medius inter extrema datae proportionis superparticularis, igitur proportio medii termini inter terminos proportionis superparticularis ad minimum extremum denominatur a parte aliquota denominata a numero in duplo maiore, quam sit numerus, a quo denominatur pars aliquota, a qua denominatur totalis illa proportio data superparticularis. Consequentia patet, et minor probatur, quia semper medius numerus inter duos excedit minorem per medietatem excessus, quo maior excedit minorem, quia alias non esset medius. Et sic patet tertia pars correlari. Et quarta probatur, quia ad invento medio inter terminos proportionis superparticularis, quod per solam unitatem excedit numerum minorem, et per solam u[n]itatem exceditur a maiore, ut est in proposito, ibi reperiuntur tres numeri immediati in naturali serie numerorum, igitur proportio maximi eorum ad medium denominatur a parte aliquota denominata a numero immediate sequente numerum, a quo denominatur pars aliquota denominans proportionem medii numeri ad minorem, ut patet ex prima parte aspicienti generationem superparticularium in naturali serie numerorum. Et sic patet correlarium quadripartitum, quod difficile apparet propter longitudinem terminorum, quibus utitur in probatione. Et ideo de cetero cum voluero dicere, quod aliqua proportio superparticularis denominatur ab aliqua parte aliquota denominata ab aliquo certo numero, dicam, quod talis proportio superparticularis denominatur a tali numero gratia brevitatis, quia nulla superparticularis denominatur a numero, sed a parte aliquota et unitate, et cum dico, quod denominatur a parte aliquota, intelligo inadaequate, quod ad propositum sufficit. ¶ Sequitur septimo, quod in omni proportione superparticulari capta proportione, quae est medii termini ad infimum, illa etiam componitur ex duabus superparticularibus, quarum una similiter est medii termini ad infimum, et illa denominatur a numero quadruplo ad numerum, a quo denominatur illa superparticularis proportio data, ut in proportione sesquiquarta, quae est 20 ad 16, capta proportione, quae est inter 18 et 16, puta medii numeri ad infimum, illa etiam componitur ex proportione medii termini eius, puta 17 ad 16, et illa proportio denominatur a numero quadruplo ad numerum, a quo denominatur proportio sesquiquarta, quia proportio, quae est 17 ad 16, denominatus a numero sexdecimo, et proportio 20 ad 16 a numero quaternario, hoc est a parte aliquota denominata ab illo, puta quaternario (semper sic intelligo). Modo sexdecimus numerus est quadruplus ad quaternarium. Probatur, et capio unam proportionem superparticularem F, quae sit A ad D, et medius numerus inter illa extrema sit B, tunc dico, quod proportio B ad D componitur ex duabus proportionibus superparticularibus, quarum una est medii termini ad infimum, qui medius terminus inter B et D sit C, et illa, puta C ad D, denominatur a numero quadruplo ad numerum, a quo denominatur proportio A ad D. Prima pars videlicet, quod proportio, quae est B ad D, componitur ex duabus superparticularibus et cetera, patet ex immediate praecedenti, et secunda probatur, quia proportio B ad D denominatur a numero duplo ad numerum, a quo denominatur F proportio A ad D, ut patet ex praecedenti correlario, et proportio C ad D eadem ratione denominatur a numero duplo ad numerum, a quo denominatur proportio B ad D, ut patet ex eodem correlario, igitur proportio C ad D denominatur a numero quadruplo ad numemerum, a quo denominatur proportio F A ad D. Quod fuit probandum. Patet haec consequentia, quia numerus duplus ad duplum alicuius certi dati est quadruplus ad illum certum datum, ut constat, sed numerus, a quo denominatur proportio C ad D, est duplus ad numerum, a quo denominatur proportio B ad D, et ille iterum est duplus ad numerum, a quo denominatur proportio F A ad D, igitur numerus, a quo denominatur proportio C ad D, est quadruplus ad numerum, a quo denominat[u]r proportio F, quae est A ad D. Quod fuit probandum. ¶ Sequitur octavo, quod quacumque proportione superparticulari data denominata ab aliquo certo numero omnis proportio superparticularis denominata a maiori numero usque ad duplum inclusive est maior quam medietas illius proportionis superparticularis datae, ut data proportione sesquiquarta omnis proportio superparticularis denominata ab [a]liquo numero a quaternario usque ad octonarium inclusive, qui est numerus duplus ad quaternarium, est maior quam subdupla ad sesquiquartam, et sic sesquiquarta, sesquisexta, sesquiseptima, sesquioctava est maior quam subdupla ad sesquiquartam. Probatur, quoniam quacunque tali superparticulari data ab aliquo numero denominata proportio superparticularis denominata a numero in duplo maiore est maior quam subdupla ad illam, quia talis est medii termini ad infimum, ut patet ex quinto et sexto correlario coniunctis, igitur omnis proportio superparticularis denominata a numero minori quam duplo ad numerum, a quo denominatur data proportio superparticularis est maior quam subdupla ad illam datam superparticularem. Patet haec consequentia per hoc, quod omnis superparticularis, quae denominatur a minori numero est maior, quia talis denominatur a maiori parte aliquota, et hoc auxiliante loco a maiori, et per consequens proportione superparticulari data denominata ab aliquo certo numero omnis proportio superparticularis denominata a maiori numero vsq; ad duplũ inclusiue est maior quam subdupla ad illam superparticularem datam. Patet igitur correlarium.

9. correl. ¶ Sequitur nono ꝙ in omni proportione superparticulari proportio maximi extremi eiꝰ ad medium est maior quam subdupla ad proportionem medii ad minimũ extremum: vt data proportione sexquitertia que est. 8. ad. 6. proportio. 8. ad. 7. est maior quam subdupla ad proportionem. 7. ad. 6. Probatur quia ꝓportio maximi extremi ad medium in proportione superparticulari quecunq; fuerit illa denominatur a numero superparticulari imediate sequenti numerum a quo denominatur proportio medii ad minimũ extremum vt patʒ ex quarta parte sexti correlarii: ⁊ sic denomiatur a numero minori duplo ad numerũ a quo denominatur proportio medii ad minimũ extremum: igitur talis proportio maximi ad medium est maior quam subdupla ad proportionẽ medii ad minimũ extremum. Patet consequentia ex octauo correlario.

10. correl. ¶ Sequitur decimo ꝙ in omni proportione superparticulari ꝓportio maximi extremi ad medium est maior quam subtripla ad illã proportionem superparticularem. Probatur quia dato opposito puta ꝙ sit subtripla aut mior subtripla: sequeretur ꝙ ipsa esset subdupla adequate ad proportionem medii ad minimũ extremũ, vel minor quam subdupla: sed consequens est falsum vt patet ex nono correlario: igitur illud ex quo sequitur: ⁊ per consequens correlarium verũ quod fuit probandum. Sequela tamen probatur quia quando aliquid componitur ex duobus inequalibus adequate: ⁊ minus illorum est subtriplũ eius puta vna tertia illud minus est subduplum ad residuũ puta ad duas tertias: ⁊ si illud sit minꝰ quã tertia illius totius illud est minus quã subduplũ ad totũ residuũ: sed sic est in proposito per te igitur intentum.

11. correl. ¶ Sequitur vndecimo ꝙ data quacunq; proportione superparticulari denominata ab aliquo numero: omnis proportio superparticularis denominata a numero excedente illũ per vnitatem adequate est maior quã medietas illius proportionis date. Patet hoc correlariũ ex octauo correlario: quia omnis talis denoiatur a numero minori quam duplo ad numerũ a quo denominatur data superparticularis.

12. correl. ¶ Sequit̃ duodecimo ꝙ data naturali serie proportionum superparticulariũ puta sexquialtera, sexquitertia, sexquiquarta, ⁊ sic deinceps: quelibet proportio superparticularis que denomiatur ab altero duorum numerorum imediate sequentium numerũ a quo denominatur sexquialtera est maior quã medietas sexquialtere: ⁊ quelibet denominata ab aliquo trium numerorum imediate sequentium numerũ a quo denominatur sexquitertia est maior quã medietas sexquitertie: ⁊ quelibet denominata ab aliquo quatuor numerorũ imediate sequẽtium numerũ a quo denomiatur sexquiquarta est maior quam medietas eius: ⁊ sic in infinitũ semp addendo vnũ. Patet hoc correlariũ quoniã quelibet talis denominatur a numero duplo vel minori duplo ad numerũ a quo denominatur data proportio supparticularis vt patet intuenti: igitur quelibet talis est maior quam medietas date proportionis superparticularis. Patet consequentia ex octauo correlario.

Quarta conclusio. Quibuscũq; duabus ꝓportiõibus inequalibus propositis: maior illarũ minorem per proportionẽ que est inter denominationes earum excedit: vt captis quadrupla ⁊ tripla: quadrupla que est maior excedit triplam per proportionem que est inter. 4. et. 3. que est sexquitertia. Et hoc ideo quia tripla denominatur a ternario quadrupla vero a quaternario.

Documentum. Et hic aduerte ꝙ aliud est dicere proportio quadrupla excedit triplam per proportionem sexquitertiam: ⁊ se habet ad triplam in proportione sexquitertia. Nam sexdecupla excedit octuplam per proportionem duplam: ⁊ se habet ad illã in proportione sexquitertia vt postea patebit. Et hoc documentum debes memorie cõmendare si vis calculatorem intelligere in capitulo scdo de medio nõ resistẽte qđ ego voco de medio vniformiter difformiter resistente. Probatur conclusio supponẽdo primũ vnũ manifestum quod probatione non indiget: videlicet ꝙ quacunq; quantitate continua signata ad eã potest dari omnis proportio possibilis capiendo maiorẽ quantitatem: quo supposito capio duas proportiones f. maiorem ⁊ g. minorem: ⁊ vtriusq; illarum proportionum minimũ extremum sit c. quantitas continua: et aliud extremũ f. proportionis sit a. ⁊ aliud g. proportiõis sit b. ita ꝙ proportio f. sit a. ad c. ⁊ proportio g. sit b. ad c. ⁊ sint illi primi termini illarum proportionũ gratia argumenti: ⁊ tunc dico ꝙ proportio f. maior excedit proportionem g. per proportionẽʒ que est inter denominationes illarũ hoc est inter terminos a quibus ille proportiones denominãtur puta inter a. ⁊ b. Quod sic probatur qꝛ f. proportio a. ad c. maior componitur adequate ex ꝓportione a. ad b. ⁊ ex proportione b. ad c. que est g vt patet ex secunda conclusione huius: igitur proportio a. ad c. continet adequate proportionẽʒ b. ad c. ⁊ vltra proportionẽ que est a. ad b. igitur ꝓportio f. que est a. ad c. excedit proportionẽ g. que est b. ad c. per ꝓportionẽ que est a. ad b. quod fuit probandum. Illa enim est proportio inter primos terminos illarum proportionũ a quibus ille proportiones f. ⁊ g. denominantur.

1. correl. ¶ Ex hac conclusione sequitur primo ꝙ capto vno termino habẽte duas proportiones maioris inequalitatis ad duos terminos minores inequales vt oportet: ꝓportio inter illos duos minores terminos est illa per quam maior proportio excedit minorẽ: vt capto octonario numero habente proportionẽʒ ad ternariũ ⁊ quaternariũ: dico ꝙ ꝓportio octonarii ad ternariũ que est maior excedit proportionẽ octonarii ad quaternariũ minorẽ per ꝓportionẽ que est inter quaternariũ ⁊ ternariũ. Probatur sint due ꝓportiones puta f. ꝓportio que sit a. ad c. ⁊ g. ꝓportio minor que sit a. ad b. ⁊ tũc ego dico ꝙ ꝓportio b. ad c. est illa per quã ꝓportio f. excedit ꝓportionẽ g. Probatur qꝛ ꝓportio f. cõponitur adequate ex ꝓportione a. ad b. ⁊ ex ꝓportione b. ad c. vt patet ex secũda conclusione: igitur ꝓportio f. que est a. ad c. addit adequate supra ꝓportionẽ g. que est a. ad b. ꝓportionẽ b. ad c. ⁊ per consequens f. ꝓportio excedit ꝓportionẽ g. p ꝓportionẽ b. ad c. adequate cũ illaʒ adequate addat vltra alteraʒ ⁊ illa videlicet b. ad c. est proportio que est inter terminos minores illarum duarum proportionum inequalium: igitur correlarium verum.

2. correl. ¶ Sequitur secundo ꝙ si duo numeri siue quantitates se habent in proportione tripla subquadruplum maioris est subsexquitertium minoris: et si duo numeri se habẽt in ꝓportiõe dupla subq̃druplũ maioris est subduplũ minoris: quẽadmodum

denominata a maiori numero usque ad duplum in[]clusive est maior quam subdupla ad illam superparticularem datam. Patet igitur correlarium. ¶ Sequitur nono, quod in omni proportione superparticulari proportio maximi extremi eius ad medium est maior quam subdupla ad proportionem medii ad minimum extremum, ut data proportione sesquitertia, quae est 8 ad 6, proportio 8 ad 7 est maior quam subdupla ad proportionem 7 ad 6. Probatur, quia proportio maximi extremi ad medium in proportione superparticulari, quaecumque fuerit, illa denominatur a numero superparticuri immediate sequenti numerum, a quo denominatur proportio medii ad minimum extremum, ut patet ex quarta parte sexti correlarii, et sic denominatur a numero minori duplo ad numerum, a quo denominatur proportio medii ad minimum extremum, igitur talis proportio maximi ad medium est maior quam subdupla ad proportionem medii ad minimum extremum. Patet consequentia ex octavo correlario. ¶ Sequitur decimo, quod in omni proportione superparticulari proportio maximi extremi ad medium est maior quam subtripla ad illam proportionem superparticularem. Probatur, quia dato opposito, puta quod sit subtripla aut minor subtripla, sequeretur, quod ipsa esset subdupla adaequate ad proportionem medii ad minimum extremum vel minor quam subdupla, sed consequens est falsum, ut patet ex nono correlario, igitur illud, ex quo sequitur, et per consequens correlarium verum. Quod fuit probandum. Sequela tamen probatur, quia quando aliquid componitur ex duobus inaequalibus adaequate, et minus illor[u]m est subtriplum eius, puta una tertia, illud minus est subduplum ad residuum, puta ad duas tertias, et si illud sit minus quam tertia illius totius, illud est minus quam subduplum ad totum residuum, sed sic est in proposito per te, igitur intentum. ¶ Sequitur undecimo, quod data quacumque proportione superparticulari denominata ab aliquo numero, omnis proportio superparticularis denominata a numero excedente illum per unitatem adaequate est maior quam medietas illius proportionis datae. Patet hoc correlarium ex octavo correlario, quia omnis talis denominatur numero minori quam duplo ad numerum, a quo denominatur data superparticularis. ¶ Sequitur duodecimo, quod data naturali serie proportionum super[par]ticularium, puta sesquialtera, sesquitertia, sesquiquarta et sic deinceps, quaelibet proportio superparticularis, quae denominatur ab altero duorum numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquialtera, est maior quam medietas sesquialterae, et quaelibet denominata ab aliquo trium numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquitertia, est maior quam medietas sesquitertiae, et quaelibet denominata ab aliquo quatuor numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquiquarta, est maior quam medietas eius et sic in infinitum semper addendo unum. Patet hoc correlarium, quoniam quaelibet talis denominatur a numero duplo vel minori duplo ad numerum, a quo denominatur data proportio superparticularis, ut patet intuenti, igitur quaelibet talis est maior quam medietas datae proportionis superparticularis. Patet consequentia ex octavo correlario.

Quarta conclusio: quibuscumque duabus proportionibus inaequalibus propositis maior | illarum minorem per proportionem, quae est inter denominationes earum, excedit, ut captis quadrupla et tripla, quadrupla, quae est maior, excedit triplam per proportionem, quae est inter 4 et 3, quae est sesquitertia. Et hoc ideo, quia tripla denominatur a ternario, quadrupla vero a quaternario. Et hic adverte, quod aliud est dicere, proportio quadrupla excedit triplam per proportionem sesquitertiam, et se habet ad triplam in proportione sesquitertia. Nam sexdecupla excedit octuplam per proportionem duplam, et se habet ad illam in proportione sesquitertia, ut postea patebit. Et hoc documentum debes memoriae commendare, si vis calculatorem intelligere in capitulo secundo de medio non resistente, quod ego voco de medio uniformiter difformiter resistente. Probatur conclusio supponendo primum unum manifestum, quod probatione non indiget, videlicet quod quacumque quantitate continua signata ad eam potest dari omnis proportio possibilis capiendo maiorem quantitatem. Quo supposito capio duas proportiones F maiorem et G minorem, et utriusque illarum proportionum minimum extremum sit C quantitas continua, et aliud extremum F proportionis sit A, et aliud G proportionis sit B, ita quod proportio F sit A ad C, et proportio G sit B ad C, et sint illi primi termini illarum proportionum gratia argumenti, et tunc dico, quod proportio F maior excedit proportionem G per proportionem, quae est inter denominationes illarum, hoc est inter terminos, a quibus illae proportiones denominantur, puta inter A et B. Quod sic probatur, quia F proportio A ad C maior componitur adaequate ex proportione A ad B et ex proportione B ad C, quae est G, ut patet ex secunda conclusione huius, igitur proportio A ad C continet adaequate proportionem B ad C et ultra proportionem, quae est A ad B. Igitur proportio F, quae est A ad C, excedit proportionem G, quae est B ad C per proportionem, quae est A ad B. Quod fuit probandum. Illa enim est proportio inter primos terminos illarum proportionum, a quibus illae proportiones F et G denominantur. ¶ Ex hac conclusione sequitur primo, quod capto uno termino habente duas proportiones maioris inaequalitatis ad duos terminos minores inaequales, ut oportet, proportio inter illos duos minores terminos est illa, per quam maior proportio excedit minorem, ut capto octonario numero habente proportionem ad ternarium et quaternarium dico, quod proportio octonarii ad ternarium, quae est maior, excedit proportionem octonarii ad quaternarium minorem per proportionem, quae est inter quaternarium et ternarium. Probatur: sint duae proportiones, puta F proportio, quae sit A ad C, et G proportio minor, quae sit A ad B, et tunc ego dico, quod proportio B ad C est illa, per quam proportio F excedit proportionem G. Probatur, quia proportio F componitur adaequate ex proportione A ad B et ex proportione B ad C, ut patet ex secunda conclusione, igitur proportio F, quae est A ad C, addit adaequate supra proportionem G, quae est A ad B, proportionem B ad C, et per consequens F proportio excedit proportionem G per proportionem B ad C adaequate, cum ill[a] adaequate addat ultra alteram, et illa, videlicet B ad C, est proportio, quae est inter terminos minores illarum duarum proportionum inaequalium, igitur correlarium verum.

¶ Sequitur secundo, quod si duo numeri sive quantitates se habent in proportione tripla, subquadruplum maioris est subsesquitertium minoris, et si duo numeri se habent in proportione dupla, subquadruplum maioris est subduplum minoris, quemadmodum duob⁹ numeris se habẽtibus in proportione sexquialtera subduplum maioris est subsexquitertium minoris. Probatur prima pars quia in casu illius idẽ numerus habet duas proportiones maioris inequalitatis ad duos numeros minores inequales puta triplam ad suũ subtriplum ⁊ quadruplam ad suum subquadruplum vt constat: igitur proportio per quaꝫ quadrupla excedit triplã est proportio inter illos numeros minores puta subtriplum ⁊ subquadruplum vt patet ex precedenti: ⁊ proportio per quã quadrupla excedit triplam est sexquitertia que est inter numeros denominantes illas vt patet ex conclusione: igitur inter illos duos numeros minores puta subtriplũ ⁊ subquadrupluꝫ est proportio sexquitertia quod fuit probandum. Et eodem modo probabis reliquas partes ⁊ infinita talia correlaria. ¶ Sequitur tertio ꝙ vniuersaliter talis est proportio inter duas partes aliquotas inequales alicuius quantitatis: qualis est inter numeros a quibus denominantur tales partes aliquote: vt capta quarta alicuius ⁊ etiam tertia eiusdem: dico ꝙ inter tertiam ⁊ quartam talis est proportio qualis est inter .4. et .3. puta sexquitertia. Ad quod probanduꝫ peto primo ꝙ quelibet pars aliquota alicuius denominatur a certo numero vt medietas a binario tertia a ternario: quarta a quaternario: quĩta a quinario. ⁊c. Peto secundo ꝙ cuiuslibet quantitatis ad quamlibet sui partem aliquotam est proportio mltiplex denominata a numero a quo denominatur talis pars aliquota; vt cuiuslibet quãtitatis ad suam quartam est proportio quadrupla denominata a numero quaternario a quo denominatur quarta, ⁊ ad suam tertiã est tripla denominata a numero ternario a quo denominatur tertia: ⁊ sic cõsequenter. Quibus basibus suppositis ostenditur correlarium: ⁊ sit a. vna quantitas: ⁊ sit b. vna pars eius aliquota: et c. alia minor pars aliquota eiusdem a. ⁊ sit a. ad c. f. proportio: ⁊ a. ad b. g. proportio minor vt oportet ⁊ sit d. numerus a quo denominatur b. pars aliquota: ⁊ e. a quo denominatur c. pars aliquota: ⁊ tũc dico ꝙ tales est proportio inter b. et c. qualis inter d. ⁊ e. Quod sic ostenditur quia proportio f. que est a. ad c. excedit proportionem g. que est a. ad b. per proportioneꝫ b. ad c. vt patet ex primo correlario ⁊ proportio per quã proportio f. excedit proportionem g. est illa que est inter denominatiões siue inter terminos a. quibus denominãtur f. ⁊ g. proportiones vt patet ex conclusione: igitur proportio b. ad c. est proportio que est inter terminos a quibus denominatur f. ⁊ g. proportiões: ⁊ f. et g. proportiones denominantur a d. ⁊ e. numeris a quibus denominantur b. c. partes aliquote ipsi⁹ a. vt patet ex secunda petitione igitur: talis est proportio inter b. ⁊ c. qualis est inter d. ⁊ e. quod fuit probandum. Et sic patet correlariuꝫ. ¶ Sequitur quarto ꝙ constituta naturali serie proportionuꝫ multipliciũ: ⁊ constituta etiam naturali serie proportionum superparticularium: secunda species proportionis multiplicis excedit primam specieꝫ per primam speciem proportionis superparticularis puta per sexquialterã: ⁊ tertia species multiplicis excedit secundã: per secundam speciem proportionis superparticularis: ⁊ quarta multiplicis excedit tertiam: per tertiaꝫ superparticularis ⁊ sic in infinitum. Probatur quia captis primis duabus speciebus proportionis multiplicis puta dupla ⁊ tripla ille denominantur a numero bina

Tertium correlar.

4. correl.

rio ⁊ ternario vt constat: ⁊ tripla excedit duplam per proportioneꝫ que est inter illos numeros ternarium videlicet ⁊ binarium vt patet in conclusione: ⁊ inter illos est prima species proportionis superparticularis vt patet ex secundo capite prime partis vbi generantur infinite species proportionis superparticularis sereatim in naturali serie numerorum igitur. Item captis tripla ⁊ quadrupla multiplicibus ille excedunt se: per proportionem que est .4. ad .3. vt patet ex conclusiõe: ⁊ inter illos numeros est secunda species proportionis superparticularis puta sexquitertia vt patet ex loco preallegato: igitur correlariũ verum quoniã eodem modo probabis de aliis. ¶ Sequitur quinto ꝙ per tot proportiones superparticulares cõsequenter ⁊ sereatim assumptas excedit quelibet species multiplicis proportiõis distans a. prima primã speciem multiplicis: per quot vnitates numerus a quo denominatur illa species distat a numero a quo denomĩatur prima species proportionis multiplicis puta dupla. Et sic etiam dicendum est de qualibet alia specie mltiplici a qua distat per aliquot species vt proportio quintupla excedit proportionẽ duplam per tres species proportionis superparticulares sereatim sumptas videlicet per proportionem sexquialteram que est 3. ad. 2. et sexquitertiam que est. 4. ad. 3. et sexquiquartam que est. 5. ad. 4. Patet hoc correlarium facile ex anteriori. ¶ Sequitur sexto ꝙ vniuersalis series proportionum superparticularium infinitam latitudinẽ proportionis constituit. Probatur quia constituit infinite magnam proportionem multiplicem cum proportione dupla: igitur talis series in infinitum magna latitudo est proportionis. Item talis series proportionum superparticularium est naturalis series numerorum incipiendo a binario: sed in infinitum magna proportio est alicuius numeri a binarium: igitur infinitum magna latitudo proportionis est naturalis series proportionum superparticularium. Et hoc nota ad capitulum de augmentatione.

5. correl.

6. correl.

¶ Capitulum quintum in quo recitatur paucis ⁊ impugnatur opinio basani politi de proportione siue cõmensurabilitate proportionum.

Consueuerunt veteres ⁊ signanter paripathetici philosophantes amputare atq; resecare contrarias opinationes: ⁊ deinde veras interserere. Ideo basani politi opinionem in materia proportionalitatum ceteris mathematicis aduersam presenti duximus expugnandam.

Sit igit capitalis suppositio. Quodlibet habens subduplum est duplum ad suam medietatem ⁊ si ipsum est duplum ipsum continet suam medietatem bis adequate. Hec petitio est nec iuuat eam demonstrare.

Secunda suppositio siue petitio. Omne duplum ad aliquod continet ipsum vel equale ei bis tantum: ⁊ si contineat ipsum plusquã bis est plusquam duplum ad illud.

Tertia suppositio. Si aliquid efficitur in duplo maius ipsum perdit adequate medietatem sui.

duobus numeris se habentibus in proportione sesquialtera, subduplum maioris est subsesquitertium minoris. Probatur prima pars, quia in casu illius idem numerus habet duas proportiones maioris inaequalitatis ad duos numeros minores inaequales, puta triplam ad suum subtriplum et quadruplam ad suum subquadruplum, ut constat, igitur proportio, per quam quadrupla excedit triplam, est proportio inter illos numeros minores, puta subtriplum et subquadruplum, ut patet ex praecedenti, et proportiom per quam quadrupla excedit triplam, est sexquitertia, quae est inter numerus denominantes illas, ut patet ex conclusione, igitur inter illos duos numeros minores, puta subtriplum et subquadruplum, est proportio sexquitertia. Quod fuit probandum. Et eodem modo probabis reliquas partes et infinita talia correlaria. ¶ Sequitur tertio, quod universaliter talis est proportio inter duas partes aliquotas inaequales alicuius quantitatis, qualis est inter numeros, a quibus denominantur tales partes aliquotae, ut capta quarta alicuius et etiam tertia eiusdem dico, quod inter tertiam et quartam talis est proportio, qualis est inter 4 et 3, puta sesquitertia. Ad quod probandum peto primo, quod quaelibet pars aliquota alicuius denominatur a certo numero, ut medietas a binario, tertia a ternario, quarta a quaternario, quinta a quinario et cetera. Peto secundo, quod cuiuslibet quantitatis ad quamlibet sui partem aliquotam est proportio multiplex denominata a numero, a quo denominatur talis pars aliquota, ut cuiuslibet quantitatis ad suam quartam est proportio quadrupla denominata a numero quaternario, a quo denominatur quarta, et ad suam tertiam est tripla denominata a numero ternario, a quo denominatur tertia, et sic consequenter. Quibus basibus suppositis ostenditur correlarium, et sit A una quantitas, et sit H una pars eius aliquota, et C alia minor pars aliquota eiusdem A, et sit A ad C F proportio, et A ad B G proportio minor, ut oportet, et sit D numerus, a quo denominatur B pars aliquota, et E, a quo denominatur C pars aliquota, et tunc dico, quod tal[i]s est proportio inter B et C, qualis inter D et E. Quod sic ostenditur, quia proportio F, quae est A ad C, excedit proportionem G, quae est A ad B per proportionem B ad C, ut patet ex primo correlario, et proportio, per quam proportio F excedit proportionem G, est illa, quae est inter denominationes sive inter termininos, a quibus denominantur F et G proportiones, ut patet ex conclusione, igitur proportio B ad C est proportio, quae est inter terminos, a quibus denominatur F et G proportiones, et F et G proportiones denominantur a D et E numeris, a quibus denominantur BC partes aliquotae ipsius A, ut patet ex secunda petitione igitur, talis est proportio inter B et C, qualis est inter D et E. Quod fuit probandum. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto, quod constituta naturali serie proportionum multiplicium et constituta etiam naturali serie proportionum superparticularium secunda species proportionis multiplicis excedit primam speciem per primam speciem proportionis superparticularis, puta per sesquialteram, et tertia species multiplicis excedit secundam per secundam speciem proportionis superparticularis, et quarta multiplicis excedit tertiam per tertiam superparticularis et sic in infinitum. Probatur, quia captis primis duabus speciebus proportionis multiplicis, puta dupla et tripla, illae denominantur a numero binario | et ternario, ut constat, et tripla excedit duplam per proportionem, quae est inter illos numeros, ternarium videlicet et binarium, ut patet in conclusione, et inter illos est prima species proportionis superparticularis, ut patet ex secundo capite primae partis, ubi generantur infinitae species proportionis superparticularis sereatim in naturali serie numerorum, igitur. Item captis tripla et quadrupla multiplicibus illae excedunt se per proportionem, quae est 4 ad 3, ut patet ex conclusione, et inter illos numeros est secunda species proportionis superparticularis, puta sexquitertia, ut patet ex loco praeallegato, igitur correlarium verum, quoniam eodem modo probabis de aliis. ¶ Sequitur quinto, quod per tot proportiones superparticulares consequenter et sereatim assumptas excedit quaelibet species multiplicis proportionis distans a prima primam speciem multiplicis per quot unitates numerus, a quo denominatur illa species, distat a numero, a quo denominatur prima species proportionis multiplicis, puta dupla. Et sic etiam dicendum est de qualibet alia specie multiplici, a qua distat per aliquot species, ut proportio quintupla excedit proportionem duplam per tres species proportionis superparticulares sereatim sumptas, videlicet per proportionem sesquialteram, quae est 3 ad 2, et sesquitertiam, quae est 4 ad 3, et sesquiquartam, quae est 5 ad 4. Patet hoc correlarium facile ex anteriori. ¶ Sequitur sexto, quod universalis series proportionum superparticularium infinitam latitudinem proportionis constituit. Probatur, quia constituit infinite magnam proportionem multiplicem cum proportione dupla, igitur talis series in infinitum magna latitudo est proportionis. Item talis series proportionum superparticularium est naturalis series numerorum incipiendo a binario, sed in infinitum magna proportio est alicuius numeri a binarium, igitur [in] infinitum magna latitudo proportionis est naturalis series proportionum superparticularium. Et hoc nota ad capitulum de augmentatione.

5. Kapitel des 2. Teils

Capitulum quintum, in quo recitatur paucis et impugnatur opinio Bassani Politi de proportione sive commensurabilitate proportionum

Consueverunt veteres et signanter peripathetici philosophantes amputare atque resecare contrarias opinationes et deinde veras interserere. Ideo Bassani Politi opinionem in materia proportionalitatum ceteris mathematicis adversam praesenti duximus expugnandam.

Sit igitur capitalis suppositio: quodlibet habens subduplum est duplum ad suam medietatem, et si ipsum est duplum, ipsum continet suam medietatem bis adaequate. Haec petitio nec iuvat eam demonstrare.

Secunda suppositio sive petitio: omne duplum ad aliquod continet ipsum vel aequale ei bis tantum, et si contineat ipsum plusquam bis, est plusquam duplum ad illud.

Tertia suppositio: si aliquid efficitur in duplo minus, ipsum perdit adaequate medietatem sui.