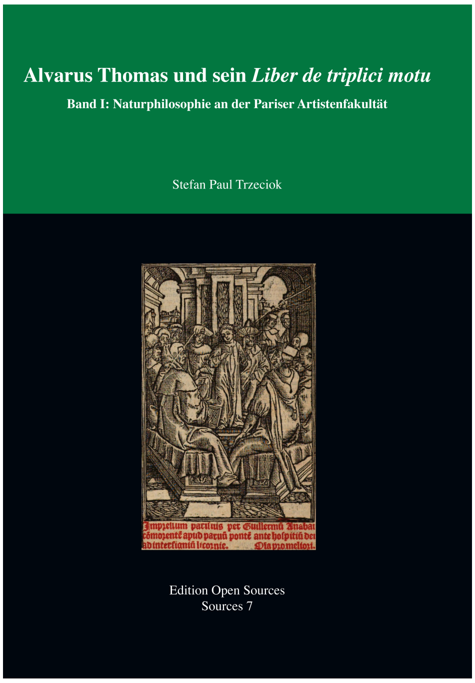
Edition Open Sources
Sources 7

Stefan Paul Trzeciok:

Abriss des zweiten Teils des *Liber de triplici motu*

DOI: 10.34663/9783945561096-13



In: Stefan Paul Trzeciok: *Alvarus Thomas und sein Liber de triplici motu : Band I: Naturphilosophie an der Pariser Artistenfakultät*
Online version at https://edition-open-sources.org/sources/7/

ISBN 978-3-945561-09-6, DOI 10.34663/9783945561096-00
First published 2016 by Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, Edition Open Sources

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de

Abriss des zweiten Teils des *Liber de triplici motu*

Kapitel 2.1

Das Kapitel behandelt die Definition und die Einteilung der *proportionalitates*.

definitio **der** ***proportionalitas*****:**

„Die Proportionalität, die besonders mit der *sententia* des Nikomachus verbunden ist, trägt dazu bei, die Sternkunde, die Musik und die Vorlesungen der Alten zu verstehen, aber in der Tat bezieht sie sich nicht weniger auf die Physik und die physikalischen Berechnungen. Um sich deren Verständnis zuzuwenden, gilt es, dass es einen Unterschied zwischen einem Verhältnis und einer Proportionalität gibt. Denn ein Verhältnis ist, wie gesagt worden ist, die Beziehung zweier Quantitäten, die wechselseitig aufgestellt werden. Darüber wurde weiter oben gesprochen. Aber die Proportionalität ist die fest stehende Beziehung zweier Verhältnisse oder mehrerer von einen zum anderen. So wie ein Verhältnis sei es die Beziehung von Zahlen oder Quantitäten. Die Proportionalität ist aber eine Zusammenstellung von Verhältnissen. Gleichwie denn Zahlen wechselseitig nach der *maioritas* oder *minoritas* aufgestellt werden, so beziehen sich Verhältnisse wechselseitig nach *maioritas* oder *minoritas* aufeinander.“[1]

Korollar: „Daher rührt es, dass jede Proportionalität ein Verhältnis ist, obwohl sich nicht jedes Verhältnis als Proportionalität heraushebt. Dieses Korollar ist aus sich selbst heraus offensichtlich. Denn ein Verhältnis oder eine Klasse oder etwas an Stelle einer Klasse verhält sich so, als ob die Proportionalität mit diesem Term verglichen wird.“[2]

nota: „Und achte darauf, dass in dem Vorschlag das Mittel, die Gleichheit und die Proportionalität dasselbe sind und in derselben Art und Weise definiert werden. Denn das Mittel ist die Beziehung zweier oder mehrerer Verhältnisse von einem zum anderen, wie die Beziehung, die zwischen einem doppelten und einem vierfachen Verhältnis ist.“[3]

---

[1] *Proportionalitas iuxta Nicomachi sententiam plurimum ad astrologiam, musicam veterumque lectiones intelligendas confert. Sed profecto ad physicam physicasque calculationes non minus conducit. Ad cuius intelligentiam advertendum est differentiam esse inter proportionem et proportionalitatem. Proportio enim, ut dictum est, habitudo est duarum quantitatum ad invicem comparatarum. De qua superius dictum est. Sed proportionalitas est duarum proportionum vel plurium unius ad alteram certa habitudo. Ita ut proportio, habitudo sit numerorum sive quantitatum, proportionalitas vero proportionum collatio existat. Sicut enim numeri ad invicem comparantur in maioritate et in minoritate, ita proportiones ad invicem in maioritate et minoritate referuntur.* Thomas 1509, S. 17.

[2] *Nascitur hinc omnem proportionalitatem proportionem esse, quamvis non omnis proportio proportionalitas existat. Patet hoc correlarium ex se. Nam proportio aut genus aut [pro] loco generis se habet, cum huic termino proportionalitas comparatur.* Thomas 1509, S. 17.

[3] *Et adverte, quod in proposito idem est medietas aequalitas et proportionalitas, et eodem modo definiuntur. Medietas enim est duarum vel plurium proportionum unius ad alteram certa habitudo ut habitudo, quae est inter proportionem duplam et quadrup[l]am.* Thomas 1509, S. 17.

Aufteilung der *proportionalitates*:

„Bei den neueren Mathematikern gibt es elf Proportionalitäten oder Mittel, deren letztes das vollendetste ist. Darin findet man alle einfachen musikalischen Klänge. Aber bei den alten [Mathematikern] findet man [noch] drei berühmte Proportionalitäten, nämlich die arithmetische [Proportionalität], die geometrische [Proportionalität] und die musische oder harmonische [Proportionalität].“[4]

***definitio* der *proportionalitas arithmetica* und der *differentia*:**

„Dann besteht eine arithmetische Proportionalität, wenn nach der Aufstellung von drei, vier oder mehreren Termen zwischen ihnen dieselben *differentiae*, aber nicht dieselben Verhältnisse gefunden werden. Ein Beispiel, wie man nach der Aufstellung von diesen drei Termen oder Zahlen 1, 3, 5, zwischen denen man nicht dasselbe Verhältnis findet, aber sehr wohl denselben Unterschied. Denn Eins zu 3 ist ein durch Drei geteiltes [oder eindrittelfaches] Verhältnis, und Drei zu 5 ist ein durch Fünfdrittel geteiltes [oder dreifünftelfaches] Verhältnis. Daher sind jene Verhältnisse nicht ähnlich. Dennoch gibt es eine [gleiche] *differentia*. Das heißt, dass der Überhang, durch den die zweite Zahl die erste [Zahl] übertrifft, hinsichtlich der *differentia* gleich dem [Überhang] ist, durch den die dritte [Zahl] die zweite [Zahl] übertrifft, weil beider *differentia* Zwei ist. Denn in dem Vorschlag – das heißt bei der gegebenen *definitio* durch die Terme – verstehe man [es so], dass die Zahlen in einer Reihe aufgestellt werden, oder dass man die, die sich wie Zahlen verhalten, in einer Reihe aufstellt. Und man verstehe den Überhang, durch den eine Zahl die andere übertrifft, durch die *differentiae*. Man wird auch diese Proportionalität in einer natürlichen Reihe an Zahlen finden, wenn man die 6, die 7 und die 8 erfasst. Und man vergleiche zwischen ihren Termen die verschiedenen Verhältnisse, weil ja das [Verhältnis] der ersten [Zahl] zur zweiten [Zahl] ein durch Siebensechstel geteiltes [oder sechssiebentelfaches] Verhältnis ist, und das [Verhältnis] der zweiten [Zahl] zur dritten [Zahl] ein durch Achtsiebentel geteiltes [oder siebenachtelfaches] Verhältnis. Und es besteht zwischen jenen Verhältnissen die gleiche *differentia*. Daher findet man bei diesen Termen eine arithmetische Proportionalität. Jene Terme sind nämlich stetig arithmetisch und proportional.“[5]

definitio der *termini continuo proportionabiles proportionalitate arithmetica*: „Daher sind jene Terme stetig proportional gemäß einer arithmetischen Proportionalität, zwischen de-

[4] *[...] apud recentiores mathematicos undecim sunt proportionalitates sive medietates, quarum ultima perfectissima est, quam in ea omnes consonantiae musicales simplices reperiuntur. Sed apud antiquos tres proportionalitates famatae reperiuntur, videlicet arithmetica, geometrica et musica sive harmonica.* Thomas 1509, S. 17.

[5] *Unde proportionalitas arithmetica est, quando dispositis tribus quattuor vel pluribus terminis inter eos eaedem differentiae, sed non eaedem proportiones reperiuntur. Exemplum, ut dispositis his tribus terminis sine numeris 1, 3, 5, inter quos non eadem proportio reperitur, sed bene eadem differentia. Unius enim ad 3 est propotio subtripla, et trium ad 5 est proportio subsuperbipartiens tertias. Modo illae proportiones non sunt similes. Differentia tamen [...] excessus, quo secundus numerus excedit primum, est aequalis differentiae, qua tertius excedit secundum, quia utraque differentia est binarius. In proposito enim – hoc est in data definitione per terminos – intelligas numeros sereatim positos vel ea, quae se habent ut numeri sereatim positi, et per differentias intelligas excessum, quo unus numerus excedit alterum. Reperies autem hanc proportionalitatem in naturali serie numerorum capiendo 6, 7, 8, comperies inter illos terminos diversas proportiones, quoniam primi ad secundum est proportio subsesqui[sexta], et secundi ad tertium est proportio subsesquiseptima, et est aequalis differentia inter illos terminos. Quare in illis terminis reperitur proportionalitas arithmetica. Sunt enim illi termini continuo proportionabiles arithmetice.* Thomas 1509, S. 17.

nen stetig ein gleicher Überhang besteht. Und so wie der erste [Term] den zweiten [Term] durch irgendeinen Überhang übertrifft, so überträfe der zweite [Term] den dritten [Term] mit dem gleichen Überhang, und der dritte [Term] den vierten [Term] und folgerichtig so weiter; oder auch umgekehrt, wenn man von den kleineren [Termen her] anfängt.“[6]

1. Korollar: „Daraus holt man hervor, dass alle Zahlen in einer natürlichen Reihe an Zahlen stetig proportionale Terme gemäß einer arithmetischen Proportionalität sind, weil sie sich stetig um den gleichen Überhang zum Beispiel durch Eins übertreffen.“[7]

2. Korollar: „Es folgt weiter darüber hinaus, dass Verhältnisse, [zum Beispiel] doppelte, vierfache, achtfache, sechzehnfache, zweiunddreißigfache [Verhältnisse und] folgerichtig so weiter beim Aufsteigen nach *pariter pares* Zahlen stetig arithmetische proportionale Terme sind, weil sich ja jene Verhältnisse durch ein gleiches Verhältnis übertreffen, z.B. ein doppeltes [Verhältnis]. Denn ein vierfaches [Verhältnis] übertrifft ein doppeltes [Verhältnis] um ein doppeltes [Verhältnis]. Und ein achtfaches [Verhältnis] übertrifft ein vierfaches [Verhältnis] auch um ein doppeltes [Verhältnis]. Und ebenso übertrifft ein sechzehnfaches [Verhältnis] ein achtfaches [Verhältnis] um ein doppeltes [Verhältnis]. Daher sind jene Verhältnisse stetig arithmetisch proportional.“[8]

definitio **der** ***proportionalitas geometrica*****:**

„Ein geometrisches Mittel oder [eine geometrische] Proportionalität ist, wievielmal auch immer nach der Aufstellung von drei Termen oder mehreren zwischen denen dieselben Verhältnisse, aber ganz und gar nicht dieselben *differentiae* gefunden werden. Und unter denselben Verhältnissen verstehe man in dem Vorschlag gleiche Verhältnisse. Und unter gleichen Verhältnisse verstehe man Verhältnisse derselben *denominatio*. Dieser Art und Weise sind das Verhältnis von 4 zu 2 und [das Verhältnis von] 12 zu 6. Denn sie haben dieselbe *denominatio*. Denn beide von ihnen sind doppelte [Verhältnisse], wie es aus dem vorigen Teil fest steht. Daher sind alle doppelten [Verhältnisse] gleich, und alle anderthalbfachen [Verhältnisse] und alle fünfdrittelfachen [Verhältnisse]. Ein Beispiel dieses Mittels wird in den Termen 2, 4 und 8 gefunden. Denn wie das Verhältnis der ersten [Zahl] zur zweiten [Zahl] ist, so ist das Verhältnis der zweiten [Zahl] zur dritten [Zahl]. Denn bei beiden [Verhältnissen] findet man ein die zwei enthaltendes Verhältnis. Aber beide [Verhältnisse] haben nicht dieselben *differentiae*, weil ja der dritte Term den zweiten [Term] um die Zahl Vier übertrifft, aber der zweite [Term] den ersten [Term] nur um Zwei.“[9]

---

[6] *Unde termini continuo proportionabiles proportionalitate arithmetica sunt illi, inter quos continuo est aequalis excessus, ita quod sicut primus excedit secundum aliquo excessu, ita secundus excedat tertium aequali excessu, et tertius quartum et sic consequenter vel econtra, si incipias a minoribus.* Thomas 1509, S. 17.

[7] *Ex quo elicitur omnes numeros in naturali serie numerorum esse terminos continuo proportionabiles proportionalitate arithmetica, quoniam continuo se excedunt aequali excessu, puta unitate.* Thomas 1509, S. 17.

[8] *Sequitur ulterius proportiones duplam, quadruplam, octuplam, sexdecuplam, trigecuplam secundam et sic consequenter a[]scendendo per numeros pariter pares esse terminos continuo proportionabiles arithmetice, quoniam continuo illae proportiones se excedunt per aequalem proportionem, puta duplam. Nam quadrupla excedit duplam per duplam, et octupla excedit quadruplam etiam per duplam, et similiter sexdecupla excedit octuplam per duplam, igitur illae proportiones continuo sunt proportionabiles arithmetice.* Thomas 1509, S. 17.

[9] *Geometrica autem medietas sive proportionalitas est, quotienscumque tribus dispositis terminis aut pluribus inter eos eaedem proportiones reperiuntur, eaedem vero differentiae nequaquam. Et per easdem proportiones in propositio intelligas proportiones aequales. Et per aequales proportiones intelligas proportiones*

1. Korollar: „Aus dem Gesagten wird ausgeführt, dass alle Zahlen, die *pariter pares* sind, stetig geometrisch proportioniert werden. Denn zwischen ihnen ist stetig ein doppeltes Verhältnis, wie es in den Termen 2, 4, 8, 16 offensichtlich ist.“[10]

2. Korollar: „Alle ungeraden Zahlen, die sich stetig verdreifachen, wobei mit der Drei angefangen werden muss, sind stetig geometrisch proportionierbar. Denn wenn sie sich stetig verdreifachen, verhalten sie sich stetig in einem dreifachen Verhältnis. Daher beinhaltet jede [Zahl], die unmittelbar folgt, die vorausgehende [Zahl] dreimal, wie es in den Termen 3, 9, 27 offensichtlich ist.“[11]

3. Korollar: „Es wird drittens erkannt, dass alle von *pariter pares* Zahlen bestimmten Verhältnisse durch das Auslassen einer *pariter par* Zahl nach der zweiten Zahl, die *pariter par* ist, zweier [*pariter pares* Zahlen] nach der vierten [Zahl, die *pariter par* ist], von vier [Zahlen, die *pariter par* sind,] nach der siebenten [Zahl, die *pariter par* ist] und folgerichtig so weiter durch stetiges Verdoppeln der dazwischen liegenden Zahlen stetig proportionale geometrische Terme sind, wie zum Beispiel ein doppeltes Verhältnis, ein vierfaches, ein sechzehnfaches, ein hundertachtundzwanzigfaches [Verhältnis] und folgerichtig so weiter, oder wie sie in diesen Termen 1, 2, 1, 4, 1, 16, 1, 128 und so weiter gefunden werden.“[12]

***definitio* der *proportionalitas harmonica*:**

„Ein harmonisches oder musikalisches Mittel oder [eine harmonische] Proportionalität ist [vorhanden], so oft auch immer drei Terme oder mehr aufgestellt werden, zwischen denen nicht dieselben Verhältnisse und nicht [dieselben] *differentiae* bestehen. Aber wie sich der größte Term zum kleinsten [Term] verhält, so verhält sich die *differentia* der größeren [Terme] zur *differentia* der kleineren [Terme] wie nach der Aufstellung der drei Terme 6, 4, 3, zwischen denen weder dieselben Verhältnisse noch dieselben Differenzen gefunden werden können. Aber wie der größte von ihnen sich zum kleinsten [Term] verhält, so verhält sich die *differentia* des größten [Terms] zum mittleren [Term] und [die *differentia*] des mittleren [Terms] zum kleinsten [Term], wie es fest steht. Einige Eigenschaften werden zu diesem harmonischen Mittel ausgezeichnet, aber sie werden [erst] im nachfolgenden [Kapitel] gezeigt.“[13]

---

eiusdem denominationis. Cuiusmodi sunt proportio 4 ad 2 et 12 ad 6. Sunt enim eiusdem denominationis, est enim utraque illarum dupla, ut constat ex priori parte. Unde omnes duplae sunt aequales, omnes sesquialterae, et omnes suprabipartientes tertias. Exemplum huius medietatis in his terminis 2, 4, 8 reperitur, quoniam qualis est proportio primi ad secundum, talis est proportio secundi ad tertium, utrobique enim subdupla proportio invenitur, sed non sunt eaedem differentiae, quoniam tertius terminus secundum numero quaternario excedit, secundus vero primum binario dumtaxat. Thomas 1509, S. 17.

[10] *Educitur ex dictis omnes numeros pariter pares continuo geometrice proportionari. Inter eas enim continuo proportio dupla est, ut patet in his terminis: 2, 4, 8, 16.* Thomas 1509, S.17.

[11] *[...] omnes numeros impares continuo se triplantes incipiendo a ternario continuo proportionari geometrice. Nam si continuo se triplant, continuo se habent in proportione tripla, ex quo quilibet sequens immediate praecedentem ter continet, ut patet in his terminis: 3, 9, 27.* Thomas 1509, S. 17.

[12] *Elicitur tertio omnes proportiones denominatas a numeris pariter paribus relinquendo post secundum numerum pariter parem unum numerum, post quartum duos, post septimum quattuor et sic consequenter duplando continuo numeros intermissos esse terminos continuo proportionabiles geometrice, ut proportio dupla, quadrupla, sexdecupla, centecupla vicecupla octupla et sic consequenter, quove reperiuntur in his terminis: 1, 2, 1, 4, 1, 16, 1, 128 et cetera.* Thomas 1509, S. 17f. Eine Reihe von Zahlen, die *pariter par* sind, wäre im Sinne dieses Korollars folgende: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 etc. Die ausgelassenen Zahlen sind durchgestrichen.

[13] *Harmonica autem musicave medietas sive proportionalitas est, quotienscumque dispositis tribus terminis vel pluribus inter ipsos nec sunt eaedem proportiones, nec differentiae, sed sicut se habet maximus terminus*

***nota* zu den weiteren *proportionalitates*:**

„Nikomachus fügte den drei alten und berühmten Mitteln oder Proportionalitäten 7 neuere Proportionalitäten hinzu, so dass die Zahl auf Zehn aufgefüllt wurde. Sie wurde bei den alten [Mathematikern] höher geschätzt, wie es offensichtlich ist bei dem Philosophen im 15. Teil der Probleme. Aber man wird sie sehen können bei Severinus Boëthius am Ende seiner Arithmetik und bei anderen neuen Mathematikern. Denn sie werden in diesem Werk nicht ausgelassen, obwohl die Philosophierenden sie in ihren physischen Berechnungen ganz und gar nicht nutzen.“[14]

Zusatz zu *definitio* der *proportionalitas*: „Hier muss schließlich beachtet werden, dass eine Proportionalität [etwas] Zweifaches ist: Einige sind verbunden, einige getrennt.“[15]

***definitio* der *proportionalitas coniuncta*:**

„Eine verbundene Proportionalität ist jene [Proportionalität], die in drei der mehreren Termen zusammenhängend aufgestellt ist, wie die Proportionalität, die in den drei Termen 3, 6 und 12 gefunden wird. Und diesem Mittel ist es eigen, dass es zwei Verhältnisse unter den drei Termen zum kleinsten [Term] gibt. Unter den drei Termen werden immer nur allein zwei Verhältnisse gefunden werden. Und mehr [als die] können nicht gefunden werden beim Nutzen dieser Terme und auch keine anderen, außer man stellt den ersten [Term] mit dem letzten [Term] zusammen. Aber dann werden alle Terme zweimal erfasst. Daher muss bemerkt werden, wenn wir sagen, dass unter drei Termen allein zwei Verhältnisse oder höchstens zwei [Verhältnisse] gefunden werden, falls man den letzten [Term] mit dem ersten [Term] zusammenstellen sollte, dass es [nur] verstanden werden muss, wenn wir außer den drei Termen nichts nutzen und auch keine irgendwelche anderen [Terme], die in Gedanken dazwischen liegen. Denn zwischen der 6 und der 12 werden viele Verhältnisse gefunden werden, wenn wir die dazwischenliegenden Terme wie die Acht, Neun, Zehn und Elf nutzen.“[16]

---

ad minimum, ita se habet differentia maiorum ad differentiam minorum, ut dispositis his tribus terminis 6, 4, 3, inter eos non reperiuntur eaedem proportiones, nec eaedem differentiae, sed sicut se habet maximus eorum ad minimum, ita differentiae maximi ad medium et medii ad minimum sese habent, ut constat. Aliquae proprietates signantur huic h[a]rmonice medietati, sed illae in posterum ostendentur. Thomas 1509, S. 18.

[14] *Addit Nicomachus his tribus antiquis et famatis medietatibus sive proportionalitatibus 7 recentiores proportionalitates, ut compleretur numerus denarius, qui apud antiquos pluris habebatur, ut patet per philosophum decima quinta particula problematum, sed has videre poteris apud Severinum Boethium in calce suae arithmeticae et apud alios recentes mathematicos. Non enim huic operi sunt interserendae, quam philosophantes nequaquam eis in suis physicis calculationibus utuntur.* Thomas 1509, S. 18.

[15] *Hic tamen advertendum est, quod duplex est proportionalitas, quaedam coniuncta, quaedam vero dis[]iuncta.* Thomas 1509, S. 18.

[16] *Coniuncta proportionalitas est illa, quae in tribus vel pluribus terminis consistit continu[o], ut proportionalitas reperta in his tribus terminis 3, 6, 12. Et huic medietati proprium est esse duarum proportionum inter tres terminos ad minus. Inter tres terminos utique solum duae proportiones reperiuntur, nec possunt reperiri plures utendo illis terminis et non aliis, nisi comparetur primus ad ultimum. Sed tunc omnes termini bis capiuntur. Quare notandum est, quod quando dicimus, quod inter tres terminos reperiuntur dumtaxat duae proportiones vel ad summum tres, si ultimus comparetur ad primum, intelligendum est, dummodo non utamur nisi illis tribus terminis et non aliquibus aliis virtualiter intermediis. Inter 6 enim et 12 multae reperiuntur proportiones, dummodo utamur terminis intermediis, puta octonario, novenario, denario et undenario.* Thomas 1509, S. 18.

***definitio* der *proportionalitas disiuncta sive divisa*:**

„Aber eine geteilte oder getrennte Proportionalität ist jene [Proportionalität], die nicht zusammenhängend aufgestellt ist in 4 oder mehr Termen, wie diese Proportionalität eine getrennte Proportionalität ist, die in diesen vier Termen ist – 1, 2, 6, 12. Und dieser [Proportionalität] ist es eigentümlich, zumindest aus vier Termen, die nicht zusammenhängend proportionale [Terme] sind, zu bestehen. Deshalb besteht nicht dasselbe Verhältnis vom ersten [Term] zum zweiten [Term] und vom zweiten [Term] zum dritten [Term]. Das ist aus dem gegebenen Beispiel offensichtlich.“[17]

***definitio* der *proportionalitas maxima sive perfectissima*:**

„Diesen drei [vorherigen] Mitteln muss ein gewisses Mittel oder eine Proportionalität zugefügt werden, die von den Mathematikern die größte und vollendetste [Proportionalität] genannt wird. Daher ist das vollendetste Mittel jenes, dass aus vier Termen und drei Zwischenräumen besteht, und in dem andere berühmte Proportionalitäten gefunden werden können, wie in diesen vier Termen: 6, 8, 9, 12. Denn dort besteht eine größte und vollendetste Proportionalität. Unter dem Zwischenraum verstehe man das Verhältnis, das zwischen zwei unmittelbaren Termen ist. Und indem man es so versteht, wird man zwischen vier Termen freilich drei Zwischenräume finden. Das sind drei Verhältnisse, die sich reihenweise verhalten, wie man bei den gegebenen Termen die Verhältnisse 6 zu 8, 8 zu 9 und 9 zu 12 finden wird. Dieses Mittel hat viele Eigenschaften.“[18]

1. *proprietas*: „Wenn man den dritten [Term] zum ersten [Term] und den vierten [Term] zum dritten [Term] zusammenstellt, wird eine arithmetische Proportionalität gefunden, weil ja dieselben Unterschiede und nicht dieselben Verhältnisse gefunden werden.“[19]

2. *proprietas*: „Wenn man den vierten [Term] zum zweiten [Term] stellt und den dritten [Term] zum ersten [Term], findet man eine geometrische Proportionalität, weil bei den beiden [Verhältnissen] dort ein anderthalbfaches Verhältnis ist. Die *differentiae* aber sind nicht bei beiden [Verhältnissen] dieselben. So ist die eine *differentia* die Zahl Vier, die andere [*differentia*] Drei. Daher ist dort ein geometrisches Mittel.“[20]

---

[17] *Sed proportionalitas divisa sive disiuncta est illa, quae consistit in 4 terminis aut pluribus discontinu[o] ut proportionalitas, quae est in his quattuor terminis 1, 2, 6, 12, est proportionalitas disiun[c]ta. Et huic proprium est in quattuor terminis ad mininu[m] consistere discontinu[o] proportionabilibus, ita quod non eadem sit proportio primi ad secundum et secundi ad tertium. Hoc patet in exemplo dato.* Thomas 1509, S. 18.

[18] *His tribus medietatibus addenda est quaedam medietas sive proportionalitas, quae a mathematicis maxima et perfectissima dicitur. Unde medietas perfectissima est illa, quae in quattuor terminis et tribus intervallis consistit, in qua aliae famatae proportionalitates reperiri possunt ut in istis quatuor terminis 6, 8, 9, 12. Ibi enim est maxima et perfectissima proportionalitas. Per intervallum intellige proportionem, quae est inter duos terminos immediatos. Et sic intelligendo reperies dumtaxat inter quattuor terminos tria intervalla, hoc est tres proportiones sereatim se habentes, ut in datis terminis reperies proportiones 6 ad 8 et 8 ad 9 et 9 ad 12. Ista medietas multas habet proprietates:* Thomas 1509, S. 18.

[19] *[...] si comparetur tertius ad primum, et quartus ad tertium, reperitur proportionalitas arithmetica, quoniam reperiuntur eaedem differentiae et non eaedem proportiones.* Thomas 1509, S. 18.

[20] *[...] si comparetur quartus ad secundum, et tertius ad primum, reperietur proportionalitas geometrica, qu[ia] utrobique est ibi sesquialtera proportio, differentiae vero non utrobique eaedem, quam una differentia est numerus quaternarius, alia vero ternarius, igitur ibi est geometric[a] medietas.* Thomas 1509, S. 18.

3. *proprietas*: „Wenn die vierte Zahl zur zweiten [Zahl] und die zweite [Zahl] zur ersten [Zahl] stellt, wird man ein harmonisches Mittel finden.“[21]

4. *proprietas*: „In diesem vollendetsten Mittel werden alle einfachen Klänge verbunden.“[22]

***consonantiae musicae simplices*:**

„Denn es gibt vier einfache musische Klänge, der Tonus, der Fünfklang, der Vierklang und der Achtklang.“[23]

tonus: „So hat der Tonus zwei Stimmen, von denen die eine über die andere in einem Neunachtelverhältnis angehoben wird, und er ist ein harmonischer Klang der einen [Stimme] zur anderen [Stimme] wie zwischen zwei Stimmen, von denen die eine [Stimme] sich wie 8 verhält und die andere [Stimme] wie Neun, oder von denen sich die eine [Stimme] wie 16 verhält und die andere [Stimme] wie 18.“[24]

diatesseron: „Und ein Vierklang ist ein musischer Klang zwei Stimmen, von denen die eine [Stimme] über die andere [Stimme] in einem Vierdrittelverhältnis angehoben wird. Wie zwischen zwei Stimmen, die sich wie 4 und 3 verhalten.“[25]

diapente: „Der Fünfklang ist ein harmonischer Klang zweier Stimmen, von denen die eine [Stimme] über die andere [Stimme] in einem anderthalbfachen Verhältnis angehoben wird. Zum Beispiel zwischen den Stimmen, die sich wie 12 und 8 oder wie 3 und 2 verhalten.“[26]

diapasson: „Ein Achtklang ist aber ein harmonischer Klang zweier Stimmen oder Töne – was ich im gegenwärtigen Augenblick für dasselbe erachte – von denen die eine [Stimme] über die andere [Stimme] in einem doppelten Verhältnis angehoben wird. Wie jener harmonische Klang, der zwischen den Stimmen besteht, die sich wie 12 und 6 verhalten. Das ist der musische Klang, der Achtklang genannt wird.“[27]

1. Korollar: „Zwischen allen harmonischen einfachen Klängen ist der Achtklang der größte [einfache harmonische Klang]. Das wird bewiesen, weil die anderen Teile von ihm sind. Daher sind diese kleiner [als der Achtklang]. Der Vordersatz legt dar, dass der Achtklang aus dem Tonus, dem Vierklang und dem Fünfklang zusammengesetzt wird. Daher. Das Vordersatz wird bewiesen: Zum Beispiel ist das Verhältnis 12 zu 6 als Klang ein Acht-

---

[21] *[...] si comparetur numerus quartus ad secund[u]m, et secundus ad primum, reperies harmonicam proportionalitatem.* Thomas 1509, S. 18.

[22] *[...] in ista medietate perfectissima omnes consonantiae simplices compariuntur.* Thomas 1509, S. 18.

[23] *Quatuor enim sunt musicae consonantiae simplices, videlicet tonus, diapente, diatesseron et diapason.* Thomas 1509, S. 18.

[24] *Unde tonus est duarum vocum, quarum una elevatur super alteram in proportione sesquioctava, unius ad alteram harmonica consonantia ut inter duas voces, quarum una se habet ut 8, et alia ut novem, vel quarum una se habet ut 16, et alia ut 18.* Thomas 1509, S. 18.

[25] *Sed diatessero[n] est duarum vocum, quarum una elevatur super alteram in proportione sesquitertia, musica consonantia ut inter duas voces se habentes ut 4 et 3.* Thomas 1509, S. 18.

[26] *Diapente vero est harmonica consonantia duarum vocum, quarum una elevatur super alteram in proportione sesquialtera ut inter duas voces se habentes ut 12 et 8, ut 3 et 2.* Thomas 1509, S. 18.

[27] *Diapason vero est consonantia harmonica duarum vocum vel sonorum (quod in praesentiarum pro eodem capio), quarum una elevatur supra alteram in proportione dupla, ut consonatia illa harmonica, quae est inter duas voces se habentes sicut 12 ad 6, est musica consonantia, quae diapason vocitatur.* Thomas 1509, S. 18.

klang. Und ein solcher Klang wird zusammengesetzt aus dem Klang 8 zu 6, der ein Vierklang ist, und aus dem Klang 9 zu 8, der ein Tonus ist, und aus dem Zusammenklang 12 zu 8, der ein Fünfklang ist. Daher wird der Achtklang aus drei anderen einfachen, zugleich erschallenden [Klängen] gebaut oder zusammengesetzt. Daraus folgt, dass der Achtklang der größte musische Klang unter den einfachen [Klängen] ist. Ich behaupte, dass es unter den einfachen [Klängen] sehr viele zusammengesetzte Klänge gibt wie den Doppeltonus, den Halbtonus, den Dreifachtonus, den Doppelvierklang, den Doppelfünfklang, den Doppelachtklang und den Dreifachachtklang und den Vierfachachtklang und folgerichtig so weiter. Aber nur mit Schwierigkeit findet man in der menschlichen Stimme einen größeren Klang als den Doppelachtklang, außer Stentor kehrte aus der Unterwelt zurück. An dessen wundersame Stimme erinnern Homer und auch der Philosoph im siebenten [Buch] über die Politik im vierten Kapitel. Wenn dennoch eine menschliche Stimme beim Aufsteigen bis ins Unendliche vermehrt werden oder verstärkt werden würde, oder auch irgendein harmonisches Werkzeug, würden sich die harmonischen Klänge bis ins Unendliche verdoppeln. Und sie würden sich harmonischer Verhältnisse bedienen. Soviel dazu. Denn sie dienen zu wenig der Philosophie. Aber all jenes wird eingeführt, so dass der Physiker und Naturforscher über die Geschwindigkeiten der Bewegungen klar einsieht, dass in Bezug auf harmonische oder musische Klänge keine Gleichheiten oder Proportionalitäten beachtet werden müssen. Diese *conclusio* wäre ihm nur offensichtlich, wenn er die vorher genannten Terme verstehen würde.“[28]

2. Korollar: „Zweitens ist aus dem Genannten das Mittel offensichtlich, das wir zum dritten dazugefügt haben, das nämlich aus gutem Grunde das vollendetste [Mittel] genannt wird. Der Beweis dafür ist, wie man beim genannten Mittel drei berühmte Proportionalitäten findet, die arithmetische, die geometrische und die harmonische [Proportionalität]. In diesem Mittel findet man sogar alle einfachen harmonischen Klänge.“[29]

3. Korollar: „Aus all diesem füge ich weiter hinzu, dass alles Wissen und alle andere Kunst der Philosophie dient. Und ihr [dienen] die Mägde und Burschen, wie leicht aus dem, was gesagt worden ist, erblickt werden kann. Und deutlich dient dies [alles] der Philosophie des Pythagoras, der aufstellte, dass die Himmel als jene Körper, die wiederkehrend ewig sind,

[28] *[...] inter omnes harmonicas simplices consonantias diapason est maxima. Probatur, quia aliae sunt partes eius, igitur sunt ea minores. Arguitur antecedens, quia componitur diapason ex tono, diatesseron et diapente. Igitur. Probatur antecedens, quam 12 ad 6 est diapason consonantia, et talis consonantia componitur ex consonantia 8 ad 6, quae est diatesseron, et ex consonantia 9 ad 8, quae est tonus, et ex consonantia 12 ad 8, quae est diapente, igitur diapason ex aliis tribus simplicibus concentibus construitur sive conponitur. Quare sequitur diapason esse maximam musicam consonantiam inter simplices. Dico: inter simplices quam multae sunt compositae consonantiae ut ditonus, semitonus, tritonus, bis diatesseron, bis diapente, bis diapason et ter et quater diapason et sic consequenter. Sed cum difficultate maior consonantia bis diapason reperitur in voce humana, nisi Stentor ab inferis rediret, cuius mirae vocis et Homerus, et philosophus septimo politicorum, capite quarto meminit. Si tamen vox humana in ascendendo in infinitum augmentaretur sive intenderetur vel aliquod instrumentum harmonicum, in infinitum duplicarentur harmonicae consonantiae, et semper harmonicam proportionalitatem servarent. Sed de his hactenus. Parum enim philosophiae deserviunt, sed introducuntur omnia ista, ut clare inspiciat physicus rerum naturalium indagator velocitatem motuum non penes harmonicas consonantias aut musicas aequalitates sive proportionalitates attendi debere, quae utique conclusio, nisi terminos praedictos intelligeret, ei perspicua non esset.* Thomas 1509, S. 18.

[29] *Patet secundo ex dictis hanc medietatem, quam tertio adiecimus merito perfectissimam vocitari. Cuius probatio est, quam in dicta medietate tres famatae proportionalitates reperiuntur: arithmetica, geometrica et harmonica. In ista etiam medietate omnes simplices harmonicae consonantiae reperiuntur.* Thomas 1509, S. 18f.

um sich [selbst] durch harmonischen Klängen herumgedreht werden. [Siehe] als Zeugnis den Philosophen im zweiten [Buch] über die Welt und den Himmel, sowie Plinius im zweiten Buch der Naturgeschichte.“[30]

Kapitel 2.2

Im zweiten Kapitel werden Eigenschaften der im ersten Kapitel des zweiten Teils aufgeführten Proportionalitäten beschrieben.

1. *suppositio*, die eine *definitio* des mathematischen *medium* ist:

„Ein Medium ist [das], was von beiden Extrema mit gleichen Abstand entfernt ist, wie die Zahl Drei das Medium zwischen der Vier und der Zwei ist, weil sie durch den gleichen Überhang oder durch die gleiche Differenz von jeder der dieser beiden absteht, nämlich durch eine Eins.“[31]

2. *suppositio*, die eine *definitio* der *partes aliquotae* ist:

„Irgendwievielte Teile derselben *denominatio* sind jene [Teile], die von derselben Zahl bestimmt werden wie die Hälfte durch die Zwei, das Drittel von der Drei und das Viertel von der Vier und so weiter.“[32]

3. *suppositio*, die eine *definitio* ist:

„Dass eine gewisse Quantität irgendetwas Gleiches mehrfach in genau irgendeinem Verhältnis beinhaltet, als eine andere Quantität dasselbe Gleiche beinhalten kann, bedeutet, dass sich jene Quantität in demselben Verhältnis zur anderen [Quantität] verhält, wie wenn irgendeine Quantität in genau einem anderthalbfachen Verhältnis mehr Füße beinhaltet, als eine andere, kleinere [Quantiät]. Eine solche Quantität verhält sich zu der kleineren [Quantität] in einem anderthalbfachen Verhältnis.“[33]

4. *suppositio*:

„Wenn irgendeine Quantität oder Zahl so oft eine zweite Zahl beinhaltet [oder] umgekehrt, wie oft eine beliebige dritte Zahl eine vierte [Zahl] beinhaltet [oder] umgekehrt, oder umgekehrt [eine die andere] so oft irgendeinen oder beliebig viele irgendwievielte Teile derselben *denominatio* [beinhaltet], wievielmal genau die dritte [Zahl] oder die vierte [Zahl] irgendeinen Teil oder beliebig viele irgendwievielte Teile dieser [*denominatio*]

[30] *Ex his omnibus demum infero omnem scientiam aliam omnemque artem philosophiae inservire, eique ancillari atque famulari, ut facile ex his, quae dicta sunt, perspici potest, et signanter inservirent ista philosophiae Pythagorae, qui astruxit cael[a] corpora illa sempiterna perpetuo harmonicis consonantiis circumvolvi teste philosopho secundo caeli et mundi et Plinio secundo naturalis historiae.* Thomas 1509, S. 19.

[31] *[...] medium est, quod aequali intercapidine distat ab utroque extemorum, ut numerus ternarius est medium inter quaternarium et binarium, quia aequali excessu sive aequali differentia ab utroque illorum distat, puta unitate.* Thomas 1509, S. 19.

[32] *[...] partes aliquotae eiusdem denominationis sunt illae, quae ab eodem numero denominantur ut medietates a binario, tertiae a ternario, quartae a quaternario et cetera.* Thomas 1509, S. 19.

[33] *[...] aliquam quantitatem continere aliquod aequale in aliqua proportione pluries adaequate, quam alia quantitas idem aequale contineat, est illam quantitatem in eadem proportione se habere ad alteram, ut si aliqua quantitas contineat in proportione sesquialtera adaequate plura pedalia, quam una altera minor talis quantitas se habet ad minorem in proportione sesquialtera.* Thomas 1509, S. 19.

beinhaltet [oder] umgekehrt, gilt: Wie das Verhältnis zwischen der ersten [Zahl] und der zweiten [Zahl] ist, so ist es zwischen der dritten [Zahl] und vierten [Zahl].“[34]

5. *suppositio*:

„Wenn zwei Zahlen oder Quantitäten in irgendwievielte Teile derselben *denominatio* geteilt werden, sind so viele Teile der einen *denominatio*, wie sie in der anderen [*denominatio*] sind. Das ist offensichtlich: Weil wenn sie von derselben *denominatio* sind, [dann] werden sie von derselben Zahl bestimmt, wie es aus der zweiten *suppositio* offensichtlich ist. Und folgerichtig sind sie hinsichtlich der Zahl gleich. Denn dann werden irgendwelche irgendwievielte Teile irgendeiner Quantität von irgendeiner Zahl bestimmt, wenn eine solche Quantität in so viele gleiche Teile geteilt wird, wie Einheiten in einer solchen Zahl sind.“[35]

6. *suppositio*:

„Wenn zwei Zahlen oder Quantitäten in irgendwievielte Teile derselben *denominatio* geteilt werden, und jede [Quantität] einen oder mehrere irgendwievielte Teile von sich verliert, während irgendwelche [Teile] übrig bleiben, werden die restlichen [Teile] von derselben *denominatio* sein, wie wenn zwei Fuß auf ähnliche Weise in 5 Fünftel geteilt werden, und ein Fuß ebenfalls. Und die zwei Fuß verlieren zwei Fünftel von sich und der eine Fuß ebenfalls. Die restlichen Teile werden von derselben *denominatio* sein, nämlich eines Drittels, wie es offensichtlich ist. Das wird bewiesen, weil am Anfang der Abnahme jene irgendwievielten Teile jener Quantitäten hinsichtlich einer Zahl gleich sind und hinsichtlich einer Zahl gleichen [Teile] werden von jeder jener Quantitäten verloren werden, wie es dargestellt wird, und einige [Teile] von ihnen zurückbleiben. Also werden die übrig bleibenden [Teile] gleich hinsichtlich einer Zahl bleiben. Die Schlussfolgerung ist offensichtlich, weil wenn man von gleichen Zahlen gleiche [Zahlen] wegnähme und so weiter, werden sie folgerichtig immer von der gleichen Zahl bestimmt werden. Daher werden sie immer von derselben *denominatio* sein, wie es aus der *definitio* offensichtlich ist.“[36]

---

[34] *[...] si aliqua quantitas vel numerus contineat tota vice secundum numerum, quota vice tertius numerus continet quartum vel tota vice et aliquam vel aliquot partes aliquotas eiusdem denominationis, quota tertius continet quartum et aliquam partem vel aliquot partes aliquotas eius adaequate. Qualis est proportio inter primum et secundum, talis est inter tertium et quartum.* Thomas 1509, S. 19.

[35] *[...] si duo numeri vel quantitates dividantur in partes aliquotas eiusdem denominationis, quot partes illius denominationis sunt in uno tot sunt in altero. Patet, quia si sunt eiusdem denominationis, ab eodem numero denominantur, ut patet ex secunda suppositione, et per consequens sunt aequales numero. Tunc enim aliquae partes aliquotae alicuius quantitatis denominantur ab aliquo numero, quando talis quantitas dividitur in tot partes aequales, quot sunt unitates in tali numero.* Thomas 1509, S. 19.

[36] *[...] si duo numeri vel quantitates dividantur in partes aliquotas eiusdem denominationis, et perdit aliquam vel aliqu[ae] partes aliquotas ex illa uterque illorum remanentibus aliquibus, residuae erunt eiusdem denominationis, ut si bipedale dividatur in 5 quintas et pedale similiter, et perdit bipedale duas quintas ex eis, et pedale similiter, residuae partes erunt eiusdem denominationis, puta tertiae, ut patet. Probatur, quia in principio decrementi illae partes aliquotae illarum quantitatum sunt aequales numero, et aequales numero deperdentur ab utraque illarum quantitatum, ut ponitur, remanentibus aliquibus ex illis, ergo remantes manebunt aequales numero. Patet consequentia, quia si ab aequalibus numeris aequales demas et cetera, et per consequens semper denominabuntur ab aequali numero, quare semper erunt eiusdem denominationis, ut patet ex definitione.* Thomas 1509, S. 19.

7. *suppositio*:

„Wie das Verhältnis einer [Quantität] zu irgendeinem irgendwievielten Teil von ihr ist, so hat [das Verhältnis] einer beliebigen anderen [Quantität] zu einem beliebigen Teil von ihr eine ähnlichen *denominatio*. Wie es zum Beispiel das Verhältnis einer Quantität zu ihrer Hälfte, ihrem Drittel, ihrem Viertel und so weiter ist, so ist es das [Verhältnis] der beliebigen anderen [Quantität] zu ihrer Hälfte, ihrem Drittel, ihrem Viertel und so weiter. Dies ist offensichtlich aus der vierten *suppositio*. Es wird hinzugefügt, dass wievielmal eine Quantität einen beliebigen irgendwievielten Teil von ihr beinhaltet, sovielmal beinhaltet eine andere beliebige Quantität einen irgendwievielten Teil von ihr mit einer völlig ähnlichen *denominatio*, weil die irgendwievielte Teile derselben *denominatio* immer hinsichtlich der Zahl gleich sind, wie es aus der fünften *suppositio* offensichtlich ist.“[37]

8. *suppositio*:

„Wenn irgendwelche zwei Zahlen oder Quantitäten in zwei gleiche Teile geteilt werden, hat eine beliebige jener Zahlen zur anderen [Zahl] von ihnen dasselbe Verhältnis. Und wenn jede der beiden zwei Zahlen in mehr irgendwievielte Teile derselben *denominatio* geteilt werde, als es zwei sind, gilt: So ist das Verhältnis der einen jener Zahlen zum Aggregatum aus allen solchen irgendwievielten Teilen, wenn ein [Teil] weggenommen wird, wie es das der anderen [Quantität] zum Aggregatum aus allen [Teilen], wenn ein [Teil] ebenso weggenommen wird. Zum Beispiel [gilt] bei der Teilung von Sechs in drei irgendwievielte Teile, und ebenso bei der Drei [in drei irgendwievielte Teile]: So ist das Verhältnis derselben Sechs zu dem Aggregatum aus zwei Dritteln von ihr, wie es das [Verhältnis] der Drei zu dem Aggregatum aus zwei Dritteln von ihr ist. So steht es fest.“[38]

1. Korollar: „Wenn jede jener beiden Quantitäten oder Zahlen, die so in irgendwievielte Teile derselben *denominatio* geteilt sind, genau einen solchen irgendwievielten Teil verlieren würden, verlieren [beide] das gleiche Verhältnis.“[39]

2. Korollar: „Wenn jede der beiden zwei Zahlen in irgendwievielte Teile derselben *denominatio* geteilt wäre und [jede] einen jener Teile zu sich aufnähme, erwirbt jede von beiden [Zahlen] genau das gleiche Verhältnis.“[40]

---

[37] *[...] qualis est proportio alicuius ad aliquam eius partem aliquotam, talis est cuiuslibet alterius ad partem aliquotam eius consimilis denominationis, ut qualis est proportio alicuius quantitatis ad suam medietatem, tertiam, quartam et cetera, talis est cuiuslibet alterius ad suam medietatem, tertiam, quartam et cetera. Patet haec ex quarta suppositione, hoc adito, quod quoties aliqua quantitas continet aliquam sui partem aliquotam, toties quaelibet alia quantitas continet partem sui aliquotam consimilis denominationis, cum semper partes aliquotae eiusdem denominationis sint aequales numero, ut patet ex quinta suppositione.* Thomas 1509, S.19.

[38] *[...] si aliqui duo numeri sive quantitates dividantur in duas partes aequales, cuiuslibet illorum numerorum ad alteram illarum suarum partium est eadem proportio. Et si uterque duorum numerorum dividatur in plures partes aliquotas eiusdem denominationis, quam sint duae, talis est proportio unius illorum numerorum ad aggregatum ex omnibus talibus partibus aliquotis dempta una, qualis est alterius ad aggregatum ex omnibus dempta similiter una ut diviso senario in tres partes aliquotas et similiter ternario, talis est proportio ipsius senarii ad aggregatum ex duabus tertiis eius, qualis est ternarii ad aggregatum ex duabus tertiis eius, ut constat.* Thomas 1509, S. 19.

[39] *[...] si utraque illarum quantitatum sive numerorum sic divisorum in partes aliquotas eiusdem denominationis perdat unam talem partem aliquotam adaequate, aequale[m] proportionem deperdit.* Thomas 1509, S. 20.

[40] *[...] si uterque duorum numerorum sit divisus in partes aliquotas eiusdem denominationis, et acquirat unam illarum partium supra se praecise, aequal[em] proportionem acquirit uterque.* Thomas 1509, S. 20.

9. *suppositio*:

„Wenn zwei ungleiche Zahlen oder Quantitäten sich in irgendeinem Verhältnis verhalten, und die größere [Zahl] von ihnen verliere irgendein Verhältnis, während die kleinere [Zahl] unverändert bleibe, dann verliert das Verhältnis zwischen der größeren [Zahl] und der kleineren [Zahl] jenes Verhältnis, das genau die größere [Zahl] verliert, solange die kleinere [Zahl] immer die kleinere [Zahl] bliebe."[41]

10. *suppositio*:

„Wenn zwei ungleiche Zahlen oder Quantitäten sich zueinander in irgendeinem Verhältnis befinden, und die kleinere [Zahl] irgendein Verhältnis verliere, während die größere [Zahl unverändert] bleibt, dann erwirbt das Verhältnis, das zwischen der größeren Quantität und der kleineren [Quantität] besteht, jenes Verhältnis. Und wenn die größere [Quantität] wie die kleinere Quantität ein so großes Verhältnis verliert, dann wird das Verhältnis zwischen der größeren [Quantität] und der kleineren [Quantität] weder vermehrt noch vermindert, sondern es bleibt gleich, solange die Extrema der Quantität [gleich] bleiben."[42]

Korollar: „Wenn die kleinere Quantität genau ein so großes Verhältnis erwirbt, wie es die größere Quantität erwirbt, [dann] wird das Verhältnis immer dasselbe bleiben."[43]

11. *suppositio*:

„Welches Verhältnis auch immer zwischen irgendwelchen Zahlen oder Quantitäten ist, ein solches ist zwischen irgendwievielten Teilen einer ähnlichen *denominatio*."[44]

Korollar: „Wenn zwei Zahlen, die sich in irgendeinem Verhältnis befinden, stetig irgendwievielte Teile derselben *denominatio* erwerben, werden sie immer in demselben Verhältnis bleiben."[45]

12. *suppositio*:

„Wenn irgendetwas aus zwei gleichen oder ungleichen [Zahlen] zusammengesetzt wird, gilt: Wie viel die eine jener [Zahlen] verliert, so viel erwirbt die andere [Zahl]. Ein Kompositum aus ihnen verliert oder erwirbt nichts, sondern bleibt immer gleich."[46]

---

[41] *[...] si duo numeri inaequales sive quantitates se habeant in aliqua proportione, et maior illorum deperdat aliquam proportionem stante minori invariato, tunc proportio inter maiorem et minorem deperdit illam proportionem, quam deperdit maior adaequate, dummodo minor semper maneat minor.* Thomas 1509, S. 20.

[42] *[...] si duo numeri sive quantitates inaequales se habeant in aliqua proportione, et minor deperdat aliquam proportionem stante m[a]iore, illam proportionem acquirit proportio, quae est inter maiorem quantitatem et minorem, et si tantam proportionem deperdat quantitas maior sicut minor, tunc proportio inter maiorem et minorem nec augetur nec diminuitur, sed semper manet aequalis extremis manentibus quantitatis.* Thomas 1509, S. 20.

[43] *[...] si tantam proportionem adaequate acquirat quantitas minor, quantam acquirit quantitas maior, semper manebit eadem proportio.* Thomas 1509, S. 20.

[44] *[...] quaecumque proportio est inter aliquos numeros sive quantitates, talis est inter partes aliquotas consimilis denominationis.* Thomas 1509, S. 20.

[45] *[...] si duo numeri se habentes in aliqua proportione acquirant continuo partes aliquotas eiusdem denominationis, semper manebunt in eadem proportione.* Thomas 1509, S. 21.

[46] *[...] si aliquid componitur ex duobus, sive aequalibus sive inaequalibus, et quantum deperdit unum illorum, tantum acquirit reliquum, compositum ex illis nihil acquirit vel deperdit, sed semper manet aequale.* Thomas 1509, S. 21.

Folgende *conclusiones* werden von diesen *suppositiones* abgeleitet:

1. *conclusio*:

„Jedes Kompositum aus zwei ungleichen [Zahlen], zwischen denen es eine mittlere [Zahl] gibt, ist das Doppelte in Bezug zur mittleren [Zahl] zwischen jenen [Zahlen], wie das Kompositum aus 4 und 2 das Doppelte in Bezug zur Zahl Drei ist, die die Mitte zwischen jenen bildet.“[47]

1. Korollar: „Der mittlere [Term] zwischen zwei ungleichen [Termen] ist das Mittel des Aggregatum aus jenen [zwei ungleichen Termen].“[48]

2. Korollar: „Das Mittel des Aggregatum aus zwei ungleichen [Zahlen], zwischen denen es eine mittlere [Zahl] gibt, ist gleich von jeder der beiden [Zahlen] entfernt.“[49]

3. Korollar: „Jede Zahl zwischen den um sie herum gesetzten Zahlen , die gleich von ihr entfernt sind, ist ein Mittel. Wenn sie das Mittel von ihnen wäre, kommt man überein, dass sie von ihm gleich entfernt sind.“[50]

4. Korollar mit der 1. *proprietas* des arithmetischen Mittels: „Daraus folgt viertens, dass der mittlere [Terme] eines verbundenen arithmetischen Mittels der Term das Mittel der ebenso verbundenen Extrema ist. Wie wenn man die stetig proportionalen Terme A, B und C erfasst, [dann] ist der mittlere Term B das Mittel des Aggregatum aus A und C.“[51] Und weiter heißt es: „Und dies sei die erste Proportionalität des arithmetischen Mittels. Und man verstehe diese Eigenschaft so, dass solche Terme stetig proportional hinsichtlich der Proportionalität in ungerader Anzahl sein werden, oder stetige Quantitäten [sind]. Sonst würde man meistens keinen mittleren [Term] zwischen solchen Termen finden, zum Beispiel zwischen 2, 3, 4 und 5.“[52]

5. Korollar mit der 2. *proprietas* des arithmetischen Mittels: „Wenn 3 Terme aufgestellt wurden, die stetig arithmetisch proportional sind, ist das Aggregatum aus dem größten Term und dem kleinsten [Term] zwei Drittel des Aggregatum aus jenen drei Termen. Und wenn 5 stetig arithmetisch verhältnismäßige [Terme] aufgestellt worden sind, ist das Aggregatum aus dem größten [Term] und dem kleinsten [Term] zwei Fünftel. Und auch das Aggregatum aus dem zweiten Term und dem vierten [Term] ist zwei Fünftel. Und wenn 7 [Terme] aufgestellt worden sind, ist das Aggregatum aus dem größten [Term] und dem kleinsten [Term] zwei Siebentel und ebenso das Aggregatum aus dem zweiten [Term] und

[47] *[...] omne compositum ex duobus inaequalibus, inter quae est medium, est duplum ad medium inter illa, ut [c]ompositum ex 4 et 2 est duplum ad ternarium numerum, qui mediat inter illos.* Thomas 1509, S. 21.
[48] *[...] medium inter duo inaequalia est medietas aggregati ex eis.* Thomas 1509, S. 21.
[49] *[...] medietas aggregati ex duobus inaequalibus, inter quae est medium, aequaliter ab utroque illorum distat.* Thomas 1509, S. 21.
[50] *[...] omnis numerus circum se positorum numerorum et aequaliter ab eo distantium est medietas. Quod si eorum fuerit medietas, illos ab eo aeque distare conveniet.* Thomas 1509, S. 21.
[51] *Sequitur quarto, quod coniunctae arithmeticae medietatis medi[u]s terminus extremorum simul iunctorum est medietas, ut captis his terminis A, B, C continuo proportionabilibus arithmetice B medius terminus est medietas aggregati ex A [et] C.* Thomas 1509, S. 21.
[52] *Et haec sit prima proprietas arithmeticae medietatis. Et intelligas hanc proprietatem, quando tales termini continuo proportion[]abiles hac proportionalitate fuerint impares vel quantitates continuae. Alias plerumque non invenires medium inter tales terminos sicut inter 2, 3, 4, 5.* Thomas 1509, S. 21.

dem sechsten [Term], sowie das Aggregatum aus dem dritten [Term] und dem fünften [Term]. Und wo im Allgemeinen auch immer mehrere Terme in ungerader Anzahl stetig arithmetisch in ein Verhältnis gesetzt werden, ergibt immer das Aggregatum aus zwei beliebigen [Zahlen], die den gleichen Abstand von einem mittleren [Term] haben, zwei irgendwievielte Teile des Aggregatum aus all jenen, von dessen irgendwievielten Teilen jeder der beiden von einer ungeraden Zahl bestimmt wird, von der jene Terme bestimmt werden. Wie wenn es elf Terme gäbe, werden sie als zwei Elftel bestimmt, und wenn 13, [dann] zwei Dreizehntel.“[53]

2. *conclusio*:

„Wenn zwei Zahlen von zwei Zahlen, die um sie herum gestellt worden sind, den gleichen Abstand haben, werden sie gleich sein, sobald sie verbunden sind. Wenn sie ihnen nun gleich wären, ist es notwendig, dass sie von ihnen den gleichen Abstand haben. Wie wenn man die Terme 2, 3, 4 und 5 erfasst, die Zahl Fünf und die Zwei, die die Vier und die Drei mit gleichen Abstand umgeben, sobald sie verbunden sind, der Vier und der Drei gleichen, wenn sie zugleich verbunden werden. Und weil die Fünf und die Zwei, wenn sie zugleich verbunden werden, gleich der Vier und der Zwei sind, sobald sie verbunden sind, daher stehen sie notwendigerweise von jenen mit gleichen Abstand ab.“[54]

1. Korollar mit der 3. *proprietas* des arithmetischen Mittels: „Wenn vier Terme eines arithmetischen Mittels, das getrennt ist, [aufgestellt werden], gleichen die echten Extrema, sobald sie verbunden sind, den versammelten [oder verbundenen] mittleren [Termen].“[55] Und weiter: „Denn wenn vier Terme sich arithmetisch verhältnismäßig verhalten und noch getrennt sind, wird die Differenz, die zwischen dem ersten [Term] und dem zweiten [Term] sein wird, [auch] zwischen dem dritten [Term] und dem vierten [Term] sein. Deswegen werden die mittleren [Terme] den gleichen Abstand von den Extrema haben, wenn sie verbunden sind. Daher gleichen die versammelten [oder verbundenen] Extrema den mittleren [Termem] gemäß der Lehre der *conclusio*.“[56]

Und weiter: „Wenn man aber sagen will, dass jene Eigenschaft so verstanden wird, dass das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] dem Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem vorletzten [Term] gleicht, und sogar [das Aggregatum] dem Ag-

[53] *[...] dispositis 3 terminis continuo proportionabilibus arithmetice aggregatum ex maximo termino et minimo est duae tertiae aggregati ex illis tribus terminis, et dispositis 5 continuo proportionalibus arithmetice aggregatum ex maximo et minimo est duae quintae, et etiam aggregatum ex secundo termino et quarto est duae quintae, et positis 7 aggregatum ex maximo et minimo est duae septimae, similiter aggregatum ex secundo et sexto et [aggregatum] ex tertio et quinto, et universaliter ubicumque plures termini in numero impari arithmetice continuo proportionantur, semper aggregatum ex quibuscumque duobus aequaliter distantibus a medio est duae partes aliquotae aggregati ex omnibus illis, quarum partium aliquotarum utraque denominatur a numero impari, a quo denominantur illi termini, ut si termini sint undecim, denominabuntur duae undecimae, et si 13, duae tridecimae.* Thomas 1509, S. 21.

[54] *[...] si duo numeri a duobus numeris circum se positis aequaliter distent, illis coniunctis erunt aequales. Quod si eis aequales fuerint, ab eis equidistare necesse est ut captis his terminis 2, 3, 4, 5 numerus quinarus et binarius circumstantes quaternarium et ternarium aequaliter simul iuncti aequantur quaternario et ternario simul iunctis, et quia quinarius et binarius simul iuncti aequales sunt quaternario et binario simul iuncti, ideo necessario ab illis aequaliter distant.* Thomas 1509, S. 21.

[55] *[...] arithmeticae medietatis disiunctae quattuor terminis absolute extrema simul iuncta collectis medii[s] aequari.* Thomas 1509, S. 22.

[56] *Nam si quattuor termini proportionentur arithmetice et dis[]iuncte, ea differentia, quae erit inter primum et secundum, erit inter tertium et quartum. Quare medii aequaliter distabunt ab extremis coniunctis, igitur mediis aequabuntur externa collecta iuxta doctrinam conclusionis.* Thomas 1509, S. 22.

gregatum aus dem dritten [Term] und dem vorvorletzten [Term] gleicht und so weiter, dann ist es offensichtlich, dass es bei den gegebenen Termen falsch ist. Denn bei jenen bilden die Zwei und die 14 zusammen 16. Und der dritte [Term] schließlich und der vorvorletzte [Term], nämlich 7 und 10, bilden 17. Daher."[57]

2. Korollar: „Wenn vier arithmetisch proportionale Terme, seien sie verbunden oder getrennt, festgelegt werden, [dann] ist das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] das Mittel des Aggregatum aus allen [Termen] und sogar das Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem dritten [Term] ist das Mittel des gesamten Aggregatum aus allen [Termen] zugleich."[58]

3. Korollar: „Wenn sechs Terme, wenn acht [Terme] oder 10 oder [Terme] in irgendeiner geraden Anzahl aufgestellt wurden, die sich stetig arithmetisch proportional verhalten, [dann] ist das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] und das Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem vorletzten [Term] und das Aggregatum aus dem dritten [Term] und dem vorvorletzten [Term] und folgerichtig so weiter ein irgendwievielter Teil des Aggregatum aus allen jenen Termen, die von einer halbierten Zahl in Bezug auf die geraden Anzahl bestimmt werden, in der solche Terme festgelegt werden. Wie wenn es sechs Terme gäbe, dann ist das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem sechsten [Term] und auch das Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem fünften [Term] und das aus dem dritten [Term] und dem vierten [Term] ein Drittel des Aggregatum aus allen jenen sechs Termen. Und wenn es acht solche Aggregata wären, werden sie ein Viertel sein, weil das Viertel von einer halbierten Zahl in Bezug auf die Zahl Acht bestimmt wird."
[59]

4. Korollar: „Gäbe es vier Terme, die nicht stetig sich arithmetisch proportional verhalten, die aber dennoch stetig immer kleiner werden und sich stetig um eine immer kleinere *differentia* übertreffen, [dann] ist das Aggregatum aus den Extrema größer als das Aggregatum aus den mittleren [Termen]. Und es ist größer als das Mittel des Aggregatum aus jenen vier Termen."[60]

5. Korollar: „Wenn es sechs Terme gebe, die stetig kleiner werden und sich mit kleinerem Überhang stetig übersteigen, oder 8 oder 10 oder in einer beliebigen Anzahl gerader [Terme], [dann] ist das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] größer als

[57] *Si autem velis dicere proprietatem illam intelligi, quod aggregatum ex primo et ultimo adaequatur aggregato ex secundo et penultimo, et etiam aequatur aggregato ex tertio et ante penultimo et cetera, patet hoc esse falsum in datis terminis. Nam in illis duo et 14 constituunt 16, tertius tamen et ante penultimus, puta 7 et 10 constituunt 17, igitur.* Thomas 1509, S. 22.

[58] *[...] positis quattuor terminis proportionabilibus arithmetice sive coniuncte sive disiuncte aggregatum ex primo et ultimo est medietas aggregati ex omnibus simul, et etiam aggregatum ex secundo et tertio est medietas totius aggregati ex omnibus simul.* Thomas 1509, S. 22.

[59] *[...] positis sex terminis, si octo sive 10 et in quocumque numero pari continuo proportionabilibus arithmetice aggregatum ex primo et ultimo et aggregatum ex secundo et penultimo et aggregatum ex tertio et ante penultimo et sic consequenter est pars aliquota aggregati ex omnibus illis terminis denominata a numero subduplo ad numerum parem, in quo constituuntur tales termini, ut si sint sex termini, aggregatum ex primo et sexto et etiam aggregatum ex secundo et quinto et ex tertio et quarto est una tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis, et si fuerint octo, talia aggregata erunt quartae, quia quarta denominatur a numero subduplo ad numerum octonarium.* Thomas 1509, S. 22.

[60] *[...] sint quattuor termini non continuo proportionabiles arithmetice, continuo tamen minores et minores, continuo se excedentes minori et minori differentia, aggregatum ex extremis est maius aggregato ex mediis, et est maius quam medietas aggregati ex illis quat[u]or terminis.* Thomas 1509, S. 22f.

ein irgendwievielter Teil, der von einer durch Zwei geteilten Zahl in Bezug auf die Anzahl jener Terme bestimmt wird. Und das Aggregatum aus den zwei mittleren [Termen] und den unmittelbaren Termen ist kleiner als ein solcher irgendwievielter Teil des ganzen Aggregatum aus allen jenen Termen. Wie wenn man 19, 14, 10, 7, 5 und 4 erfasst, [dann] ist das Aggregatum aus 19 und 4 größer als ein Drittel des Aggregatum aus allen jenen sechs Termen und das Aggregatum aus 10 und 7 ist kleiner, wie es aus dem, der nachrechnet, offensichtlich ist.“[61]

6. Korollar: „Wenn es mehrere Terme gäbe, deren gerade Anzahl festgelegt ist und die immer größer werden und sich stetig um einen immer größeren Überhang übersteigen, [dann] ist das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] größer als ein irgendwievielter Teil, der von einer durch Zwei teilbaren Zahl in Bezug zu der Anzahl bestimmt wird, in der jene Terme festgelegt werden. Und das Aggregatum aus zwei unmittelbaren mittleren [Termen], die den gleich Abstand haben von den Extrema, ist weniger als ein irgendwievielter Teil, der von derselben durch Zwei geteilten Zahl bestimmt wird. Wie wenn man 4, 5, 7, 10, 14 und 19 erfasst, ist das Aggregatum aus den Extrema, nämlich 4 und 19, größer als ein Drittel des ganzen Aggregatum aus allen jenen [Termen]. Und das Aggregatum aus 7 und 10 ist kleiner als ein Drittel des ganzen [Aggregatum].“[62]

7. Korollar: „Wenn mehrere Terme, die in gerader Anzahl aufgestellt und stetig immer kleiner werden und sich stetig mit einem immer größeren Überhang übersteigen, [dann] wird das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem letzten [Term] ein kleinerer irgendwievielter Teil des ganzen Aggregatum aus allen [Termen] als ein irgendwievielter Teil sein, der von einer durch Zwei geteilten Zahl in Bezug auf die gerade Anzahl bestimmt wird, in der die gegebenen Terme festgelegt wurden. Und das Aggregatum aus den zwei unmittelbar mittleren [Termen], die den gleichen Abstand von den Extrema haben, ist größer als ein solcher irgendwievielter Teil. Wie wenn man die Terme 12, 11, 9 und 6 erfasst, [dann] ist das Aggregatum aus 12 und Sechs kleiner als das Mittel des Aggregatum aller jener. Das Mittel wird bestimmt von der Zahl Zwei, die durch Zwei geteilte [Zahl] in Bezug auf die Zahl Vier ist, in der jene Terme festgelegt werden. Und das Aggregatum aus der 11 und der 9 ist größer als das Mittel.“[63]

[61] *[...] si sint sex termini continuo minores minorique excessu sese continuo excedentes aut 8 aut 10 aut in quovis numero pari, aggregatum ex primo et ultimo est maius quam pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum illorum terminorum, et aggregatum ex duobus terminis mediis et immediatis est minus quam talis pars aliquota totius aggregati ex omnibus illis terminis, ut 19, 14, 10, 7, 5, 4 captis aggregatum ex 19 et 4 est maius quam una tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis, et aggregatum ex 10 et 7 est minus, ut patet calculanti.* Thomas 1509, S. 23.

[62] *[...] si sint plures termini in numero pari constituti continuo maiores et maiores continuo maiori et maiori excessu se excedentes, aggregatum ex primo et ultimo est maius quam pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum, in quo illi termini constituuntur, et aggregatum ex duobus mediis immediatis aequaliter distantibus ab extremis minus quam pars aliquota denominata ab eodem numero subduplo, ut 4, 5, 7, 10, 14, 19 captis aggregatum ex extremis, puta ex 4 et 19, est maius quam tertia totius aggregati ex omnibus illis, et aggregatum ex 7 et 10 est minus quam tertia totius.* Thomas 1509, S. 23.

[63] *[...] si sint plures termini numero pari constituti continuo minores et minores maiori et maiori excessu sese continuo excedente[s], aggregatum ex primo et ultimo erit minor pars aliquota totius aggregati ex omnibus, quam sit pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum parem, in quo sunt constituti dati termini, et aggregatum ex duobus mediis immediatis aequaliter distantibus ab extremis est maius quam talis pars aliquota, ut captis his terminis 12, 11, 9, 6 aggregatum ex 12 et sex est minus quam medietas aggregati omnium illorum, medietas denominatur a numero binario, qui est subduplus ad numerum quaternarium, in quo illi termini sunt constituti, et aggregatum ex 11 et 9 est maius quam medietas.* Thomas 1509, S. 23f.

3. *conclusio* mit der 4. *proprietas* des arithmetischen Mittels:

„Was ‚unter den Extrema‘ mit dem Quadrat der *differentia* zusammengefasst wird, das ist dem Quadrat des mitteleren [Terms] gleich.“[64]

1. *nota*: „Beachte dennoch zum Verständnis des Zusammenhangs dieser *conclusio* das, was ‚unter den Extrema‘ einer arithmetischen Proportionalität verstanden werden soll, [nämlich] das, was sich aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem anderen [Extremum] ergibt. Zum Beispiel schließt es die Zahl Acht bei den Extrema der Proportionalität 4, 3 und 2 ein, weil sich beim Vervielfältigen von 4 mit 2 Acht ergibt. Denn zweimal 4 sind Acht. Ebenso schließt es die 32 bei den Extrema der arithmetischen Proportionalität 8, 7 und 4 ein, weil sich durch das Vervielfältigen von 8 mit 4 32 ergeben. Denn viermal Acht sind 32.“[65]

2. *nota*: „Beachte weiterhin, dass das Quadrat des mittleren Terms das ist, was sich aus der Vervielfältigung des mittleren Terms mit sich selbst ergibt, wie die Zahl Neun das Quadrat des mittleren [Terms] in der arithmetischen Proportionalität 4, 3 und 2 ist, weil es sich aus der Vervielfältigung der Zahl Drei mit sich selbst ergibt. Denn dreimal Drei sind Neun.“[66]

Und weiter: „Aber das Quadrat der *differentia* ist das, was sich aus der Vervielfältigung der *differentia* mit sich selbst ergibt, wie in dem arithmetischen Mittel von 8, 6 und 4 die Zahl Vier das Quadrat der *differentia* ist. Denn die Zahl Zwei ist die *differentia*, wie es fest steht. Denn die Zwei ergibt vervielfältigt mit sich selbst die Vier.“[67]

Und weiter: „Die Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit der anderen [Extremum] in einem stetigen arithmetischen Mittel ergibt, zusammen mit der Zahl, die sich aus der Vervielfältigung der *differentia* mit sich selbst ergibt, ist gleich der Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des mittleren [Terms] mit sich selbst ergibt. Zum Beispiel sind in dem Mittel die 8, die sich aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem anderen [Extremum] ergibt, wenn sie mit der Zahl Vier verbunden wird, die sich aus der Vervielfältigung der *differentia* mit sich selbst, gleich 36, was sich aus der Vervielfältigung des mittleren Terms Sechs mit sich selbst ergibt.“[68]

---

[64] *[...] quod „sub extremis“ continetur cum quadrato differentiae, aequale est quadrato medii.* Thomas 1509, S. 24.

[65] *Adverte tamen pro intelligentia contextus ipsius conclusionis, quod illud dicitur contineri „sub extremis“ arithmeticae proportionalitatis, quod resultat ex ductu unius extremi in alterum, ut numerus octonarius continetur sub extremis huius proportionalitatis 4, 3, 2, quia ducendo 4 per 2 resultant octo. Bis enim 4 sunt octo. Item 32 continentur sub extremis huius proportionalitatis arithmeticae 8, 7, 4, quam ducendo 8 per 4 resultant 32. Quater enim octo sunt 32.* Thomas 1509, S. 24.

[66] *Adverte ulterius, quod quadratum medii termini est illud, quod resultat ex ductu medii termini in seipsum, ut numerus novenarius est quadratum medii in hac arithmetica proportionalitate 4, 3, 2, quia resultat ex ductu numeri ternarii in seipsum. Nam ter tria sunt novem.* Thomas 1509, S. 24.

[67] *Quadratum autem differentiae est illud, quod resultat ex ductu differentiae in seipsum, ut in hac arithmetica medietate 8, 6, 4 numerus quaternarius est quadratum d[ifferentiae]. Nam differentia est numerus binarius, ut constat. Binarius enim ductus in seipsum quaternarium educit, ut constat.* Thomas 1509, S. 24.

[68] *[...] numerus resultans ex ductu unius extremi in alterum in medietate arithmetica continua cum numero resultante ex ductu differentiae in seipsam est aequalis numero, qui fit ex ductu medii in seipsum, ut in hac medietate 8, quae fiunt ex ductu unius extremi in alterum, iuncto quaternario numero, qui fit ex d[u]ctu differentiae in seipsam, sunt aequalia 36, quae fiunt ex ductu senarii medii termini in seipsum.* Thomas 1509, S. 24.

4. *conclusio* mit der *definitio* des geometrischen Mittels:

„Für ein geometrisches Mittel wurden vier Terme aufgestellt. Wenn sich der erste [Term] zum zweiten [Term] wie der dritte [Term] zum vierten [Term verhält], ist es notwendig, dass sich ebenso der erste [Term] zum dritten [Term] wie der zweite [Term] zum vierten [Term] verhält., so dass [gilt:] So wie sich die Acht zur Vier verhält, so verhält sich die Sechs zur Drei. Der Nachsatz ist: Acht zur Sechs wie Vier zu Drei. Das wird bewiesen: A, B, C und D seien vier Terme in einem geometrischen Mittel. Und es verhalte sich A zu B wie C zu D. Dann sage ich, dass wie sich A zu C verhält, so B zu D. Das wird so im ersten [Satz] mit Zahlen bewiesen. Denn wenn sich A zu B verhält, so C zu D, [dann] ist B ein [irgendwievielter] Teil oder irgendwievielte Teile derselben *denominatio* in Bezug auf A, und ebenso D in Bezug auf C. Und weiterhin ist B ein irgendwievielter Teil oder irgendwievielte Teile derselben *denominatio* in Bezug auf A, wie D in Bezug auf C. Also wie sich A zu C verhält, so B zu D. Was zu beweisen war.“[69]

1. *proprietas* des geometrischen Mittels: „Wenn zwei beliebige größere Zahlen ähnliche Verhältnisse zu zwei kleineren [Zahlen] haben, sind jene kleineren Zahlen irgendwievielte Teile der größeren [Zahlen] mit einer ähnlichen *denominatio*.“[70]

1. Korollar mit der 2. *proprietas* des geometrischen Mittels: „Aus dieser Schlussfolgerung folgt erstens, dass nach der Aufstellung von vier Termen in diesem Mittel gilt: Wie das Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem zweiten [Term] zum zweiten [Term], so ist das Aggregatum aus dem dritten [Term] und dem vierten [Term] zum vierten [Term]. Zum Beispiel bei der Aufstellung der Terme 8, 4, 6 und 3. Wie sich 8 und 4 zu 4 verhält, so 6 und 3 zu 3.“[71]

2. Korollar mit der 3. *proprietas* des geometrischen Mittels: „Es folgt zweitens, dass nach der Aufstellung von 4 Terme in diesem Mittel gilt: Wie das Verhältnis des ersten [Terms] zum zweiten [Term] ein solches [Verhältnis] ist, so es das Verhältnis des Aggregatum aus dem ersten [Term] und dem dritten [Term] zum Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem vierten [Term]. Zum Beispiel gilt bei der Aufstellung der Terme 12, 6, 4 und 2: Wie das Verhältnis von 12 zu 6, so ist das Verhältnis von 12 und 4 zu 6 und 2.“[72]

3. Korollar mit der 4. *proprietas* des geometrischen Mittels: „Nach der Aufstellung von 4 Termen in diesem Mittel [gilt]: Wie das Verhältnis des zweiten [Terms] zum ersten [Term]

[69] *[...] in medietate geometrica quatuor terminis constituta: si primus ad secundum sicut tertius ad quartum, ita primus ad tertium sicut [secundus] ad quartum se habeat, necesse est, ut quia sicut se habent octo ad quatuor, ita se habent sex ad tria, consequens est, quod sicut se habent octo ad sex, ita quatuor ad tria. Probatur, sint A, B, C, D quatuor termini in medietate geometrica, et habeat se A ad B, sicut C ad D, tunc dico, quod sicut se habet A ad C, ita B ad D. Quod sic probatur et primo in numeris, quia si sicut se habet A ad B, ita C ad D, B est pars vel partes aliquotae respectu A eiusdem denominationis, sicut D ipsius C, et ultra B est pars aliquota vel partes aliquotae eiusdem denominationis respectu A sicut D respectu C, ergo sicut se habet A ad C, ita B ad D. Quod fuit probandum.* Thomas 1509, S. 24.

[70] *Si aliqui duo numeri maiores habent consimiles proportiones ad duos minores, illi minores numeri sunt partes aliquotae maiorum consimilis denominationis.* Thomas 1509, S. 24.

[71] *Ex hac conclusione sequitur primo, quod constitutis quatuor terminis in hac medietate sicut aggregatum ex primo et secundo ad secundum, ita aggregatum ex tertio et quarto ad quartum, ut constitutis his quatuor terminis 8, 4, 6, 3 sicut se habent 8 et 4 ad 4, ita 6 et 3 ad 3.* Thomas 1509, S. 25.

[72] *Sequitur secundo, quod in hac medietate constitutis 4 terminis qualis est proportio primi ad secundum, talis est proportio aggregati ex primo et tertio ad aggregatum ex secundo et 4., ut constitutis his terminis 12, 6, 4, 2 qualis est proportio 12 ad 6, talis est proport[i]o 12 et 4 ad 6 et 2.* Thomas 1509, S. 25.

ist, so ist das [Verhältnis] des vierten [Terms] zum dritten [Term]. Wie bei den aufgestellten 4 Termen, 8, 4, 6 und 3 gilt: Wie das Verhältnis von 4 zu 8 ist, so ist das von 3 zu 6.“[73]

4. Korollar: „Es folgt viertens, dass bei der Aufstellung von 4 Termen [gilt]: Wie der erste [Term] und zweite [Term] zum zweiten [Term] und der dritte [Term] und vierte [Term] zum vierten [Term steht], so [steht] der erste [Term] zum zweiten [Term] und der dritte [Term] zum vierten [Term]. Zum Beispiel bei der Aufstellung von 4 Termen, 8, 4, 3 und 1: Weil 8 und 4 zu 4 ein solches Verhältnis ist, wie es 2 und 1 zu 1 ist, wie es aus dem ersten Korollar dieser *conclusio* offensichtlich ist, [gilt]: Wie daher das Verhältnis des ersten [Terms] zum zweiten [Term] ist, so ist das [Verhältnis] des dritten [Terms] zum 4. [Term], wie es fest steht.“[74]

5. Korollar: „Nach der Aufstellung von vier Termen zu diesem Mittel gilt: So wie das Aggregatum aus dem vierten [Term] und dem dritten [Term] zum dritten [Term] ist, so ist auch das Aggregatum aus dem zweiten [Term] und dem ersten [Term] zum ersten [Term]. [Es gilt:] Wie sich nach der Aufstellung von den Termen 8, 4, 6 und 3. So wie 3 und 6 sich zu 6 verhalten, so 4 und 8 zu 8.“[75]

6. Korollar: „Es folgt sechstens, dass nach der Aufstellung von 3 stetig proportionalen Termen in diesem Mittel und drei anderen ebenfalls stetig proportionalen [Termen] in demselben Mittel und in demselben Verhältnis, in dem die drei vorigeren [Terme] sich stetig verhältnismäßig verhalten, [dann] verhalten sich die Extrema der ersten drei [Terme] so, wie sich die Extrema der zweiten [drei Terme] verhalten, wie sich nach der Aufstellung von 4, 2, 1, 12, 6 und 3, sich die 4 zur 1 verhält, so auch die 12 zur 3. A, B, C, D, E und F seien sechs Terme und sind stetig verhältnismäßig gebildet. Sie sind die ersten drei Terme in dem Verhältnis G. Und in demselben Verhältnis verhalten sich stetig verhältnismäßig die anderen drei [Terme], nämlich D, E und F. Und gäbe es das genau zusammengesetzte Verhältnis H aus dem verdoppelten G, dann sage ich, dass dasselbe Verhältnis von A zu C, wie es das von D zu F ist.“[76]

Und weiter: „Und durch einen ebensolchen Nachweis wird man zeigen, dass nach der Aufstellung von drei Vieren, die sich stetig in demselben Verhältnis verhalten, [oder nach der Aufstellung] von fünf Fünfen [oder nach der Aufstellung] in der Anzahl, die man wollen

[73] *[...] 4 terminis in hac medietate constitutis qualis est proportio secundi ad primum, talis est quarti ad tertium, ut constitutis his 4 terminis 8, 4, 6, 3 qualis est proportio 4 ad 8, talis est 3 ad 6.* Thomas 1509, S. 25.

[74] *Sequitur 4., quod dispositis 4 terminis sicut primus et secundus ad secundum et tertius et quartus ad quar[tum], ita primus ad secundum et tertius ad quartum, ut constitutis his 4 terminis 8, 4, 2, 1, quia 8 et 4 ad 4 est talis proportio, qualis est 2 et 1 ad 1, ut patet ex primo correlario huius conclusionis. Ideo qualis est proportio primi ad secundum, talis est terti ad 4., ut constat.* Thomas 1509, S. 25.

[75] *[...] dispositis in hac medietate quatuor terminis sicut aggregatum ex quarto et tertio ad tertium, ita aggregatum ex secundo et primo ad primum, ut dispositis his terminis 8, 4, 6, 3 sicut se habent 3 et 6 ad 6, ita 4 et 8 ad 8.* Thomas 1509, S. 26.

[76] *Sequitur sexto, quod dispositis 3 terminis continuo proportionabilibus hac medietate et aliis tribus etiam continuo proportionabilibus eadem medietate et eadem proportione, qua tres priores continuo proportionantur, sicut se habent extrema primi ternarii, ita se habent extrema secundi, ut constitutis 4, 2, 1, [12], 6, 3 sicut se habent 4 ad 1, ita [12] ad 3. Sint sex termini A, B, C, D, E, F et continuo proportionentur tres primi termini proportione G, et eadem proportione continuo proportionentur alii tres, puta D, E, F, et sit proportio composita adaequate ex duplici G H, tunc dico, quod eadem est proportio A ad C, quae est D ad F.* Thomas 1509, S. 26.

wird, [gilt:] In welchem Verhältnis auch immer sich die Extrema des einen verhalten, in demselben [Verhältnis] verhalten sich die Extrema des beliebigen anderen.“[77]

5. *conclusio*, die auch die 5. Eigenschaft des geometrischen Mittels ist:

„Nach der Aufstellung von beliebig vielen, stetig proportionalen Termen in diesem geometrischen Mittel [gilt]: So wie stetig das Verhältnis jener Terme ist, so ist es zwischen den *differentiae* oder den Überhängen von ihnen. Wie nach der Aufstellung der Terme 16, 8, 4, 2 und 1 [gilt]: So wie das Verhältnis von 16 zu 8 ist, so ist es das [Verhältnis] des Überhangs, durch den 16 die 8 übertrifft, zu dem Überhang, durch den 8 die 4 übertrifft, und auch das [Verhältnis] des Überhangs, durch den 4 die 2 übertrifft, zu dem Überhang, durch den die Zwei die Eins übertreffen, wie es offensichtlich ist. Denn es gibt zwischen jenen Überhängen ein doppeltes Verhältnis wie zwischen Termen.“[78]

1. Korollar: „Wenn zwei ungleiche Zahlen stetig vermindert werden und stetig in demselben Verhältnis bleiben, verhält sich der stetig von der größeren Zahl verlorene [Betrag] in demselben Verhältnis zu dem von der kleineren Zahl verlorenen [Betrag], in dem sich jene Zahlen, die vermindert werden, stetig verhalten. Wie wenn die Zahl Acht und Vier vermindert werden, aber stetig in einem doppelten Verhältnis bleiben, wird sich stetig der verlorene [Betrag] von der Acht in einem doppelten Verhältnis zum verlorenen [Betrag] von der Vier verhalten.“[79]

2. Korollar: „Wenn sich stetig der von der größeren Zahl verlorene [Betrag] zu dem von der kleineren Zahl verlorenen [Betrag] nicht in demselben Verhältnis verhalten, in dem sich jene Zahlen stetig verhalten, die vermindert werden, [dann] verhalten sich jene zwei ungleichen, die stetig vermindert werden, nicht in demselben Verhältnis und so weiter.“[80]

3. Korollar: „Wenn die von zwei ungleichen Zahlen verlorenen [Beträge] in demselben Verhältnis bleiben, in dem sich die Zahlen am Anfang der Verlusts verhalten, [dann] bleiben die zurückbleibenden Zahlen stetig in demselben Verhältnis. Und wenn die Zahl Zwölf und Sechs vermindert werden und sich der stetig von der Zwölf verlorene [Betrag] in einem doppelten Verhältnis [zu dem] von der Sechs [verlorenen Betrag] verhält, verhält sich stetig das, was von der Zwölf übrig bleibt, in einem doppelten Verhältnis zu dem, was von der Sechs übrig bleibt. Und durch den Inhalt dieses Beispiels verstehe ich das Korollar.

[77] *Et pari demonstratione ostendes, quod constitutis tribus quaternariis continuo proportionabilibus eadem proportione et quinque quinariis et in, quo volueris, numero in quacumque proportione se habent extrema unius, in eadem se habent extrema cuiusvis alterius.* Thomas 1509, S. 26.

[78] *[...] quotlibet in hac medietate geometrica terminis constitutis continuo proportionabilibus[] qualis est illorum terminorum continuo proportio, talis est inter eorum differentias sive excess[u]s, ut constitutis his terminis 16, 8, 4, 2, 1 qualis est proportio [1]6 ad 8, talis est excessus, quo 16 excedunt 8, ad excessum, quo 8 excedunt 4, et excessus, quo 4 excedunt 2, ad excessum, quo duo excedunt unum, ut patet. Est enim inter illos excessus proportio dupla, quemadmodum inter terminos.* Thomas 1509, S. 26.

[79] *[...] si duo numeri inaequales continuo diminuantur continuo in eadem proportione manentes, contin[u]o deperditum maiori numero se habet in eadem proportione ad deperditum minori numero, in qua continuo se habent illi numeri, qui diminuuntur, ut si numerus octonarius et quaternarius continuo diminuantur continuo manentes in proportione d[u]pla, continuo deperditum ab octonario se habebit in proportione dupla ad deperditum a quaternario.* Thomas 1509, S. 26.

[80] *[...] si non continuo deperditum maiori numero se habeat ad deperditum a minori numero in eadem proportione, in qua continuo se habent illi numeri, qui diminuuntur, illi duo numeri inaequales, qui continuo diminuuntur, non se habent in eadem proportione et cetera.* Thomas 1509, S. 26.

Denn bei diesem [Beispiel] muss keine dialektische Wahrnehmung erwartet werden, sondern der mathematische Satz muss eingefordert werden.“[81]

4. Korollar: „Wann immer zwei ungleiche Zahlen stetig anwachsen und sie sich stetig in demselben Verhältnis verhalten, ist es nötig, dass sich der stetig von der größeren Zahl erworbene [Betrag] in demselben Verhältnis zu dem von der kleineren [Zahl] erworbenen [Betrag] verhält, in dem sich die anwachsenden Zahlen zueinander verhalten. Wie wenn die Zahl Vier und die Sechs stetig anwachsen und stetig in einem anderthalbfachen Verhältnis bleiben, [dann] ist es notwendig, dass der stetig von der Sechs erworbene [Betrag] sich in einem anderthalbfachen Verhältnis zu dem von der Vier erworbenen [Betrag] verhält.“[82]

5. Korollar: „Wenn zwei beliebige, ungleiche Zahlen gegeben werden, die sich in einem beliebigen Verhältnis befinden, und [die kleinere Zahl] in dem Verhältnis, in dem die kleinere [Zahl] von der größeren [Zahl] übertroffen wird, in demselben [Verhältnis] stetig langsamer als die größere [Zahl] anwächst, [dann] bleiben solche Zahlen in demselben Verhältnis. Wie bei den gegebenen [Zahlen] 4 und 6, die sich in einem anderthalbfachen Verhältnis verhalten. Wenn dann die Sechs irgendeinen Zuwachs erwerben würde, erwirbe die Vier einen [Zuwachs], der um das Anderthalbfache weniger ist. [Daher] bleiben sie stetig in einem anderthalbfachen Verhältnis.“[83]

6. *conclusio*:

„Nach der Aufstellung der gegebenen drei Zahlen in diesem Mittel gilt: Das, was durch die Vervielfältigung des Extremum mit dem Extremum entsteht, ist gleich dem Quadrat des mittleren [Terms], das heißt der Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des mittleren Terms mit sich selbst ergibt. Wie nach der Aufstellung der drei Terme 8, 4 und 2, ist die Zahl Sechszehn, die sich aus der Vervielfältigung der Acht mit der Zwei ergibt, gleich der Zahl, die sich aus der Vervielfältigung der Vier mit sich selbst ergibt, wie es fest steht.“[84]

---

[81] *[...] si continuo deperdita a duobus numeris inaequalibus manent in eadem proportione, in qua se habent illi numeri in principio deperditionis, numeri remanentes continuo manent in eadem proportione, ut si numerus duodenarius et senarius diminuantur, et continuo deperditum a duodenario se habeat in proportio[ne] dupla a senario, continuo illud, quod remanet ex duodenario, se habet in proportione dupla ad illud, quod remanet a numero senario. Et sub tenore huius exempli ego intelligo correlarium. Non enim in istis exactus sensus dialecticus est expetendus, sed ipsa mathematica sententia est efflagitanda.* Thomas 1509, S. 26f.

[82] *[...] quandocumque duo numeri inaequales continuo crescunt et continuo se habent in eadem proportione, oportet, quod continuo acquisitum maiori numero se habeat in eadem proportione ad acquisitum minori, in qua se habent illi numeri crescentes, ut si numerus quaternarius et senarius continuo crescant et continuo manent in proportione sesquialtera, oportet, quod continuo acquisitum senario se habeat in proportione sesquialtera ad acquisitum quaternario.* Thomas 1509, S. 27.

[83] *[...] datis quibuscumque duobus numeris inaequalibus se habentibus in aliqua proportione et in ea proportione, in qua minor exceditur a maiore, in eadem continuo tardius crescat maiore, continuo tales numeri manent in eadem proportione, ut datis 4 et 6 se habentibus in proportione sesquialtera, si quando sex acquisiverint aliquod crementum, quatuor acquirant in sesquialtero minus, ipsi continuo manent in proportione sesquialtera.* Thomas 1509, S. 27.

[84] *[...] datis tribus numeris in hac medietate constitutis, quod fit ex ductu extremi in extremum, aequale est quadrato medii, hoc est illi numero, qui resultat ex ductu medii termi[n]i in seipsum, ut constitutis his tribus terminis 8, 4, 2 numerus sexdenarius resultans ex ductu octonarii in binarium est aequalis numero, qui fit ex ductu quaternarii in seipsum, ut constat.* Thomas 1509, S. 27.

1. Korollar, das die 6. *proprietas* des geometrischen Mittels darstellt: „Bei diesem Mittel ist das, was aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem anderen Extremum der drei Terme entsteht, eine Quadratzahl.“[85]

2. Korollar: „Wenn man zwei Zahlen aufstellt, die sich in irgendeinem rationalen Verhältnis von größerer Ungleichheit verhalten, und eine Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem anderen [Extremum] ergibt, nicht eine Quadrat[zahl] ist, gibt es zwischen solchen Termen keinen mittleren proportionalen [Term] gemäß einem rationalen Verhältnis. Daher sei das rationale Verhältnis der ersten [Zahl] zu jener mittleren [Zahl] so wie das [Verhältnis] jener mittleren [Zahl] zur dritten [Zahl].“[86]

3. Korollar: „Wenn eine mittlere, proportionale [Zahl] zwischen zwei Zahlen, die sich in einem Verhältnis von größerer Ungleichheit verhalten, nicht die Wurzel der Zahl ist, die sich aus der Multiplikation der Extrema ergibt, dann ist die Zahl, die aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem anderen [Extremum] entsteht, kein Quadrat.“[87]

4. Korollar: „Nach der Aufstellung von zwei Termen, die sich in irgendeinem rationalen Verhältnis von größerer Ungleichheit verhalten, [gilt]: Wenn die Zahl, die aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit der anderen [Extremum] entsteht, ein Quadrat ist, wird zwischen solchen Zahlen ein proportionaler mittlerer [Term] gemäß einem rationalen Verhältnis gefunden, so dass [das Verhältnis] der ersten [Zahl] zu ihr selbst das rationale Verhältnis ist, das auch das [Verhältnis] derselben [Zahl] zur dritten [Zahl] ist. Und eine solcher mittlerer [Term] ist die Wurzel jener Quadratzahl.“[88]

5. Korollar: „Zwischen den Erstzahlen eines doppelten, dreifachen, achtfachen, anderthalbfachen [Verhältnisses] und so weiter wird keine proportionale mittlere [Zahl] gemäß einem rationalen Verhältnis gefunden.“[89]

Und weiter: „Und daraus erhält man den schönen Beweis, um zu erkennen, ob irgendein Verhältnis von Ungleichheit ein durch 2 teilbares Verhältnis zu diesen rationalen [Verhältnis] hat. Denn wenn eine Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit der anderen [Extremum] ergibt, kein Quadrat ist, dann hat ein solches Verhältnis kein rationales, durch 2 teilbares Verhältnis zu jenem, weil es keinen proportionalen mittleren [Term] nach einem rationalen Verhältnis hat. Und so verhält sich ein solcher mittlerer

---

[85] *[...] in hac medietate id, quod fit ex ductu unius extremi ad trium terminorum alterum extremum, est numerus quadratus.* Thomas 1509, S. 27.

[86] *[...] si constitutis duobus numeris se habentibus in aliqua proportione maioris inaeq[u]alitatis rationali numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, non est quadratus, inter tales terminos non est medium proportionabile proportione rationali, ita quod primi ad illud medium sit eadem proportio rationalis, quae est illius medii ad tertium.* Thomas 1509, S. 27.

[87] *[...] si medium proportionabile inter duos numeros se habentes in proportione maioris inaequalitatis non sit latus numeri contenti sub extremis, tunc numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, non est quadratus.* Thomas 1509, S. 27. Siehe zum Verständnis des Lateins die 1. *nota* der 3. *conclusio* dieses Kapitels nach. Zum besseren Verständnis der Stelle wurde hier nicht die lateinische Konstruktion nachgeahmt.

[88] *[...] constitutis duobus terminis se habentibus in aliqua proportione maioris inaequalitatis rationali si numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, sit quadratus, inter tales numeros reperitur medium proportionabile proportione rationali, ita quod primi ad ipsum sit ea proportio rationalis, quae est ipsius ad tertium, et illius numeri quadrati tale medium est unum latus.* Thomas 1509, S. 27f.

[89] *[...] inter primos numeros proportionis duplae, triplae, octuplae, sesquialterae et cetera non invenitur medium proportionabile proportione rationali.* Thomas 1509, S. 28.

[Term] zwischen den Termen jenes Verhältnisses wie die Zahl in Bezug auf irgendein Extremum jenes Verhältnisses. Denn wenn es sich wie eine [solche] Zahl verhalten würde, gäbe es irgendein rationales Verhältnis des größeren Extremum zu sich selbst. Und dasselbe rationale Verhältnis wäre das [Verhältnis] derselben [mittleren Zahl] zum kleinsten Extremum. Und so gäbe ist dort nun drei Zahlen, die in diesem geometrischen Mittel proportional wären. Und so wäre die Zahl, die aus der Vervielfältigung des einen Extremum mit dem [anderen] Extremum, ein Quadrat, wie es offensichtlich ist aus dem ersten Korollar. Das ist das Gegenteil des Angegebenen. Und daraus wird leicht abgeleitet, dass notwendigerweise ein irrationales Verhältnis [gesucht] werden muss. Das ist bekannt.“[90]

Am Ende des Kapitels widmet sich Alvarus Thomas in einem Abschnitt den Eigenschaften (*proprietates*) der harmonischen Verhältnismäßigkeit. Er führt die Eigenschaften aber nicht weiter aus, weil sie – wie er sagt – seinem Werk zu wenig hinzufügen.

1. Eigenschaft des harmonischen Mittels:

„Das harmonische Mittel bei größeren Termen dient einem größeren Verhältnis als bei kleineren [Termen]. Es ist zu sagen, dass nach dem Erfassen von drei Termen, die in diesem Mittel proportional sind, das Verhältnis des größten [Terms] zum mittleren [Term] größer ist als das [Verhältnis] des mittleren [Terms] zum kleinsten [Term]. Wie nach der Aufstellung der Terme 12, 8 und 6 das größere Verhältnis von 12 zu 8 ist, das ein anderthalbfaches [Verhältnis] ist, so ist das von 8 zu 6, das ein Vierdrittel[verhältnis] ist.“[91]

2. Eigenschaft des harmonischen Mittels:

„Nach der Aufstellung von drei Termen zu diesem Mittel erzeugt der mittlere Term, der mit den zusammengefassten *extremitates* vervielfältigt wird, ein doppeltes [Verhältnis] mit der Zahl, die aus [der Vervielfältigung] des Extremum mit dem [anderen] Extremum entsteht. Wie nach der Aufstellung der vorher genannten Terme 12, 8 und 6 sowie nach dem Zusammenfassen der Extrema, nämlich 6 und 12, die 18 ergeben, ist die Zahl, die sich aus der Vervielfältigung des mittleren [Terms], nämlich der Acht, mit den zusammengefassten *extremitates*, nämlich mit 18, doppelt im Verhältnis zu der Zahl, die aus der Vervielfältigung der Extrema, nämlich 12 und 6, entsteht.“[92]

---

[90] *Et ex hoc habes pulchrum documentum ab cognoscendum, quando aliqua proportio inaequalitatis habet subduplam proportionem ad eam rationalem. Quando enim numerus resultans ex ductu unius extremi in alterum non est quadratus, tunc talis proportio non habet proportionem rationalem subduplam ad illam, cum non habeat medium proportionabile proportione rationali, et sic tale medium inter terminos illius proportionis non se habet ut numerus respectu alicuius extremi illius proportionis. Si enim se haberet ut numerus, maioris extremi ad ipsum esset aliqua proportio rationalis, et ipsius ad minimum extremum esset eadem proportio rationalis, et sic iam ibi essent tres numeri continuo proportionabiles in hac medietate geometrica, et sic numerus, qui fit ex ductu extremi in extremum, esset quadratus, ut patet ex primo correlario, quod est oppositum dati. Et ex hoc facile elicitur proportionem irrationalem necessario ponendam esse, quod nota.* Thomas 1509, S. 28.

[91] *[...] medietas harmonica in maioribus terminis maiorem servat proportionem quam in minoribus. Hoc est dicere, quod captis tribus terminis hac medietate proportionabilibus maior est proportio maximi ad medium quam medii ad minimum, ut constitutis his terminis 12, 8, 6 maior est proportio 12 ad 8, quae est sesquialtera, quam 8 ad 6, quae est sesquitertia.* Thomas 1509, S. 28.

[92] *[...] tribus terminis in hac medietate constitutis medius terminus in collectas extremitates ductus duplum numero, qui fit ex extremo in extremum, producit, ut constitutis praedictis terminis 12, 8, 6 et collectis extremis, puta 6 et 12, quae 18 constituunt, numerus, qui fit ex ductu medii, puta octonarii, in collectas extremitates, puta in 18, est duplus ad numerum, qui fit ex ductu extremorum 12 scilicet in 6.* Thomas 1509, S. 28. Im Ergebnis bedeutet dies: (12+6) x 8 = 2 x (12 x 6); 144 = 2 x 72.

3. Eigenschaft des harmonischen Mittels:

„Die dritte Eigenschaft bei diesem Mittel ist, dass nach der Festlegung der Extrema ein mittlere Term gefunden wird: Wenn die Zahl, die aus der *differentia* der Extrema mit dem minimalen [Extremum] hervorgeht, durch die Zahl der verbundenen Extrema geteilt wird, wird die, die aus der Teilung übrigbleibt, erfasst und mit dem kleinsten Extremum zusammengezogen. Wenn man nach der Bestimmung der Terme 6 und 3 ein harmonisches Mittel zwischen jenen [Termen] finden will, füge man das eine Extremum mit dem [anderen] Extremum zusammen, nämlich die 3 mit derselben 6. Und sie werden 9 ergeben. Danach vervielfältige man die *differentia* zwischen 6 und 3 mit dem kleinsten Extremum, der 3. Und weil jene *differentia* 3 ist und sich aus der Vervielfältigung von ihr mit 3 sich 9 ergeben, teile man daher 9 durch 9. Und das Ergebnis aus der Teilung wird eine Eins sein. Man füge daher die Eins mit der Drei zusammen. Und das Aggregatum aus jener Eins und der Drei ist das harmonische Mittel zwischen Sechs und Drei. Denn das Aggregatum ist die Zahl Vier. Auf diese Art und Weise verhalten sich 6, 4 und 3 harmonisch zueinander."[93]

***nota*:**

„Und beachte hier, dass man nach der Aufstellung von zwei beliebigen ungleichen Zahlen in dieser Lehre [über] einen dazwischen liegenden, mittleren Term zwischen jenen [Zahlen] findet, und zwar mit Bruch oder ohne. Zwischen Vier und Drei ist die mittlere harmonische [Zahl] 3 mit vier Siebenteln."[94]

Kapitel 2.3

Das dritte Kapitel behandelt sechs *modi* des Argumentierens mit Proportionalitäten, die Alvarus Thomas bei Euklid im sechsten Buch der Elemente entlehnt. Dabei werden die Proportionalitäten werden zuerst definiert und dann ihre Verwendung beispielhaft vorgezeigt. In den darauf folgenden sechs *conclusiones* gibt Alvarus Thomas an, wo sich die mathematischen Beweise für diese *modi argumendi* in seinem Buch befinden.

definitiones verschiedener Proportionalitäten und ihre Verwendung

1. *definitio* der umgekehrten Proportionalität:

„Zum Verständnis der ersten Art und Weise des Argumentierens muss beachtet werden, dass in dem Vorschlag der Vordersatz ein Term irgendeines Verhältnisses genannt wird, der mit einem anderen [Term] verglichen wird. Und der Nachsatz ist der Term, mit dem irgendein [Term] verglichen wird. Wie wenn die Vier zur Zwei in Beziehung gesetzt wird, ist jener Term Vier der vorhergehende [Term] und Zwei der nachfolgende [Term]. Und wenn wir die Zwei zur Vier in Verbindung setzen, wird die Zwei der vorhergehende [Term] und

[93] *Tertia proprietas in hac medietate determinatis extremis medius terminus reperitur, si per extremorum coniunctorum numerum numerus, qui ex differentia extremorum in minimum consurgit, dividitur, isque, qui ex divisione relinquitur accipiatur, atque minimo extremo aggregatur, ut determinatis his terminis 6 et 3 si vis invenire medium harmonicum inter illos, addas extremum extremo, puta 3 ipsis 6, et erunt 9, deinde ducas differentiam inter 6 et 3 in 3 minimum extremum, et quia illa differentia est 3, ex ductu eius in 3 fiunt 9, dividas igitur 9 per 9, et relictum ex divisione erit unitas, addas igitur unitatem ternario, et aggregatum ex illa unitate et ternario est medium harmonicum inter sex et tria, est enim aggregatum illud quaternarius numerus. Modo 6, 4, 3 proportionantur harmonice.* Thomas 1509, S. 28.

[94] *Et hic adverte, quod quibuscumque duobus numeris inaequalibus constitutis hac doctrina mediante reperies medium terminum inter eos, et hoc cum fractione aut sine, inter 4 enim et 3 medium harmonicum est 3 cum tribus septimis.* Thomas 1509, S. 28.

die Vier der nachfolgende [Term] genannt. Unter dieser Annahme ist eine Proportionalität umgekehrt, wenn die nachfolgenden [Terme] aus den vorhergehenden [Termen] zu Stande kommen und umgekehrt genauso. Oder andererseits ist es eine verhältnismäßige *illatio*, in der aus den Verhältnissen größerer Ungleichheit Verhältnisse kleinerer Ungleichheit erschlossen werden, die mit diesen in Verbindung stehen. Beim derartigen Argumentieren gilt: So wie sich die Acht zur Vier verhält, so [verhält sich] die Zwei zur Eins. Daher [gilt]: So wie sich die Eins zur Zwei verhält, so [verhält sich] die Vier zur Acht, und sogar umgekehrt, indem man aus den Verhältnissen kleinerer Ungleichheit die mit ihnen korrespondierenden Verhältnisse größerer Ungleichheit erschließt.“[95]

2. *definitio* der veränderten Proportionalität:

„Man spricht von einer veränderten Proportionalität, wenn aus der vorhergehenden [Zahl] des zweiten Verhältnisses die nachfolgende [Zahl] des ersten [Verhältnisses] entsteht, und aus dem nachfolgenden [Term] des ersten [Verhältnisses] entsteht die vorhergehende [Zahl] des zweiten [Verhältnisses]. Oder anders [gesagt] sind nach der Aufstellung von vier geometrisch proportionalen Termen das [Verhältnis] des ersten [Terms] zum dritten [Term] und das [Verhältnis] des zweiten [Terms] zum vierten [Term] eine verhältnismäßige *illatio*, wobei folgendermaßen argumentiert werden muss: So wie sich die 8 zur 4 verhält, so 2 zur 1. Daher [gilt auch]: So wie sich 8 zu 2 verhalten, so 4 zur Eins. Und diese Art und Weise des Argumentierens nutzt der Philosoph an den meisten Stellen wie am Ende des zweiten [Buchs] der [Schrift] über die Sätze und im dritten [Buch] der Topoi und im ersten [Buch über den] Himmel und die Erde im Traktat über das Unbegrenzte.“[96]

3. *definitio* der verbundenen Proportionalität:

„Eine verbundene Proportionalität ist eine *illatio* von getrennten, geometrisch proportionalen Termen zu verbundenen [Termen]. Bei einer solchen Art und Weise des Argumentierens gilt: So wie sich 8 zu 4 verhalten, so 2 zu 1. Daher so wie sich Acht und Vier sich zur Vier verhalten, so Zwei und Eins zur Eins.“[97]

[95] *Pro intelligentia primi modi arguendi advertendum est, quod in proposito antecedens alicuius proportionis dicitur terminus, qui ad alterum comparatur, et consequens terminus cui aliquis comparatur, ut cum dicitur quatuor ad duo ille terminus, quatuor est antecedens et duo consequens, et si dicamus duo ad quatuor, duo dicuntur antecedens et quatuor consequens. Isto supposito proportionalitas conversa est, quando ex antecedentibus fiunt consequentia et eocontra. Vel aliter est proportionalis illatio, in qua ex proportionibus maioris inaequalitatis concluduntur proportiones minoris inaequalitatis eis correspondentes, sic arguendo sicut se habet octo ad quatuor, ita duo ad unum, igitur sicut se habet unum ad duo, ita quatuor ad octo, et etiam econverso concludendo ex proportionibus minoris inaequalitatis proportiones maioris inaequalitatis eis correspondentes.* Thomas 1509, S. 28.

[96] *Permutata proportionalitas dicitur, cum ex antecedente secundae proportionis sit consequens primae, et ex consequenti primae sit antecedens secundae. Vel aliter est dispositis quatuor terminis geometrice proportionalibus primi ad tertium et secundi ad quartum proportionalis illatio sic arguendo: sicut se habet 8 ad 4, ita 2 ad 1, igitur sicut se habent 8 ad 2, ita 4 ad unum. Et isto modo arguenendi utitur philosophus in plerisque locis ut in fine secundi perihermenias, in tertio topi et in primo caeli et mundi in tractatu de infinito.* Thomas 1509, S. 28.

[97] *Coniuncta proportionalitas est a disiunctis terminis geomet[r]ice proportionabilibus ad coniunctos proportionalis illatio. Tali modo arguendo sicut se habent 8 ad 4, ita 2 ad 1, igitur sicut se habent octo et quatuor ad quatuor, ita duo et unum ad unum.* Thomas 1509, S. 28.

4. *definitio* der getrennten Proportionalität:

„Eine getrennte Proportionalität ist eine verhältnismäßige *illatio* von verbundenen, geometrisch proportionalen Termen zu getrennten [Termen]. Bei einer solchen Art und Weise des Argumentierens gilt: So wie sich 8 und 4 zur 4 verhalten, so Zwei und Eins zur Eins. Daher so wie sich die Acht zur Vier verhalten, so [verhalten sich] Zwei zu Eins.“[98]

5. *definitio* der *proportionalitas eversa*[99]:

„Eine *proportionalitas eversa* ist eine verhältnismäßige *illatio* von getrennten, geometrisch proportionalen Termen zu verbundenen [Termen oder] durch eine Umkehrung der Ordnung zu einer verbundenen [Proportionalität]. Auf diese Art und Weise des Argumentierens gilt: So wie sich Acht zu Vier verhalten, so Zwei zur Eins. So wie sich daher Eins und Zwei zur Zwei verhalten, so Vier und Acht zur Acht. Und diese Art und Weise des Argumentierens unterscheidet sie sich von der dritten [Art und Weise], weil bei dem Nachsatz der dritten [Art und Weise] Verhältnisse von größerer Ungleichheit angebracht werden und in dieser [Art und Weise] aber die Verhältnisse von kleinerer Ungleichheit herangetragen werden.“[100]

6. *definitio* der gleichen Proportionalität:

„Aber eine gleiche Proportionalität ist eine verhältnismäßige *illatio* der Extrema von zwei gegebenen, gleichen Mengen von Quantitäten oder Zahlen, die sich stetig proportional in demselben Verhältnis unter Auslassung der mittleren [Terme] verhalten. Bei dieser Art und Weise des Argumentierens gilt: So wie sich 1, 2 und 4 verhalten, so [verhalten sich] 4, 8 und 16. Daher so wie sich 4 zu 16 verhalten, so 1 zu 4.“[101]

nota: „Und beachte, dass jene Teilchen sich so wie jene verhalten, die bei allen Arten und Weisen des Argumentierens aufgestellt worden sind. Sie kennzeichnet eine spezifische Ähnlichkeit der Verhältnisse. Und man verstehe es folgendermaßen: So wie sich 1, 2 und 4 verhalten, so auch 3, 6 und 12. Das heißt, durch welches Verhältnis auch immer sich 1, 2 und 4 reihenmäßig verhältnismäßig verhalten, in demselben spezifischen Verhältnis verhalten sich 3, 6 und 12.“[102]

---

[98] *Disiuncta proportionalitas est a coniunctis terminis geometrice proportionabilibus ad disiunctos proportionalis illatio tali modo arguendo: sicut se habent 8 et 4 ad 4, ita duo et unum ad unum. Igitur sicut se habent octo ad quatuor, ita duo ad unum.* Thomas 1509, S. 28.

[99] Die Bezeichnung dieser spezifischen Proportionalität wurde wegen der Verwechslungsmöglichkeit mit der *proportionalitas conversa* im Lateinischen belassen.

[100] *Eversa proportionalitas est a divisis terminis geometrice proportionabilibus ad coniunctos ordine converso ad coniunctam proportionalis illatio. Isto modo arguendo sicut se habent octo ad quatuor, ita duo ad unum, igitur sicut se habent unum et duo ad duo, ita quatuor et octo ad octo. Et differt iste modus arguendi a tertio, quia in consequente tertii inferuntur proportiones maioris inaequalitatis, in isto autem inferuntur proportiones minoris inaequalitatis.* Thomas 1509, S. 28f.

[101] *Aequa autem proportionalitas est duabus multitudinibus quantitatum aut numerorum datis numero aequalibus, et proportionabilibus continuo eadem proportione, exclusis mediis extremorum proportionalis illatio. Isto modo arguendo sicut se habent 1, 2, 4, ita 4, 8, 16, igitur sicut se habent 4 ad 16, ita 1 ad 4.* Thomas 1509, S. 29

[102] *Et adverte, quod illa particula sicut se habent, quae ponitur in omnibus, his modis arguendi, denotat similitudinem specificam proportionum. Et intelligitur sic, sicut se habent 1, 2, 4, ita 3, 6, 12. Hoc est, quacumque proportione proportionantur sereatim 1, 2, 4, eadem proportione specifice proportionantur 3, 6, 12.* Thomas 1509, S. 29.

Die *conclusiones*

1. *conclusio*:

„Die Argumentationsweise von einer umgekehrten Proportionalität ist eine notwendige Ausführung. Diese *conclusio* erlangt ihren Nachweis aus dem dritten Korollar der vierten *conclusio* des vorangehenden Kapitels, wie jenes Korollar anfangs zeigt, dass diese Art und Weise des Argumentierens bei einer umgekehrten Proportionalität gültig ist.“[103]

2. *conclusio*:

„Die Art und Weise [so] über eine veränderte oder wandelbare Proportionalität zu schließen, ist unfehlbar. Diese *conclusio* wird in der vierten [*conclusio*] des vorhergehenden Kapitels klar bewiesen. Denn diese [*conclusio*] und jene [*conclusio*] haben dasselbe im Sinn.“[104]

3. *conclusio*:

„Jene Ableitung und die Art und Weise des Darlegens, die für die verbundene Proportionalität begonnen wird, ist bedeutender als jede Ausnahme. Diese *conclusio* ist ersichtlich durch den einleuchtenden Nachweis aus den ersten Korollar derselben vierten *conclusio*.“[105]

4. *conclusio*:

„Die Form des Rechnens mit einer getrennten Proportionalität überwindet jeden Zeitpunkt. Ich halte immer den verschrobenen Verstand [aus der Diskussion] heraus. Diese *conclusio* ist klar ersichtlich aus dem [bereits] verteidigten, vierten Korollar der vierten, vorher genannten *conclusio*.“[106]

5. *conclusio*:

„Jene Schlussfolgerung, die jene ausgedrehte Proportionalität benennt, wendet sich leicht jedem Ziel des Zweifels zu. Und die [*conclusio*] bleibt unbestreitbar. Diese *conclusio* wird auch mit Hilfe des fünften Korollars gezeigt.“[107]

6. *conclusio*:

„So soll eine gleiche Argumentationsweise für den mittleren [Term] der Gleichheit eintreten, so dass sie – wenn kein Fehler des Zeitpunkts dafür herangezogen wird – vom

---

[103] *[...] argumentatio a conversa proportionalitate est necessarium argumentum. Haec conclusio suam demonstrationem ex tertio correlario quartae conclusionis praecedentis capitis sortitur, quam illud correlarium principaliter ostendit hunc modum arguendi proportionalitate conversa esse validum.* Thomas 1509, S. 29.

[104] *[...] modus ratiocinandi a proportionalitate permutata sive commutata infallibilis est. Probatur haec conclusio manifeste ex quarta praecedentis capitis. Idem enim haec et illa intendunt.* Thomas 1509, S. 29.

[105] *[...] deductio illa et modus arguendi, qui proportionalitati coniunctae innititur, omni exceptione est maior. Patet haec conclusio demonstratione evidenti ex primo correlario eiusdem quartae conclusionis.* Thomas 1509, S. 29.

[106] *[...] forma ratiocinandi a disiuncta proportionalitate omnem exsuperat instantiam. Semper pravum excipio intellectum. Haec conclusio patrocinante quarto correlario quartae conclusionis praedictae manifesta evadet.* Thomas 1509, S. 29.

[107] *[...] consequentia illa, quae proportionalitas eversa nuncupatur, omne dubietatis telum evertit facile et inconcussa permanet. Haec etiam conclusio quinti correlarii auxilio monstratur.* Thomas 1509, S. 29.

Weg der Gleichheit und Geradigkeit abweicht. [Aber] die unerschütterte Gleichheit dieser *conclusio* und die unverwundbare Wahrheit wird von den Schilden und Angriffswaffen des sechsten Korollars derselben *conclusio* gefestigt und verteidigt. Und es helfe dies gesagt zu haben, um die vorher genannten Art und Weisen des Darlegens zu zeigen, wie der Nachweis jener Korollare dieser *conclusiones* ein einleuchtender Beweis ist.“[108]

Kapitel 2.4

Im vierten Kapitel beschäftigt sich Alvarus Thomas mit dem Überhang, der Zusammensetzung und der Teilung von Verhältnissen. Dafür werden zuerst acht *suppositiones* aufgestellt. Aus diesen *suppositiones* leiten sich darauf folgend vier *conclusiones* ab.

Die *suppositiones*

1. *suppositio*, die die *definitio* der *termini primi* ist:

„Die ersten Terme irgendeines Verhältnisses sind jene [Terme], die die kleinsten in ihrem Verhältnis sind. Die kleinsten Terme irgendeines Verhältnisses – ich spreche von einer stetigen Quantität wie auch von einer getrennten [Quantität] – sind diejenigen, deren kleinerer [Term] von einer Eins bestimmt wird, der größere [Term] aber von einer Zahl oder einer Zahl mit Bruch oder von einer Eins und einem Bruch.“[109]

2. *suppositio*, die Teil der *definitio* der *denominatio proportionis* ist:

„Die *denominatio* eines Verhältnisses ist jene [Zahl], die von der größeren [Zahl] der Erstzahlen eines solchen Verhältnisses genommen wird, wie zum Beispiel die *denominatio* eines doppelten [Verhältnisses] von der Zwei genommen wird, die die größere [Zahl] der Erstzahlen eines doppelten Verhältnisses ist. Und die *denominatio* eines anderthalbfachen [Verhältnisses wird] von einer Eins mit der Hälfte [bestimmt].“[110]

1. Korollar: „Die *species* eines vielfachen Verhältnisses wird durchgängig von einer natürlichen Reihe von Zahlen bestimmt.“[111]

2. Korollar: „Die *species* eines superpartikularen Verhältnisses werden von der Eins mit irgendeinem irgendwievielten Teil bestimmt.“[112]

---

[108] *[...] aequa argumentatio ita aequitatis medium su[b]eat, ut nullo instantiae vitio in eam adducto ab aequitatis et rectitudinis tramite declinet. Huius conclusionis inconcussa aequitas atque inviolata veritas clipeis et armis sexti correlarii eiusdem conclusionis munitur et defensatur. Et haec ad demonstrandos praedictos arguendi modos dixisse sufficiat, quam illorum correlariorum demonstratio harum conclusionum est evidens probatio.* Thomas 1509, S. 29.

[109] *[...] primi termini alicuius proportionis sunt illi, qui in sua proportione sunt minimi. Minimi autem termini alicuius proportionis – et loquor tam in quantitate continua quam discreta – sunt, quorum minor denominatur ab unitate, maior vero a numero vel numero cum fractione vel unitate cum fractione.* Thomas 1509, S. 29.

[110] *[...] denominatio alicuius proportionis est illa, quae sumitur a maiori primorum terminorum talis proportionis, ut denominatio duplae sumitur a binario, qui est maior terminorum primorum proportionis duplae, et denominatio sesquialterae ab unitate cum dimidio.* Thomas 1509, S. 29.

[111] *[...] species proportionis multiplicis denominantur consequenter a naturali serie numerorum.* Thomas 1509, S. 29.

[112] *[...] species proportionis superparticularis denominantur ab unitate cum aliqua parte aliquota.* Thomas 1509, S. 29.

3. Korollar: „Alle *species* eines suprapartienten Verhältnisses werden von der Eins mit irgendwie vielen irgendwievielten Teilen, die nicht einen [irgendwievielten Teil] ausmachen, bestimmt."[113]

4. Korollar: „Zusammengesetzte Verhältnisse werden bestimmt von einer Zahl mit dem Bruch eines irgendwievielten Teils oder irgendwievielten Teilen, die nicht einen [irgendwievielten Teil] ausmachen."[114]

3. *suppositio*, die ein weiterer Teil der *definitio* der *denominatio proportionis* ist:

„Alle Verhältnisse sind gleich, die gleiche *denominationes* haben. Und jenes [Verhältnis], dessen *denominatio* größer ist, ist größer. Und jenes [Verhältnis] ist kleiner, dessen *denominatio* kleiner ist. Aber jene *denominatio* wird größer genannt, die von der größeren Zahl mit Bruch oder ohne [Bruch] genommen wird oder von einer Eins mit einem größeren Bruch."[115]

4. *suppositio*:

„Jedes Ganze wird aus einem beliebig großen Kleineren zusammengesetzt. Und es lässt sich die [Bezeichnung] „aus einem beliebig großen" nach den Klassen der einzelnen [Verhältnissen] unterscheiden."[116] (Alvarus Thomas bezieht sich hier auf die Klassen der rationalen Verhältnisse.)

5. *suppositio*:

„Jedes Compositum aus zwei genau gleichen [Zahlen] ist genau das Doppelte zu jedem jener beiden [Zahlen]. Und jedes Compositum aus drei gleichen [Zahlen] ist gleich dem Dreifachen von einer beliebigen [Zahl] von jenen. Und [jedes Compositum] aus vier [Zahlen gleicht] dem Vierfachen [jeder einzelnen], und [jedes Compositum] aus fünf [Zahlen gleicht] dem Fünffachen [jeder einzelnen] und so weiter."[117]

6. *suppositio*:

„Jedes Compositum aus zwei ungleichen [Zahlen] ist größer als das Doppelte in Bezug zu der kleineren von jenen [Zahlen], und kleiner, als das Doppelte in Bezug zur größeren von jenen [Zahlen]. Und wenn es aus drei ungleichen [Zahlen] zusammengesetzt ist, ist es größer als das Dreifache in Bezug zur kleinsten jener [Zahlen] und kleiner als das Dreifache in Bezug zur größten [jener Zahlen]. Und wenn es aus vier [Zahlen] besteht, ist es größer als das Vierfache in Bezug zur kleinsten jener [Zahlen] und kleiner als das Vierfache in

---

[113] *[...] omnes species proportionis suprapartientis denominantur ab unitate cum aliquot partibus aliquotis non facientibus unam.* Thomas 1509, S. 29.

[114] *[...] proportiones compositae denominantur a numero cum fractione partis aliquote vel partium aliquotarum non facientium unam.* Thomas 1509, S. 29.

[115] *[...] omnes proportiones sunt aequales, quarum denominationes sunt aequales, et illa maior, cuius denominatio est maior, et illa minor, cuius denominatio minor. Illa autem denominatio dicitur maior, quae sumitur a maiori numero cum fractione vel sine vel ab unitate cum maiori fractione.* Thomas 1509, S. 30.

[116] *[...] omne totum ex quantolibet minori eo componitur, et distribuat ly „quantolibet" pro generibus sing[u]lorum.* Thomas 1509, S. 30.

[117] *[...] omne compositum ex duobus aequalibus adaequate est praecise duplum ad utrumque illorum, et omne compositum ex tribus aequalibus adaequate est triplum ad quodlibet illorum, et ex quattuor quadruplum, et ex quinque quintuplum et cetera.* Thomas 1509, S. 30.

Bezug zur größten [jener Zahlen] und folgerichtig so weiter, wenn es zusammengesetzt ist aus fünf [Zahlen], aus sechs und so weiter.“[118]

7. *suppositio*:

„Wenn irgendeine *latitudo* oder ein Überhang zu irgendetwas zugefügt wird, erwirbt es ein größeres Verhältnis, als wenn demselben ein kleinerer Überhang oder eine [kleinere] *latitudo* zugefügt wird. Wie wenn der Vier eine Vier zugefügt wird, erwirbt sie ein größeres Verhältnis, als wenn ihr eine Zwei zugefügt wird.“[119]

Korollar: „Und aus dem Nachsatz folgt, dass wenn irgendetwas irgendeine *latitudo* oder Quantität verliert, verliert sie ein größeres Verhältnis, als wenn es eine kleinere *latitudo* verliert.“[120]

8. *suppositio*:

„Wann immer derselbe Überhang oder [dieselbe] *latitudo* einer größeren und einer kleineren [Zahl] zugefügt wird, erwirbt die kleinere [Zahl] ein größeres Verhältnis als die größere [Zahl]. Und weil die größere und die kleinere [Zahl] dasselbe Verhältnis oder [denselben] Überhang verlieren, verliert die kleinere [Zahl] ein größeres Verhältnis als die größere [Zahl]. Wie wenn Vier und Acht Zwei verlieren, dann verliert die Vier ein größeres Verhältnis als die Acht. Denn die Vier verliert ein doppeltes Verhältnis und die Acht aber ein anderthalbfaches [Verhältnis], wie es fest steht. Und wenn die Zwei und die Sechs eine Zwei erwerben, erwirbt die Zwei mit Hilfe derselben *ratio* ein größeres Verhältnis als die Sechs, wie es fest steht.“[121]

Die *conclusiones*

1. *conclusio*:

„Jedes vielfältige Verhältnis, vielfältig superpartikulare [Verhältnis] oder vielfältig suprapartiente [Verhältnis] ist größer als ein superpartikulares [Verhältnis] oder ein suprapartientes [Verhältnis].“[122]

[118] *[...] omne compositum ex duobus inaequalibus est maius quam duplum ad minus illorum et minus quam duplum ad maius illorum, et si componatur ex tribus inaequalibus, est maius quam triplum ad minimum illorum et minus quam triplum ad maximum, et si ex quattuor, est maius quam quadruplum ad minimum illorum et minus quam quadruplum ad maximum et sic consequenter, si componatur ex quinque, ex sex et cetera.* Thomas 1509, S. 30.

[119] *[...] quando aliqua latitudo sive excessus additur alicui, maiorem proportionem acquirit, quam quando eidem additur minor excessus sive latitudo, ut quando quaternario additur quaternarius, maiorem proportionem acquirit, quam quando ei additur binarius.* Thomas 1509, S. 30.

[120] *Et ex consequenti sequitur, quod quando aliquid deperdit aliquam latitudinem sive quantitatem, maiorem proportionem deperdit, quam quando deperdit minorem latitudinem.* Thomas 1509, S. 30.

[121] *[...] quandocumque idem excessus sive latitudo additur maiori et minori, maiorem proportionem acquirit minus quam maius. Et cum maius et minus deperdunt eandem latitudinem sive excessum, maiorem proportionem deperdit minus quam maius, ut si quaternarius et octonarius perdant binarium, maiorem proportionem deperdit quaternarius quam octonarius. Quaternarius enim perdit proportionem duplam, octonarius vero sesquitertiam, ut constat. Et si binarius et senarius binarium acquirant, binarius eadem ratione maiorem proportionem acquirit quam senarius, ut constat.* Thomas 1509, S. 30.

[122] *[...] omnis proportio multiplex, multiplex superparticularis vel multiplex suprapartiens est maior proportione superparticulari vel suprapartiente.* Thomas 1509, S. 30.

1. Korollar: „Daraus folgt erstens, dass vielfältig superpartikulare und vielfältig suprapartiente Verhältnisse größer sind als die vielfältigen Verhältnisse. Daher ist ein beliebiges, vielfältig superpartikulares oder [vielfältig] suprapartientes [Verhältnis] größer als ein beliebiges vielfältiges, von derselben Zahl bestimmtes [Verhältnis]. Wie ein fünfhalbefaches [Verhältnis] größer ist als ein doppeltes [Verhältnis]. Ein dreizehnviertelfaches [Verhältnis] ist größer als ein dreifaches [Verhältnis]. Denn ein dreifaches [Verhältnis] und ein dreizehnviertelfaches [Verhältnis] werden von derselben Zahl bestimmt, aber nicht genau.“[123]

2. Korollar: „Es folgt zweitens, dass es aus dem Gesagten heraus leicht ist, die Art und Weise zu Erkennen herauszufinden, nachdem ein superpartikulares und ein suprapartientes Verhältnis aufgestellt worden sind, welches das größere [Verhältnis] von jenen ist.“[124]

2. *conclusio*:

„Jedes Verhältnis eines Extremum zu dem [anderen] Extremum wird aus einem kleineren Verhältnis als jenem [Verhältnis] zusammengesetzt, wie ein doppeltes Verhältnis aus einem beliebigen suprapartienten [Verhältnis] und einem beliebigen superpartikularen [Verhältnis] zusammengesetzt wird. Und dieses ‚beliebige‘ werde auf die Klassen einzelnen [Verhältnisse] aufgeteilt.“[125]

1. Korollar: „Aus diesem Korollar folgt erstens, dass ein beliebiges Verhältnis aus einem Verhältnis der mittleren [Terme] zu sich selbst und aus dem [Verhältnis] der mittleren [Terme] zu den Extrema zusammengesetzt wird. Wie ein doppeltes Verhältnis, das zwischen 8 und 4 besteht, zusammengesetzt wird aus dem Verhältnis 7 zu 6 und aus 6 zu 5, welche die Verhältnisse der mittleren [Terme] sind, sowie aus dem Verhältnis 8 zu 7 und 5 zu 4, welche die [Verhältnisse] des Extremum zum mittleren [Term] und des mittleren [Terms] zum Extremum ist.“[126]

2. Korollar: „Es folgt zweitens, dass jedes Verhältnis aus unendlichen Verhältnissen zusammengesetzt ist.“[127]

---

[123] *Ex qua sequitur primo, quod proportiones multiplices superparticulares et multiplices suprapartientes sunt maiores proportionibus multiplicibus, ita quod quaelibet multiplex superparticularis aut suprapartiens qualibet multiplici ab eodem numero denominata est maior, ut dupla sesquialtera est maior dupla, tripla sesquiquarta maior tripla, tripla enim et tripla sesquiquarta ab eodem numero denominantur, sed non adaequate.* Thomas 1509, S. 31.

[124] *Sequitur secundo, quod ex dictis faciliter est invenire modum cognoscendi propositis proportione superparticulari et suprapartiente, quae illarum sit maior.* Thomas 1509, S. 31.

[125] *[...] omnis proportio extremi ad extremum componitur ex qualibet minori proportione illa, ut proportio dupla componitur ex qualibet proportione suprapartiente et qualibet superparticulari. Et distribuat ly „qualibet“ pro generibus singulorum.* Thomas 1509, S. 31.

[126] *Ex hac conclusione sequitur primo, quod quaelibet proportio componitur ex qualibet proportione mediorum ad invicem et mediorum ad extrema, ut proportio dupla, quae est inter 8 et 4, componitur ex proportione 7 ad 6 et 6 ad 5, quae sunt proportiones mediorum, et ex proportione 8 ad 7 et 5 ad 4, quae sunt extremi ad medium et medii ad extremum.* Thomas 1509, S. 31. Bisher benutzte Alvarus Thomas „zusammengesetzt aus“ nur für Summen, hier sieht man, dass es auch für Produkte verwendet wird.

[127] *Sequitur secundo, quod omnis proportio ex infinitis proportionibus componitur.* Thomas 1509, S. 31.

3. Korollar: „Es folgt drittens, dass jedes Verhältnis in unendliche Verhältnisse geteilt werden kann. Diese Verhältnisse werden sich verhalten wie verhältnismäßige Teile von ihm, und zwar gemäß dem Verhältnis, das man will.“[128]

4. Korollar: „Daraus folgt viertens: Wenn irgendein Verhältnis von größerer Ungleichheit bis zu einem Verhältnis von Gleichheit vermindert wird, dann ist es notwendig, dass dasselbe [Verhältnis] stetig nach und nach durch unendliche kleinere Verhältnisse als dieses [Verhältnis] durchquert. Wie wenn das Verhältnis von 8 zur 4 zu einem Verhältnis von Gleichheit durch die *diminutio* derselben 8 bis zur 4 sinkt, dann ist es notwendig, dass es durch alle Verhältnisse durchgeht, aus denen ein solches Verhältnis aus 8 zur 4 zusammengesetzt ist. Und diese [Verhältnisse] sind unendlich, wie das zweite Korollar sagt. Daher.“[129]

3. *conclusio*:

„[Es geht darum], ein beliebiges Verhältnis in zwei gleiche Verhältnisse zu zerteilen. Nach der Erfassung des Verhältnisses zum Beispiel, das von 8 zu 4 ist, wird [dieses Verhältnis] in zwei ungleiche [Teile] durch eine erfundene Zahl geteilt, die ohne Begrenzung gleichmäßig von jedem der beiden Extrema absteht, nämlich die erfundene Zahl Sechs. Denn [das Verhältnis von] 8 zu 6 ein vierdrittelfaches Verhältnis. Und [das Verhältnis von] 6 zu 4 ein anderthalbfaches Verhältnis. Und dieses [Verhältnis] ist größer als jenes [Verhältnis].“[130]

1. Korollar: „Daraus folgt erstens, dass ein beliebiges Verhältnis die Fähigkeit hat, in unendliche Verhältnisse durch Zahlen ohne einem Bruch der Eins geteilt zu werden. Und ich erfasse ‚unendliche [Verhältnisse]‘ synkategorematisch auf.“[131]

2. Korollar: „Es folgt zweitens, dass nach der Erfassung von drei Termen, die stetig arithmetisch proportional sind, und der Erfassung von drei weiteren [Termen], die sich so verhalten, gilt: Wie das Verhältnis zwischen den zwei größeren [Termen] der ersten drei [Terme], so ist es zwischen den zwei größeren [Termen] der zweiten drei [Terme].“[132] Und weiter: „Wenn es drei stetig proportionale [Terme] in einem arithmetischen Verhältnis gäbe und die anderen drei [Terme] seien ähnlich proportional in einem geometrischen

[128] *Sequitur tertio, quod omnis proportio potest in infinitas proportiones dividi, quae proportiones se habebunt ut partes proportionales illius, et hoc, qua volueris, proportione.* Thomas 1509, S. 31.

[129] *Sequitur quarto, quod si aliqua proportio maioris inaequalitatis diminuatur usque ad proportionem aequalitatis, necesse est ipsam continuo successive transire per infinitas proportiones minores ea, ut si proportio 8 ad 4 deveniat ad proportionem aequalitatis per diminutionem ipsorum 8 usque ad 4, necesse est eam transire per omnes proportiones, ex quibus componitur talis proportio 8 ad 4, et illae sunt infintae, ut dicit secundum correlarium, igitur.* Thomas 1509, S. 31.

[130] *[...] quamlibet proportionem in duas aequales proportiones secare, ut capta proportione, quae est 8 ad 4, ipsa in duas inaequales dividetur invento numero sine termino aequaliter distante ab utroque extremorum, puta invento numero senario, 8 enim ad 6 est proportio sesquitertia, et 6 ad 4 proportio sesquialtera, et haec maior est illa.* Thomas 1509, S. 31.

[131] *Ex qua sequitur primo, quod quaelibet proportio in infinitas proportiones secari valet in numeris sine unitatis fractione, et capio ly „infinitas“ syncathegore[]matice.* Thomas 1509, S. 32.

[132] *Sequitur secundo, quod capitis tribus terminis continuo proportionabilibus arithmetice et captis aliis tribus sic se habentibus, quod qualis est proportio inter duos maiores primi ternarii, talis sit inter duos maiores secundi ternarii, et qualis inter duos numeros primi ternarii, talis etiam sit inter duos minores secundi ternarii, tunc termini secundi ternarii sunt proportionabiles arithmetice, sicut et termini primi ternarii, ut captis his tribus terminis 4, 3, 2, qui sunt proportionabiles arithmetice, dico, quod isti 3 termini 8, 6, 4 sunt etiam arithmetice proportionabiles, quam qualis est proportio inter 4 et 3, talis est inter 8 et 6, et qualis inter 3 et 2, talis inter 6 et 4, ut patet.* Thomas 1509, S. 32.

Verhältnis so wie die ersten drei [Terme], dann sind jene stetig proportional in einem arithmetischen Verhältnis.“[133]

3. Korollar: „Daraus folgt drittens: Wenn es drei arithmetisch proportionale Terme gibt, und jeder beliebige von ihnen verdoppelt oder verdreifacht oder veranderthalbfacht wird und so weiter, dann bleibt immer das Verhältnis des Extremum zum [anderen] Extremum gleich. Und jene drei Terme werden stetig arithmetisch proportional bleiben. Und in demselben Verhältnis, in dem die Terme vergrößert werden, vergrößert sich der Überhang.“[134]

4. Korollar: „Es folgt viertens: Wenn es drei arithmetisch proportionale Terme gäbe, und der größte [Term] von ihnen gleich bleibt und unverändert, und der kleinste [Term] von jenen nach und nach abnimmt – und so blieben jene drei stetig arithmetisch proportional – dann ist es notwendig, dass der mittlere [Term] bei einer Verdoppelung stetig langsamer abnähme als der kleinste [Term]. Und es ist auch notwendig, dass das Verhältnis des Extremum zum [anderen] Extremum stetig vergrößert wird. Wie wenn drei Termen – 12, 8 und 4 – gegeben sind, und die 12 bleibt, [dann] nimmt die 4 durch das Abziehen von Zwei ab. Wenn jene drei Terme stetig arithmetisch proportional bleiben sollen, ist es notwendig, dass der mittlere [Term] eine Eins verliert. Und so werden sie arithmetisch proportional bleiben. Denn dann werden sie 12, 7 und 2 bleiben. Und es wird ein größere Verhältnis bleiben, als vorher zwischen den Extrema bestand.“[135]

5. Korollar: „Es folgt fünftens, dass jedes Verhältnis aus zwei Verhältnissen zusammengesetzt ist, nämlich dem [Verhältnis] des extremen Terms zum mittleren [Term] und dem [Verhältnis] des mittleren [Terms] zum kleinsten [Term]. Und das Verhältnis des größten [Terms] zum mittleren [Term] ist kleiner als ein durch 2 geteiltes [Verhältnis] zu dem [Verhältnis] selbst, das das [Verhältnis] des Extremum zum Extremum ist. Und das Verhältnis des mittleren Terms zum kleinsten [Term] ist größer als ein durch 2 geteiltes [Verhältnis]. Zum Beispiel wird das anderthalbfache [Verhältnis], das von der 6 zur 4 besteht, aus dem Verhältnis 6 zu 5 und aus 5 zu 4 zusammengesetzt. Und das Verhältnis 6 zu 5 ist kleiner als ein durch 2 geteiltes [Verhältnis]. Und 5 zu 4 ist größer als ein durch 2 geteiltes [Verhältnis] zu dem anderthalbfachen [Verhältnis].“[136]

---

[133] *Si sint tria continuo proportionabilia proportione arithmetica, et sint alia tria consimiliter proportionabilia proportione geometrica sicut prima tria, illa etiam sunt c[on]tinuo proportionabilia proportione arithmetica.* Thomas 1509, S. 32.

[134] *Sequitur ex hoc tertio, quod si sint tres termini arithmetice proportionabiles, et quilibet illorum dupletur aut tripletur aut sesquialteretur et cetera, semper proportio extremi ad extremum manet aequalis, et continuo manebunt illi tres termini arithmetice proportionabiles, et in ea proportione, in qua termini augmentantur, excessus augmentatur.* Thomas 1509, S. 32.

[135] *Sequitur quarto, quod si sint tres termini arithmetice proportionabiles, et stante maximo illorum invariato descrescat minimus illorum successive, ita quod continu[o] illi tres maneant arithmetice proportionabiles, necesse est medium in duplo tardius continuo decrescere minimo, necesse quoque est proportionem extremi ad extremum continuo augeri, ut datis his tribus terminis 12, 8, 4 et stantibus 12 decrescant 4 perdendo binarium, si illi tres termini debeant continuo manere arithmetice proportionabiles, necesse est numerum medium perdere unitatem, et sic manebunt arithmetice proportionabiles. Manebunt enim 12, 7, 2, et manebit maior proportio, quam erat antea inter extrema.* Thomas 1509, S. 33.

[136] *Sequitur quinto, quod omnis proportio componitur ex duabus pro[por]tionibus, puta maximi termini ad medium, et medii ad minimum, et proportio maximi ad medium minor est quam subdupla ad ipsam, quae est extremi ad extremum, et proportio medii termini ad minimum maior est quam subdupla, ut proportio sesquialtera, quae est 6 ad 4, componitur ex proportione 6 ad 5 et 5 ad 4, et proportio 6 ad 5 minor est quam subdupla, et 5 ad 4 maior est quam subdupla ad sesquialteram.* Thomas 1509, S. 33.

6. Korollar: „Es folgt sechstens, dass jedes superpartikulare Verhältnis aus zwei [Verhältnissen] zusammengesetzt wird, von denen das eine [Verhältnis] das [Verhältnis] des größten Terms zum mittleren [Term] und das andere [Verhältnis] das [Verhältnis] des mittleren [Terms] zum kleinsten Extremum ist. Und jedes jener beiden [Verhältnisse] ist superpartikular. Und das Verhältnis des mittleren [Terms] zum kleinsten [Term] wird bestimmt von einem irgendwievielten Teil, der von einer doppelten Zahl zu einer Zahl bestimmt wird, von der ein irgendwievielter Teil bestimmt wird, von dem das Verhältnis des größten [Terms] zum kleinsten [Term] bestimmt wird. Und das Verhältnis des größten Terms zum mittleren [Term] wird bestimmt von einem irgendwievielten Teil, der von einer Zahl bestimmt wird, die unmittelbar jener verdoppelten Zahl folgt. Zum Beispiel wird das anderthalbfache Verhältnis, das von 6 zu 4 besteht, aus zwei ungleichen [Verhältnissen] zusammengesetzt, wie gesagt worden ist. Und jedes von jenen beiden [Verhältnissen] ist ein superpartikulares [Verhältnis]. Denn das Verhältnis von 6 zu 5 ist ein superpartikulares [Verhältnis] und das [Verhältnis] von 5 zu 4 ebenso. Und das Verhältnis, das das [Verhältnis] von 5 zu 4 ist, wird von einem Viertel bestimmt, das ein irgendwievielter Teil von der Zahl ist, die verdoppelt größer als die Zahl ist, von der das Mittel bestimmt wird, von der als Mittel das anderthalbfache [Verhältnis] bestimmt wird. Denn die Mittel wird bestimmt von der Zwei, und ein Viertel von der Vier, und ein Fünftel wird von der Fünf bestimmt, die die Zahl ist, die der Vier unmittelbar folgt.“[137]

nota: „Und daher werde ich über das Übrige sagen wollen, dass irgendein superpartikulares Verhältnis von irgendeinem irgendwievielten Teil bestimmt wird, der von irgendeiner fest stehenden Zahl bestimmt wird. Ich werde sagen, dass ein solches superpartikulares Verhältnis dank der Kürze von einer solchen Zahl bestimmt wird, weil kein superpartikulares [Verhältnis] von einer Zahl bestimmt wird, sondern von einem irgendwievielten Teil und einer Eins. Und wenn ich sage, dass er von einem irgendwievielten Teil bestimmt wird, verstehe ich das ungenau, was das Vorgeschlagene unterstützt.“[138]

7. Korollar: „Es folgt siebentens, dass bei jedem superpartikularen Verhältnis – wenn man ein Verhältnis erfasst, das das [Verhältnis] des mittleren Terms zum untersten [Term] ist – jenes [Verhältnis] aus zwei superpartikularen [Verhältnissen] zusammengesetzt ist, von denen das eine [Verhältnis] ebenso das [Verhältnis] des mittleren Terms zum untersten [Term] ist. Und jenes [Verhältnis] wird von der vierfachen Zahl zu der Zahl bestimmt, von der jenes gegebene superpartikulare Verhältnis bestimmt wird. Zum Beispiel wenn bei einem fünfviertelfachen Verhältnis, das von 20 zu 16 besteht, ein Verhältnis erfasst wird,

[137] *Sequitur sexto, quod omnis proportio superparticularis componitur ex duabus, quarum una est maximi termini ad medium, et alia est medii ad minus extremum, et utraque illarum est superparticularis, et proportio medii ad minimum denominatur a parte aliquota denominata a numero duplo ad numerum, a quo denominatur pars aliquota, a qua denominatur proportio maximi ad minimum, et proportio maximi termini ad medium denominatur a parte aliquota denominata a numero immediate sequente numerum illum duplum, ut proportio sesquialtera, quae est 6 ad 4, componitur ex duabus inaequalibus, ut dictum est, et utraque illarum est superparticularis. Nam proportio 6 ad 5 est superparticularis, et 5 ad 4 similiter, et proportio, quae est 5 ad 4, denominatur a quarta, quae est pars aliquota denominata a numero in duplo maiore, quam sit numerus, a quo denominatur medietas, a qua medietate denominatur sesquialtera. Denominatur enim medietas a binario, et quarta a quaternario, et quinta denominatur a quinario, qui est numerus sequens immediate quaternarium.* Thomas 1509, S. 33.

[138] *Et ideo de cetero cum voluero dicere, quod aliqua proportio superparticularis denominatur ab aliqua parte aliquota denominata ab aliquo certo numero, dicam, quod talis proportio superparticularis denominatur a tali numero gratia brevitatis, quia nulla superparticularis denominatur a numero, sed a parte aliquota et unitate, et cum dico, quod denominatur a parte aliquota, intelligo inadaequate, quod ad propositum sufficit.* Thomas 1509, S. 34.

das zwischen 18 und 16 besteht, nämlich ein [Verhältnis] der mittleren Zahl zum untersten [Term], [dann] wird auch jenes [Verhältnis] zusammengesetzt aus dem Verhältnis des mittleren Terms von ihr, nämlich 17 zu 16. Und jenes Verhältnis wird bestimmt von der vervierfachten Zahl zu der Zahl, von der das fünfviertelfache Verhältnis bestimmt wird. Weil das Verhältnis, das von 17 zu 16 besteht, von der Zahl Sechzehn bestimmt wird, und das Verhältnis von 20 zu 16 von der Zahl Vier, und zwar von einem irgendwievielten Teil, der von ihr bestimmt wird, nämlich der Vier (ich verstehe es immer so) – [dann] ist auf diese Art und Weise die Zahl Sechzehn das Vierfache in Bezug auf die Vier.“[139]

8. Korollar: „Es folgt achtens: Wenn ein beliebiges superpartikulares Verhältnis gegeben wird, und es von einer irgendeiner fest stehenden Zahl bestimmt wird, [dann] ist jedes superpartikulare Verhältnis, das von einer größeren Zahl bis einschließlich dem Doppelte bestimmt wird, größer als das Mittel jenes gegebenen superpartikularen Verhältnisses. Wie wenn ein fünfviertelfaches Verhältnis gegeben wird, [dann] ist jedes superpartikulare Verhältnis, das von irgendeiner Zahl von Vier bis einschließlich Acht bestimmt wird, die die doppelte Zahl in Bezug auf die Vier ist, größer als das durch 2 geteilte [Verhältnis] in Bezug auf das Fünfviertelfache. Und so ist das Fünfviertelfache, Siebensechstelfache, das Achtsiebentelfache und Neunachtelfache größer als das durch 2 geteilte [Verhältnis] in Bezug auf das Fünfviertelfache [und so weiter].“[140]

9. Korollar: „Es folgt neuntens, dass in jedem superpartikularen Verhältnis ein Verhältnis seines größten Extremum zum mittleren [Term] größer ist als das durch 2 geteilte zu dem Verhältnis des mittleren [Terms] zum kleinsten Extremum. Wie wenn es ein vierdrittelfaches Verhältnis gebe, das von 8 zu 6 gegeben ist, [dann] ist das Verhältnis von 8 zu 7 größer als ein durch 2 geteilte [Verhältnis] zu dem Verhältnis von 7 zu 6.“[141]

10. Korollar: „Es folgt zehntens, dass in jedem superpartikularen Verhältnis das Verhältnis des größten Extremum zum mittleren [Term] größer ist als das durch 3 geteilte zu jenem superpartikularen Verhältnis.“[142]

[139] *Sequitur septimo, quod in omni proportione superparticulari capta proportione, quae est medii termini ad infimum, illa etiam componitur ex duabus superparticularibus, quarum una similiter est medii termini ad infimum, et illa denominatur a numero quadruplo ad numerum, a quo denominatur illa superparticularis proportio data, ut in proportione sesquiquarta, quae est 20 ad 16, capta proportione, quae est inter 18 et 16, puta medii numeri ad infimum, illa etiam componitur ex proportione medii termini eius, puta 17 ad 16, et illa proportio denominatur a numero quadruplo ad numerum, a quo denominatur proportio sesquiquarta, quia proportio, quae est 17 ad 16, denominatus a numero sexdecimo, et proportio 20 ad 16 a numero quaternario, hoc est a parte aliquota denominata ab illo, puta quaternario (semper sic intelligo). Modo sexdecimus numerus est quadruplus ad quaternarium.* Thomas 1509, S. 34.

[140] *Sequitur octavo, quod quacumque proportione superparticulari data denominata ab aliquo certo numero omnis proportio superparticularis denominata a maiori numero usque ad duplum inclusive est maior quam medietas illius proportionis superparticularis datae, ut data proportione sesquiquarta omnis proportio superparticularis denominata ab [a]liquo numero a quaternario usque ad octonarium inclusive, qui est numerus duplus ad quaternarium, est maior quam subdupla ad sesquiquartam, et sic sesquiquarta, sesquisexta, sesquiseptima, sesquioctava est maior quam subdupla ad sesquiquartam.* Thomas 1509, S. 34.

[141] *Sequitur nono, quod in omni proportione superparticulari proportio maximi extremi eius ad medium est maior quam subdupla ad proportionem medii ad minimum extremum, ut data proportione sesquitertia, quae est 8 ad 6, proportio 8 ad 7 est maior quam subdupla ad proportionem 7 ad 6.* Thomas 1509, S. 35.

[142] *Sequitur decimo, quod in omni proportione superparticulari proportio maximi extremi ad medium est maior quam subtripla ad illam proportionem superparticularem.* Thomas 1509, S. 35.

11. Korollar: „Es folgt elftens: Wenn ein beliebiges superpartikulares Verhältnis gegeben wird, und es von irgendeiner Zahl bestimmt ist, [dann] ist jedes superpartikulare Verhältnis, das von der Zahl bestimmt wird, die jenes [erste Verhältnis] um genau eine Eins übertrifft, größer als das Mittel des gegebenen Verhältnisses.“[143]

12. Korollar: „Es folgt zwölftens: Wenn eine natürliche Reihe an suprapartienten Verhältnissen gegeben sei, nämlich ein anderthalbfaches [Verhältnis], ein vierdrittelfaches [Verhältnis], ein fünfviertelfaches [Verhältnis] und so weiter, [dann] ist ein beliebiges superpartikulares Verhältnis, das von der anderen der zwei Zahlen bestimmt wird, die unmittelbar der Zahl folgen, von der das Anderthalbfache bestimmt wird, größer als das Mittel des anderthalbfachen [Verhältnisses]. Und ein beliebiges [Verhältnis], das von irgendeiner der drei Zahlen bestimmt wird, die unmittelbar der Zahl folgen, von der das vierdrittelfache [Verhältnis] bestimmt wird, ist größer als die Hälfte des Vierdrittelfachen. Und ein beliebiges [Verhältnis], das von irgendeiner der vier Zahlen bestimmt wird, die unmittelbar der Zahl folgen, von der das vierdrittelfache [Verhältnis] bestimmt wird, ist größer als seine Hälfte, und so immer bis ins Unendliche, indem eine Eins hinzugefügt werden muss.“[144]

4. *conclusio*:

„Zwei beliebige ungleiche Verhältnisse seien vorgeschlagen. Das größere jener [Verhältnisse] übertrifft das kleinere [Verhältnis] durch das Verhältnis, das zwischen den *denominationes* dieser [Verhältnisse] ist. Wie wenn man ein vierfaches [Verhältnis] und ein dreifaches [Verhältnis] erfasst, übertrifft das vierfache [Verhältnis], das das größere [Verhältnis] ist, das dreifache [Verhältnis] durch das Verhältnis, das zwischen 4 und 3 ist, was [wiederum] ein vierdrittelfaches [Verhältnis] ist, und zwar daher, weil das dreifache [Verhältnis] von der Drei bestimmt wird und das vierfache [Verhältnis] aber von der Vier.“[145]

nota: „Und man beachte hier, dass es etwas Anderes zu sagen ist, [dass] ein vierfaches [Verhältnis] ein dreifaches [Verhältnis] um ein vierdrittelfaches Verhältnis übertreffe und es sich zum dreifachen [Verhältnis] in einem vierdrittelfachen Verhältnis verhalte. Denn ein sechzehnfaches [Verhältnis] übertrifft ein achtfaches [Verhältnis] durch ein doppeltes Verhältnis und es verhält sich zu jenem in einem vierdrittelfachen Verhältnis, wie es später offensichtlich ist. Und diese Probe soll man sich merken, wenn man den Kalkulatoren im zweiten Buch über das Medium, das nicht widersteht, verstehen will, was ich [im *Liber de triplici motu*] als Medium, das gleichförmig ungleichförmig widersteht, bezeichne.“[146]

[143] *Sequitur undecimo, quod data quacumque proportione superparticulari denominata ab aliquo numero, omnis proportio superparticularis denominata a numero excedente illum per unitatem adaequate est maior quam medietas illius proportionis datae.* Thomas 1509, S. 35.

[144] *Sequitur duodecimo, quod data naturali serie proportionum super[par]ticularium, puta sesquialtera, sesquitertia, sesquiquarta et sic deinceps, quaelibet proportio superparticularis, quae denominatur ab altero duorum numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquialtera, est maior quam medietas sesquialterae, et quaelibet denominata ab aliquo trium numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquitertia, est maior quam medietas sesquitertiae, et quaelibet denominata ab aliquo quatuor numerorum immediate sequentium numerum, a quo denominatur sesquiquarta, est maior quam medietas eius et sic in infinitum semper addendo unum.* Thomas 1509, S. 35.

[145] *[...] quibuscumque duabus proportionibus inaequalibus propositis maior illarum minorem per proportionem, quae est inter denominationes earum, excedit, ut captis quadrupla et tripla, quadrupla, quae est maior, excedit triplam per proportionem, quae est inter 4 et 3, quae est sesquitertia. Et hoc ideo, quia tripla denominatur a ternario, quadrupla vero a quaternario.* Thomas 1509, S. 35.

[146] *Et hic adverte, quod aliud est dicere, proportio quadrupla excedit triplam per proportionem sesquitertiam, et se habet ad triplam in proportione sesquitertia. Nam sexdecupla excedit octuplam per proportionem*

1. Korollar: „Wenn man nach der Erfassung eines Terms zwei Verhältnisse größerer Ungleichheit in Bezug auf zwei kleineren ungleichen Terme erhält, wie es offensichtlich ist, ist das Verhältnis zwischen jenen zwei Termen jenes, durch das das größere Verhältnis das kleinere [Verhältnis] übertrifft. Wie wenn man die Zahl Acht erfasst und [die Acht] ein Verhältnis zur Drei und zur Vier hat, [dann] sage ich , dass das Verhältnis der Acht zur Drei, welches das größere [Verhältnis] ist, das kleinere Verhältnis der Acht zur Vier durch das Verhältnis übertrifft, das zwischen der Vier und der Drei ist.“[147]

2. Korollar: „Wenn zwei Zahlen oder Quantitäten sich in einem dreifachen Verhältnis verhalten, ist das durch 2 Geteilte der größeren [Zahl] das durch Vierdrittel Geteilte der kleineren [Zahl]. Und wenn zwei Zahlen sich in einem doppelten Verhältnis verhalten, ist das durch 4 Geteilte der größeren [Zahl] das durch 2 Geteilte der kleineren [Zahl]. Wie wenn sich zwei Zahlen in einem anderthalbfachen Verhältnis verhalten, [dann] ist das durch 2 Geteilte der größeren [Zahl] das durch Vierdrittel Geteilte der kleineren [Zahl].“[148]

3. Korollar: „Es folgt drittens, dass im Allgemeinen ein solches Verhältnis zwischen zwei beliebigen ungleichen Teilen irgendeiner Quantität besteht, wie es zwischen den Zahlen ist, von denen solche irgendwievielten Teile bestimmt werden. Wie ich nach der Erfassung eines Viertels irgendeines [Verhältnisses] und eines Drittels desselben [Verhältnisses] sage, dass zwischen dem Drittel und dem Viertel ein solches Verhältnis ist, wie zwischen 4 und 3 [ist], nämlich ein vierdrittelfaches [Verhältnis].“[149]

4. Korollar: „Es folgt viertens, dass nach der Auffstellung einer natürlichen Reihe an vielfachen Verhältnissen und auch nach der Aufstellung einer natürlichen Reihe von superpartikularen Verhältnissen die zweite *species* des vielfachen Verhältnisses die erste *species* durch die erste *species* des superpartikularen Verhältnisses übertrifft, nämlich durch ein anderthalbfaches [Verhältnis]. Und die dritte *species* des vielfachen [Verhältnisses] übertrifft die zweite [*species* des vielfachen Verhältnisses] durch die zweite *species* des superpartikularen Verhältnisses. Und die vierte [*species*] des vielfachen [Verhältnisses] übertrifft die dritte [*species* des vielfachen Verhältnisses] durch die dritte [*species*] des superpartikularen [Verhältnisses] und so bis ins Unendliche.“[150]

---

duplam, et se habet ad illam in proportione sesquitertia, ut postea patebit. Et hoc documentum debes memoriae commendare, si vis calculatorem intelligere in capitulo secundo de medio non resistente, quod ego voco de medio uniformiter difformiter resistente. Thomas 1509, S. 35.

[147] *[...] capto uno termino habente duas proportiones maioris inaequalitatis ad duos terminos minores inaequales, ut oportet, proportio inter illos duos minores terminos est illa, per quam maior proportio excedit minorem, ut capto octonario numero habente proportionem ad ternarium et quaternarium dico, quod proportio octonarii ad ternarium, quae est maior, excedit proportionem octonarii ad quaternarium minorem per proportionem, quae est inter quaternarium et ternarium.* Thomas 1509, S. 35.

[148] *[...] si duo numeri sive quantitates se habent in proportione tripla, subquadruplum maioris est subsesquitertium minoris, et si duo numeri se habent in proportione dupla, subquadruplum maioris est subduplum minoris, quemadmodum duobus numeris se habentibus in proportione sesquialtera, subduplum maioris est subsesquitertium minoris.* Thomas 1509, S. 35f.

[149] *Sequitur tertio, quod universaliter talis est proportio inter duas partes aliquotas inaequales alicuius quantitatis, qualis est inter numeros, a quibus denominantur tales partes aliquotae, ut capta quarta alicuius et etiam tertia eiusdem dico, quod inter tertiam et quartam talis est proportio, qualis est inter 4 et 3, puta sesquitertia.* Thomas 1509, S. 36.

[150] *Sequitur quarto, quod constituta naturali serie proportionum multiplicium et constituta etiam naturali serie proportionum superparticularium secunda species proportionis multiplicis excedit primam speciem per primam speciem proportionis superparticularis, puta per sesquialteram, et tertia species multiplicis excedit*

5. Korollar: „Es folgt fünftens, dass durch so viele superpartikulare Verhältnisse, die als nacheinanderfolgend und reihenweise angenommen werden, eine beliebige *species* eines vielfachen Verhältnisses, die von der ersten [*species*] entfernt ist, die erste *species* eines vielfachen [Verhältnisses] übertrifft, durch wie viele Einsen die Zahl, von der jene *species* bestimmt wird, von der Zahl entfernt ist, von der die erste *species* eines vielfachen Verhältnisses bestimmt wird, nämlich eines doppelten [Verhältnisses]. Und so muss es auch gesagt werden von einer beliebigen anderen vielfachen *species*, von der sie durch irgendwie viele *species* absteht. So übertrifft zum Beispiel ein fünffaches Verhältnis ein doppeltes Verhältnis durch drei *species* eines superpartikularen Verhältnisses, die in einer Reihe angenommen werden, nämlich durch ein anderthalbfaches [Verhältnis], das von der 3 zur 2 besteht, und ein vierdrittelfaches [Verhältnis], das von 4 zu 3 besteht, und ein fünfviertelfaches [Verhältnis], das von 5 zu 4 besteht.“[151]

6. Korollar: „Es folgt sechstens, dass eine allgemeine Reihe von superpartikularen Verhältnissen eine unendliche *latitudo* eines Verhältnisses aufstellt.“[152]

Kapitel 2.5

Im fünften Kapitel kritisiert Alvarus Thomas die Thesen des Bassanus Politus zu Verhältnissen und zur Kommensurabilität von Verhältnissen.

1. *suppositio*:

„Was auch immer durch 2 teilbar ist, ist das Doppelte in Bezug auf seine Hälfte. Und wenn es selbst das Doppelte ist, beinhaltet es selbst seine Hälfte genau zweimal.“[153]

2. *suppositio*:

„Jedes Doppelte zu etwas beinhaltet sich selbst oder etwas ihm Gleiches nur zweimal. Und wenn es selbst mehr als zweimal wäre, ist es mehr als das Doppelte zu ihm.“[154]

3. *suppositio*:

„Wenn irgendwas um das Doppelte kleiner wird, verliert es selbst genau seine Hälfte.“[155]

---

secundam per secundam speciem proportionis superparticularis, et quarta multiplicis excedit tertiam per tertiam superparticularis et sic in infinitum. Thomas 1509, S. 36.

[151] *Sequitur quinto, quod per tot proportiones superparticulares consequenter et sereatim assumptas excedit quaelibet species multiplicis proportionis distans a prima primam speciem multiplicis per quot unitates numerus, a quo denominatur illa species, distat a numero, a quo denominatur prima species proportionis multiplicis, puta dupla. Et sic etiam dicendum est de qualibet alia specie multiplici, a qua distat per aliquot species, ut proportio quintupla excedit proportionem duplam per tres species proportionis superparticulares sereatim sumptas, videlicet per proportionem sesquialteram, quae est 3 ad 2, et sesquitertiam, quae est 4 ad 3, et sesquiquartam, quae est 5 ad 4.* Thomas 1509, S. 36.

[152] *Sequitur sexto, quod universalis series proportionum superparticularium infinitam latitudinem proportionis constituit.* Thomas 1509, S. 36.

[153] *[...] quodlibet habens subduplum est duplum ad suam medietatem, et si ipsum est duplum, ipsum continet suam medietatem bis adaequate.* Thomas 1509, S. 36. *Medietas* wurde hier mit Hälfte statt mit Mittel übersetzt.

[154] *[...] omne duplum ad aliquod continet ipsum vel aequale ei bis tantum, et si contineat ipsum plusquam bis, est plusquam duplum ad illud.* Thomas 1509, S. 36.

[155] *[...] si aliquid efficitur in duplo minus, ipsum perdit adaequate medietatem sui.* Thomas 1509, S. 36.

4. *suppositio* oder *petitio*:

„Alles, was nach und nach bis zu keiner Stufe vermindert wird, ist eine teilbare *latitudo*, [nämlich] in zwei Hälften, in drei Drittel, in vier Viertel und folgerichtig so weiter. Denn es wird vermindert bis zum durch 2 Geteilten, zum durch 3 Geteilten, zum durch 4 Geteilten und so weiter.“[156]

5. *suppositio*:

„Die *latitudo* eines Verhältnisses größerer Ungleichheit ist nach und nach verminderbar bis zu keiner Stufe.“[157]

1. *probatio*: „Dann wird erstens bewiesen, dass das größere Extremum eines Verhältnisses größerer Ungleichheit nach und nach vermindert werden kann bis zur Gleichheit mit dem kleineren Extremum. Und bei einer solchen *diminutio* wird das Verhältnis von größerer Ungleichheit nach und nach bis zu keiner Stufe vermindert, wie es fest steht. Daher wird bei einer solchen *diminutio* ein beliebiges Verhältnis kleiner als das gekennzeichnete [Verhältnis] angegeben werden.“[158]

2. *probatio*: „Dann [folgt] zweitens, dass – wie Bassanus es zugesteht – die Geschwindigkeit einer Bewegung mit der *magnitudo* des Verhältnisses hinsichtlich der Gleichheit in Verbindung steht. Aber die Geschwindigkeit der Bewegung selbst ist stetig nach und nach verminderbar bis zu keiner Stufe. Daher steht die *latitudo* eines Verhältnisses in der Gleichheit in Verbindung.“[159]

Korollar: „Daraus folgt, dass eine beliebige *latitudo* eines Verhältnisses größerer Ungleichheit in zwei Hälften, in drei Drittel, in vier Viertel und so weiter geteilt werden kann.“[160]

6. *suppositio*:

„Alles, was ein durch 2 Geteiltes wird, verliert in Bezug zu dem, was es vorher war, seine Hälfte. Und das, was bleibt, ist so viel, wie es das ist, was es verloren hat, weil es ja die andere Hälfte verloren hat, und wie [auch] die Hälften eines beliebig großen [Verhältnisses] gleich sind.“[161]

---

[156] *[...] omne, quod successive diminuitur usque ad non gradum, est latitudo divisibilis, et in duas medietates et in tres tertias et in quatuor quartas et sic consequenter. Diminuitur enim ad subduplum, ad subtriplum, ad subquadruplum et sic deinceps.* Thomas 1509, S. 37.

[157] *[...] latitudo proportionis maiores inaequalitatis est successive diminuibilis usque ad non gradum.* Thomas 1509, S. 37.

[158] *Probatur tum primo, quia maius extremum proportionis maioris inaequalitatis successive valet diminui usque ad aequalitatem minoris extremi, et in tali diminutione proportio maioris inaequalitatis successive diminuitur ad non gradum, ut constat, igitur in tali diminutione quaelibet proportio minor illa signata dabitur.* Thomas 1509, S. 37.

[159] *Tum secundo, quia – ut Bassanus concedit – velocitas motus correspondet magnitudini proportionis quoad aequalitatem, sed ipsa velocitas motus est diminuibilis continuo successive usque ad non gradum, igitur et latitudo proportionis sibi correspondens in aequalitate.* Thomas 1509, S. 37.

[160] *Ex hac sequitur, quod quaelibet latitudo proportionis maioris inaequalitatis dividi potest in duas medietates, in tres tertias, in quatuor quartas et sic deinceps.* Thomas 1509, S. 37.

[161] *[...] omne, quod efficitur subduplum, ad id, quod erat antea, perdit medietatem sui, et id, quod remanet, est tantum, quantum est id, quod perdidit, quoniam perdidit aliam medietatem, et cuiuslibet quanti medietates sunt aequales.* Thomas 1509, S. 37. *Medietas* wurde hier mit Hälfte und mit Mittel übersetzt.

Bassanus Politus stellt folgende These auf:

„Unter diesen Annahmen muss der Blick darauf gelegt werden, dass Bassanus, der es verteidigen will, dass eine beliebige, proportionale und rationale [Proportionalität] zu einer beliebigen anderen [Proportionalität] kommensurabel ist, darauf baut, dass die Kommensurabilität der Verhältnisse oder ein Verhältnis aus den Verhältnissen der *denominationes* heraus angenommen werden muss. Und er stellt eine solche *conclusio* dar: Das Verhältnis der Verhältnisse ist das Verhältnis ihrer *denominationes*, wie ein vierfaches [Verhältnis] das Doppelte zu einem doppelten [Verhältnis] ist, weil zwischen ihren *denominationes* oder den Zahlen, von denen sie bestimmt werden, ein doppeltes Verhältnis ist. Ein doppeltes [Verhältnis] wird von der Zwei und ein vierfaches [Verhältnis] von der Vier bestimmt. Ebenso ist ein doppeltes [Verhältnis] vierdrittelfach zu einem anderthalbfachen [Verhältnis], weil ein doppeltes [Verhältnis] von der Zwei und ein anderthalbfaches [Verhältnis] von einer Eins mit einem Halben bestimmt wird. Es steht aber fest, dass ein [Verhältnis] von der Zwei zu Eins mit einem Halben ein vierdrittelfaches Verhältnis ist.“[162]

***replica* mit *probatio*:**

„Aus dieser *opinio* folgt, dass ein achtfaches [Verhältnis] ein doppeltes [Verhältnis] zu einem vierfachen [Verhältnis] ist. Aber der Nachsatz ist augenscheinlich falsch. Daher auch das, woraus er folgt. Die *sequela* wird bewiesen, weil es fest steht, dass die *denominationes* jenes achtfachen [Verhältnis] nämlich und des vierfachen [Verhältnis] oder die Zahlen, von denen sie bestimmt werden, die *ratio* eines doppelten Verhältnisses haben. Denn [das Verhältnis] von 8 zu 4 ist ein doppeltes Verhältnis. Daher ist in dieser Exposition das achtfache [Verhältnis] doppelt zu einem vierfachen [Verhältnis]. Jetzt bleibt übrig, dass wir die Unwahrheit des Nachsatzes zeigen: Denn wenn ein achtfaches [Verhältnis] das Doppelte zu einem vierfachen [Verhältnis] ist, daraus folgt, dass das vierfache [Verhältnis] die Hälfte desselben achtfachen [Verhältnis] ist, wie es offensichtlich ist aus der ersten *suppositio*. Aber der Nachsatz ist falsch. Daher auch [das], das daraus folgt. Dann würde folgen, dass ein achtfaches [Verhältnis] ein vierfaches [Verhältnisses] genau zweimal beinhaltet, aber das ist falsch, weil es genau ein vierfaches [Verhältnis] und ein doppeltes [Verhältnis] beinhaltet, wie es bei den vier Termen 8 zu 4 und 4 zu 1 offensichtlich ist. Diese Schlussfolgerung ist offensichtlich aus dem zweiten Teil derselben *suppositio*.“[163]

[162] *His suppositis advertendum est, quod Bassanus volens defensare quamlibet proportionalem rationalem cuilibet alteri esse commensurabilem astruxit proportionum commensurabilitatem sive proportionem assumendam esse ex denominationum proportionibus ponens talem conclusionem. Proportionum proportio est earum denominationum proportio, ut quadrupla est dupla ad duplam, quia inter earum denominationes sive numeros, a quibus denominantur, est proportio dupla, a binario enim dupla, et a quaternario quadrupla denominatur. Item dupla est sesquitertia ad sesquialteram, quia dupla a binario, sesquialtera vero ab unitate cum dimidio denominatur. Constat autem binarii ad unitatem cum dimidio proportionem sesquitertiam esse.* Thomas 1509, S. 37.

[163] *[...] ex hac opinione sequitur octuplam esse duplam ad quadruplam, sed consequens est manifeste falsum, igitur illud, ex quo sequitur. Sequela probatur, quia illarum proportio[]num octuplae videlicet et quadruplae denominationes sive numeros, a quibus denominantur, duplae proportionis rationem habere constat. 8 enim ad 4 dupla proportio est, igitur expositione octupla dupla est ad quadruplam. Iam falsitatem consequentis ostendamus, superest, quia si octupla est dupla ad quadruplam, sequitur, quod quadrupla est medietas ipsius octuplae, ut patet ex prima suppositione, sed consequens est falsum, igitur illud, ex quo sequitur, quia tunc sequeretur, quod octupla contineret quadruplam bis adaequate, sed hoc est falsum, quia continet quadruplam et duplam adaequate, ut patet in his terminis 8 ad 4 et 4 ad 1. Patet haec consequentia ex secunda parte eiusdem suppositionis.* Thomas 1509, S. 37.

1. *confirmatio*: „Und es wird bestätigt, dass jedes Doppelte in Bezug auf irgendetwas sich selbst oder ein ihm Gleiches nur genau zweimal beinhaltet. Aber ein achtfaches [Verhältnis] ist ein doppeltes [Verhältnis] zu einem vierfachen [Verhältnis] durch dich. Daher beinhaltet es sich selbst nur zweimal. Aber der Nachsatz ist falsch, weil ein sechzehnfaches [Verhältnis] ein vierfaches [Verhältnis] nur zweimal beinhaltet.“[164]

2. *confirmatio*: „Es wird zweitens bestätigt, dass, wenn die Stellungnahme wahr wäre, daraus folgen würde, dass ein doppeltes [Verhältnis] die Hälfte eines achtfachen [Verhältnisses] wäre. Aber das ist falsch. Daher auch [das], das daraus folgt, weil gemäß dieser *opinio* ein achtfaches [Verhältnis] vierfach in Bezug auf ein doppeltes [Verhältnis] wäre, wie es offensichtlich ist aus dem Verhältnis der *denominationes* des doppelten [Verhältnisses] und des achtfachen [Verhältnisses]. Und wenn ein achtfaches [Verhältnis] ein vierfaches [Verhältnis] zu einem doppelten [Verhältnis] ist, folgt daraus jetzt, dass das doppeltes [Verhältnis] ein Viertel eines achtfachen [Verhältnisses] ist und nicht die Hälfte. Denn ein beliebiges vierfaches [Verhältnis] steht in Bezug zu seinem Viertel, weil es dieses genau viermal beinhaltet.“[165]

3. *confirmatio*: „Und drittens wird bestätigt, dass wenn diese Stellungnahme wahr wäre, es folgen würde, dass ein doppeltes [Verhältnis] gleich einem vierfachen [Verhältnis] sein würde. Der Nachsatz ist falsch und gegen den, der diese *opinio* hat. Daher [ist es auch] das, woraus er folgt. Die *sequela* wird dargelegt: Und ich will, dass zum Beispiel ein Vermögen von Acht sich gegen einen Widerstand von Eins mit einer Geschwindigkeit von Vier bewegt. Dann will ich, dass der Widerstand bis zum durch 2 Geteilten vermindert wird, während das Vermögen bestehen bleibt. Und ich lege [nun] folgendermaßen dar: Jene Bewegung oder die Geschwindigkeit von Vier wird vermindert bis zum durch 2 Geteilten. Daher verliert sie die Hälfte von sich.“[166]

2. *ratio* in Form einer *sequela*:

„Wenn jene Stellungnahme wahr wäre, würde [daraus] folgen, dass ein Viertel von irgendetwas und seine Hälfte gleich wären. Aber der Nachsatz ist falsch. Daher [ist es auch] das, woraus er folgt.“[167]

1. *confirmatio*: „Und es wird bestätigt, weil daraus folgen würde, wenn die Stellungnahme wahr wäre, dass irgendetwas irgendetwas anderes genau zweimal beinhalte und dennoch nicht das Doppelte in Bezug zu den [anderen] wäre, sondern weniger als das Doppelte.

---

[164] *Et confirmatur, quia omne duplum ad aliquod continet ipsum vel aequale ei bis tantum, sed octupla est dupla ad quadruplam per te, igitur continet ipsum bis tantum, sed consequens est falsum, quia sexdecupla continet quadruplam bis tantum.* Thomas 1509, S. 37.

[165] *Confirmatur secundo, quia si positio esset vera, sequeretur, quod dupla esset medietas octuplae, sed hoc est falsum, igitur illud, ex quo sequitur, quia secundum istam opinionem octupla est quadrupla ad duplam, ut patet ex proportione denominationum duplae et octuplae, et si octupla est quadrupla ad duplam, iam sequitur, quod ipsa dupla est quarta octuplae et non medietas. Quodlibet enim est quadruplum ad sui quartam, cum eam contineat quater adaequate.* Thomas 1509, S. 37.

[166] *Et confirmatur tertio, quia si ista positio esset vera, sequeretur, quod dupla esset aequalis quadruplae. Consequens est falsum et contra opinantem, igitur illud, ex quo sequitur. Sequela arguitur, et volo, quod potentia ut octo moveat resistentiam ut unum velocitate ut quatuor exempli gratia, deinde volo, quod potentia stante resistentia diminuatur usque ad subduplum, et arguo sic, ille motus sive velocitas ut quatuor diminuetur ad subduplum, igitur perdit medietatem sui.* Thomas 1509, S. 37.

[167] *[...] si illa positio esset vera, sequeretur, quod quarta alicuius et sua medietas essent aequales, sed consequens est falsum, igitur illud, ex quo sequitur.* Thomas 1509, S. 37.

Der Nachsatz ist ersichtlicherweise falsch und gegen die *definitio* eines doppelten Verhältnisses. Daher."[168]

2. *confirmatio*: „Alle diese Schlussfolgerungen sind gegen die *definitiones* und die mathematischen *principia*. Und daher ist das auch die *positio* [von Bassanus Politus]. Denn sie sind gegen die *definitiones* des Anderthalbfachen und des Doppelten, wie es fest steht."[169]

Zur *argumentatio* von Bassanus Politus: „Aber alle diese Darlegungen hebt Bassanus leicht – aber schamlos und fern von Vernunft – auf, indem er jene *petitiones* und *definitiones* verneint und sie auf Zahlen oder stetige Quantitäten einengt und begrenzt. Aber er spricht in der Tat auch wirr und entgegen der Vernunft, wirr und unzureichend, weil er unzureichenderweise keine *definitio* eines doppelten Verhältnisses, eines vierfachen [Verhältnisses] oder eines anderen [Verhältnisses in seinem Buch] zuweist, die einem beliebigen Inhalt für eine *definitio* entspricht. Und [er handelt] entgegen der Vernunft, weil er zum Beispiel darauf aufbaut, dass die *definitiones* eines doppelten [Verhältnisses], eines vierfachen [Verhältnisses] und so weiter den Quantitäten und genau genommen auch den Zahlen entsprechen. Mit gleicher Schamlosigkeit könnte es jeder Beliebige verteidigen und zuversichtlich behaupten, dass jene *definitiones* genau genommen den Zahlen entsprechen, die aus unteilbaren Einheiten zusammengesetzt sind, nämlich denen der Ideen und denen der Punkte und keinen anderen."[170]

3. *ratio* in Form einer *replica* von Alvarus Thomas:

„Daher lege ich drittens gegen ihn aus den *principia* dar, die jetzt in Bezug auf die Verhältnisse begrenzt sind. Und so ist dadurch ein sechzehnfaches [Verhältnis] ein doppeltes [Verhältnis] in Bezug zu einem vierfachen [Verhältnis], und ein achtfaches [Verhältnis] ist dreifach in Bezug zu einem doppelten [Verhältnis], wie ich es von den mathematischen *principia* ableite. Und gemäß ihm ist ein sechzehnfaches [Verhältnis] ein vierfaches [Verhältnis] zu einem vierfachen [Verhältnis], wie es die *denominatio* der Verhältnisse aussagt. Ebenso ist gemäß [Bassanus Politus] ein achtfaches [Verhältnis] ein vierfaches [Verhältnis] zu einem doppelten [Verhältnis], wie die *denominationes* des doppelten [Verhältnisses] und des achtfachen [Verhältnisses] zeigen. Daher steht seine Stellungnahme entgegen den mathematischen *principia*, die auf die Verhältnisse begrenzt sind. Und folgerichtig ist sie falsch."[171]

---

[168] *Et confirmatur, quia si positio esset vera, sequeretur, quod aliquid contineret alterum bis adaequate, et tamen non esset duplum ad illud, sed minus quam duplum, consequens est manifeste falsum et contra definitionem proportionis duplae, igitur.* Thomas 1509, S. 37.

[169] *Omnia ista consequentia sunt contra definitiones et principia mathematica, igitur et positio. Sunt enim contra definitiones sesquialterae et duplae, ut constat.* Thomas 1509, S. 38.

[170] *Sed omnia haec argumenta facile – quamvis proterve et absque ratione – rescindit Bassanus negando illas petitiones et definitiones eas dumtaxat ad numeros sive quantitates continuas restringendo sive limitando. Sed profecto et diminute loquitur et contra rationem, diminute quidem et insufficienter, quia non assignat definitionem proportion[i]s duplae, quadruplae aut alterius sufficienter, quae cuilibet contento sub definito conveniat, et contra rationem, quoniam sicut ipse astruxit illas definitiones duplae, quadruplae et cetera convenire quantitatibus dumtaxat et numeris, pari protervia quilibet posset defensare atque asseverare illas definitiones dumtaxat convenire numeris compositis ex unitatibus indivisibilibus, puta intelligentiarum aut punctorum, et nullis aliis.* Thomas 1509, S. 38. *Unitas* wurde mit Einheit statt mit Eins übersetzt.

[171] *Id[e]o contra eum tertio arguo ex principiis iam limitatis ad proportiones et hoc, sic proportio sexdecupla est dupla ad quadruplam, et octupla tripla ad duplam, ut deducam ex mathematicis principiis, et secundum eum proportio sexdecupla est quadrupla ad quadruplam, ut suadet proportionum denominatio. Item secundum eum octupla est quadrupla ad duplam, ut denominationes duplae et octuplae ostendunt, igitur*

4. *ratio*:

„Viertens: Auch wird gegen ihn, der die These aufstellt, argumentiert, weil er, [Bassanus Politus], selbst am Anfang seines Werks verkündet, dass es ein einführender Traktat seiner Verhältnisse in Bezug auf die Berechnungen Swinesheads sei. Aber selbst der Kalkulator Swineshead nimmt es bei weitem anders wahr. Und am meisten weicht er von ihm beim Thema über das Verhältnis der Verhältnisse ab, wie wir an sehr vielen Orten bei ihm erkennen können. Daher verstand er weder die Denkart des Kalkulators, noch leitet er dessen Traktat ein, um [Swineshead] zu verstehen. Vielmehr leitet er, [Bassanus Politus], eher [davon] weg.“[172] Die *ratio* wird von Alvarus Thomas noch einmal in drei Argumente und eine Schlussfolgerung untergliedert.

1. *ratio*: „Denn zuerst, weil ja der Kalkulator in der fünften *conclusio* der ersten *opinio* über die *augmentatio* sagt, dass – wenn irgendetwas um das Doppelte schneller vermehrt wird als etwas Anderes, und jenes ein Verhältnis F in irgendeiner Zeit erwirbt – es notwendig ist, dass in derselben Zeit das, was um das Doppelte schneller vermehrt wird ein zusammengesetztes Verhältnis aus dem verdoppelten F erwirbt, weil in dem Fall des Kalkulators eben dort das, was um das Doppelte schneller vermehrt wird, stetig doppelt so schnell vermehrt wird. Aber jene Schlussfolgerung würde im Grunde nicht gelten, wenn die Stellungnahme des Bassanus wahr wäre.“[173]

2. *ratio*: „Dann [folgt] zweitens, dass derselbe Kalkulator im Kapitel über die Schwierigkeit einer Aktion im ersten Argument, durch das er die dritte Stellungnahme bekämpft, ein Vermögen annimmt, das sich in einem anderthalbfachen Verhältnis in irgendeinem Medium bewegt. Und er sagt, wenn jenes Vermögen genau bis zum Anderthalbfachen gegen den [unverändert] bleibenden Widerstand des Medium vermehrt wird, dass [dann] das Vermögen genau um das Doppelte schneller bewegt werden wird. Daraus folgt unmittelbar, dass das Verhältnis des Vermögens zum Widerstand um das Doppelte größer geworden war.“[174]

3. *ratio*: „Dann folgt drittens, dass derselbe Kalkulator im letzten Kapitel über das Medium, das keinen Widerstand leistet, in der achten *conclusio* ausdrücklich beim Beweis jener *conclusio* sagt, dass ein sechzehnfaches [Verhältnis] ein doppeltes [Verhältnis] zu einem vierfachen [Verhältnis] ist. Und wenn es nicht so wäre, wäre die *conclusio* falsch

---

sua positio principiis mathematicis ad proportiones limitatis contrariatur et per consequens falsa. Thomas 1509, S. 38.

[172] *Quarto et ad opinantem arguitur, quam ut ipse profitetur in sui operis ex ordio suarum proportionum tractatus introductorius est ad Suisethicas calculationes, sed ipse calculator Suiseth longe aliter sentit et plurimum ab eo discrepat in materia de proportione proportionum, ut ex quam plurimis locis eius percipere possumus, igitur nec calculatoris mentem intellexit nec eius tractatus ad eum intelligendum introducit, immo potius extraducit.* Thomas 1509, S. 38.

[173] *Tum primo, quoniam calculator in quinta conclusione primae opinionis de augmentatione dicit, quod si aliquid augeatur in duplo velocius altero, et illud acquirat unam proportionem F in aliquo tempore, necesse est in eodem tempore illud, quod in duplo velocius augetur, proportionem compositam ex duplici F acquirere, cum in casu calculatoris ibidem illud, quod in duplo velocius augetur, continuo in duplo velocius augetur, sed illa consequentia nihil penitus valeret, si Bassani positio esset vera.* Thomas 1509, S. 38.

[174] *Tum secundo, quia idem calculator in capitulo de difficultate actionis in primo argumento, quo impugnat tertiam positio[n]em, assumit potentiam moventem a proportione sesquialtera in aliquo medio, et dicit, quod si illa potentia augeatur ad sesquialterum praecise stante resistentia medii, quod ipsa potentia movebitur in duplo velocius adaequate, ex quo immediate sequitur, quod proportio potentiae ad resistentiam fuit effecta in duplo maior.* Thomas 1509, S. 38.

und der Beweis nichtig. Und gemäß Bassanus ist es ein vierfaches [Verhältnis] zu einem vierfachen [Verhältnis]. Daher stimmen die Worte des Bassanus und des Kalkulators nicht überein. Dasselbe kann man an vielen anderen Stellen des Kalkulators einleuchtend nachvollziehen.“[175]

„*conclusio responsiva*“ als Korollar: „Und so lasse ich seine Stellungnahme als widerlegt und auseinander gestoben zurück, obwohl sie schamlos verteidigt werden kann, aber nicht folgerichtig im Sinne der mathematischen *principia*, wie gesagt wurde. Daraus ist daher reichlich ersichtlich, dass das Verhältnis der Verhältnisse nicht wie das Verhältnis der *denominationes* ist.“[176]

Kapitel 2.6

Das sechste Kapitel behandelt das Verhältnis der Verhältnisse und ihre Kommensurabilität beziehungsweise Inkommensurabilität. Es beginnt mit sechs *suppositiones*. Daraus ergeben sich elf *conclusiones*.

Die *suppositiones*

1. *suppositio* mit der *definitio* der Bezeichnung *commensurabilis*:

„Kommensurabel oder die, die sich in einem rationalen Verhältnis zueinander verhalten, sind diejenigen [Zahlen], von denen derselbe [Teil der einen Zahl] ein irgendwievielter Teil [der anderen Zahl] ist wie 4 und 2, ein Fuß und zwei Fuß. Denn die Eins ist ein irgendwievielter Teil von Zwei und Vier. Und die Hälfte eines Fußes ist ein irgendwievielter Teil von einem Fuß und von zwei Fuß. Dies ist die *definitio* der kommensurablen [Größen] am Anfang des zehnten Buchs der Elemente des Euklid.“[177]

2. *suppositio* mit der *definitio* der *proportiones commensurabiles*:

„Jene Verhältnisse sollen kommensurabel sein, von denen dasselbe Verhältnis ein irgendwievielter Teil ist.“[178]

3. *suppositio*:

„Wenn irgendein Verhältnis genau aus irgendwie vielen Verhältnissen zusammengesetzt wird, ist eines von denen immer genau das Verhältnis, das [das Verhältnis] irgendeines dazwischenliegenden Terms zum minimalen Extremum ist, wie das Verhältnis von Vier zu

[175] *Tum tertio, quia idem calculator in ultimo capitulo de medio non resistente conclusione octava dicit expresse in probatione illius conclusionis, quod sexdecupla est dupla ad quadruplam, et si sic non esset, conclusio esset falsa et probatio nulla, et secundu[]m Bassanum est quadrupla ad quadruplam, igitur dicta Bassani et calculatoris non cohaerent. Hoc idem ex multis aliis locis calculatoris evidenter deprehendere potes.* Thomas 1509, S. 38f.

[176] *Et sic relinquo positionem eius confutatam et explosam, quae tamen proterve defensari potest, sed non consequenter ad mathemathica principia, ut dictum est. Ex his igitur abunde apparet, quod proportio proportionum non est sicut proportio denominationum.* Thomas 1509, S. 39.

[177] *[...] commensurabilia sive in proportione rationali se habentia sunt illa, quorum idem est pars aliquota ut 4 et 2, pedale et bipedale. Unitas enim est pars aliquota et duorum et quatuor, et medietas pedalis est pars aliquota et pedalis et bipedalis. Haec est definitio commensurabilium in principio decimi elementorum Euclidis.* Thomas 1509, S. 39.

[178] *[...] illae proportiones dicuntur commensurabiles, quarum eadem proportio est pars aliquota.* Thomas 1509, S. 39.

Zwei aus dem Verhältnis von 4 zu 3 und [dem Verhältnis von] Drei zu Zwei [zusammengesetzt ist], das das Verhältnis eines dazwischen liegenden Terms zum minimalen Extremum ist.“[179]

4. *suppositio*:

„Eine beliebige Zahl ist ein vielfaches [Verhältnis] zu einer Eins.“[180] Und weiter heißt es: „Denn jede Zahl wird wiederum entweder aus zwei Einsen zusammengesetzt, und so ist sie doppelt in Bezug zur Eins, oder [wird] aus drei [Einsen zusammengesetzt], und so ist sie dreifach [in Bezug zur Eins], oder [sie wird] aus vier [Einsen zusammengesetzt], und so ist es vierfach [in Bezug zur Eins] und so bis ins Unendliche.“[181]

5. *suppositio*:

„Die Eins eines beliebigen vielfachen Verhältnisses ist das minimale Extremum.“[182]

6. *suppositio*:

„Keine Zahl ist suprapartient oder superpartikular oder vielfach suprapartient oder vielfach superpartikular in Bezug zu einer Eins. Das wird bewiesen, weil ja jede beliebige Zahl genau ein vielfaches [Verhältnis] zur Eins ist, wie es offensichtlich ist aus der vierten [*suppositio*]. Daher ist keine [Zahl] suprapartient oder superpartikular oder vielfach und so weiter in Bezug zu einer Eins.“[183]

Die *conclusiones*

1. *conclusio*:

„Kein vielfaches Verhältnis ist ein irgendwievielter Teil irgendeines nicht vielfachen Verhältnisses.“[184]

Korollar: „Aus dieser [*conclusio*] folgt, dass kein Verhältnis, das nicht vielfach ist, doppelt, vierfach oder irgendein anderes aus der vielfachen Klasse zu irgendeinem vielfachen [Verhältnis] ist.“[185]

---

[179] *[...] quando aliqua proportio componitur ex aliquot proportionibus adaequate, semper altera illarum est proportio, quae est alicuius termini intermedii ad minimum extremum, ut proportio quatuor ad duo componitur ex proportione 4 ad 3 et trium ad duo, quae est alicuius termini intermedii ad minimum extremum.* Thomas 1509, S. 39.

[180] *[...] quilibet numerus est multiplex ad unitatem.* Thomas 1509, S. 39.

[181] *Et rursus, quia omnis numerus aut componitur ex duabus unitatibus, et sic est duplus ad unitatem, vel ex tribus, et sic est triplus, vel ex quatuor, et sic est quadruplus et sic in infinitum.* Thomas 1509, S. 39.

[182] *[...] cuiuslibet proportionis multiplicis unitas est minimum extremum.* Thomas 1509, S. 39.

[183] *[...] nullus numerus est suprapartiens aut superparticularis aut multiplex suprapartiens aut multiplex superparticularis ad unitatem. Probatur, quoniam quilibet numerus adaequate est multiplex ad unitatem, ut patet ex quarta, igitur nullus est suprapartiens aut superparticularis aut multiplex et cetera ad unitatem.* Thomas 1509, S. 39.

[184] *[...] nulla proportio multiplex est pars aliquota alicuius proportionis non multiplicis.* Thomas 1509, S. 39.

[185] *Ex qua sequitur, quod nulla proportio non multiplex est dupla, quadrupla aut aliqua alia de genere multiplici ad aliquam multiplicem.* Thomas 1509, S. 39.

2. *conclusio*:

„Kein vielfaches Verhältnis ist kommensurabel zu irgendeinem superpartikularen oder suprapartienten Verhältnis.“[186]

3. *conclusio*:

„Kein vielfaches Verhältnis ist kommensurabel zu einem vielfach superpartikularen oder vielfach suprapartienten [Verhältnis].“[187]

Korollar: „Daher folgt aus dem Nachsatz, dass [das Verhältnis] irgendeines dazwischen liegenden Terms zum minimalen Extremum desselben vielfachen Verhältnisses, das als minimales Extremum eine Eins ist, das Verhältnis C ist, wie es aus der dritten *suppositio* offensichtlich ist. Und jenes Verhältnis C ist vielfach superpartikular oder vielfach suprapartient. Daher ist das Verhältnis irgendeiner Zahl zur Eins ein vielfach superpartikulares oder vielfach suprapartientes [Verhältnis], was aber das Gegenteil der sechsten *suppositio* und folgerichtig falsch ist. Und daher [ist es auch] das, aus dem es folgt, dass nämlich C ein vielfach superpartikulares oder vielfach suprapartientes Verhältnis ist.“[188]

4. *conclusio*:

„Kein vielfaches Verhältnis ist kommensurabel zu einem rationalen Verhältnis, das nicht vielfältig ist.“[189]

5. *conclusio*:

„Kein superpartikulares Verhältnis ist kommensurabel zu irgendeinem superpartikularen Verhältnis.“[190]

obiectatio: „Aber du wirst sagen, dass dieser Beweis unwirksam sei, weil er ja zugesteht, dass irgendein Verhältnis aus keinen Verhältnissen zusammengesetzt wird, was gegen das ist, was ist im vierten Kapitel dieses Teils gesagt worden. Ja, der Beweis beweist sogar nichts anderes, außer dass aus keinen gleichen rationalen Verhältnissen zusammengesetzt wird, die irgendwievielte Teile von ihm sind, obwohl er dennoch fest stellt, dass irgendein irrationales Verhältnis ein irgendwievielter Teil zweier superpartikularer Verhältnisse sein kann. Und so werden sie kommensurabel sein.“[191]

---

[186] *[...] nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui proportioni superparticulari aut suprapartienti.* Thomas 1509, S. 39.

[187] *[..] nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui multiplici superparticulari aut multiplici suprapartienti.* Thomas 1509, S. 39.

[188] *Igitur ex consequenti sequitur, quod alicuius termini intermedii ad minimum extremum ipsius proportionis multiplicis, quod minimum externum est unitas est proportio C, ut patet ex tertia suppositione, et illa proportio C est multiplex superparticularis aut multiplex superperpartiens, igitur alicuius numeri ad unitatem est proportio multiplex suprapartiens aut multiplex superparticularis, quod est oppositum sextae suppositionis et per consequens falsum, et ex consequenti illud, ex quo sequitur, videlicet quod C est proportio multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens.* Thomas 1509, S. 40.

[189] *[...] nulla proportio multiplex est commensurabilis alicui proportioni rationali, non multiplici.* Thomas 1509, S. 40.

[190] *[...] nulla proportio superparticularis est commensurabilis alicui proportioni superparticulari.* Thomas 1509, S. 40.

[191] *Sed tu dices, quod haec probatio est inefficax, quoniam concedit, quod aliqua proportio ex nullis proportionibus componitur, quod est contra ea, quae dicta sunt capite quarto huius partis. Immo probatio nihil aliud probat, nisi quod ex nullis proportionibus aequalibus rationalibus componitur, quae sint partes ali-*

replica: „Aber das steht dem nicht entgegen, weil kein superpartikulares Verhältnis aus einem anderen superpartikularen [Verhältnis] und einem irrationalen [Verhältnis] zusammengesetzt wird; so wie auch kein rationales [Verhältnis] genau aus einem rationalen [Verhältnis] und einem anderen irrationalen [Verhältnis] zusammengesetzt wird, wie die Mathematiker beweisen. Daher beinhaltet kein superpartikulares [Verhältnis] ein anderes superpartikulares [Verhältnis] einmal oder irgendwievielmal und einen irgendwievielten Teil von ihm, der ein irrationales Verhältnis ist, weil es sonst genau aus einem rationalen [Verhältnis] und einem irrationalen [Verhältnis] zusammengesetzt wäre. Und kein superpartikulares [Verhältnis] beinhaltet ein anderes [Verhältnis] einmal oder irgendwievielmal und irgendwie viele irgendwievielte Teile von ihm, die irrationale Verhältnisse sind. Denn dann würden nun jene irrationalen Verhältnisse ein rationales [Verhältnis] zusammensetzen, weil sonst jenes superpartikulare [Verhältnis] aus einem rationalen und einem irrationalen [Verhältnis] zusammengesetzt wäre. Und wenn jene irgendwievielten Teile nun ein rationales [Verhältnis] zwischen den Termen jenes superpartikularen Verhältnisses herstellen, werden einige gleiche rationale Verhältnisse gefunden, wie es dem Einsehenden offensichtlich ist. Das ist dennoch falsch, weil man sie nicht zwischen den Erstzahlen irgendeines superpartikularen Verhältnisses finden wird.“[192]

6. *conclusio*:

„Innerhalb der rationalen [Zahlen] ist nur ein vielfaches Verhältnis kommensurabel zu einem vielfachen Verhältnis. Das wird bewiesen, weil ein vielfaches Verhältnis kommensurabel zu einem vielfachen Verhältnis ist, wie es offensichtlich beim vierfachen [Verhältnis] in Beziehung zu einem doppelten [Verhältnis] ist. Und unter den irrationalen [Verhältnissen] ist kein vielfaches [Verhältnis] kommensurabel zu einem vielfachen Verhältnis, wie es offensichtlich ist aus der vierten *conclusio*. Daher das Vorgeschlagene.“[193]

7. *conclusio*:

„Alle vielfachen Verhältnisse, deren *denominationes* von einer Zahl der [beiden] Zahlen [eines Verhältnisses] sind, sind untereinander kommensurabel. Diesen Schluss legt Nikolaus Oresme in der genannten Form dar, aber ich lege ihn in einer ersichtlicheren Form

quotae illius, cum hoc tamen stat, quod aliqua proportio irrationalis est pars aliquota duarum proportionum superparticularium, et sic erunt commensurabiles. Thomas 1509, S. 40.

[192] *Sed hoc non obstat, quia nulla proportio superparticularis componitur ex alia superparticulari et una irrationali, sicut nec aliquae rationalis componitur ex una rationali et altera irrationali adaequate, ut probant mathemathici. Igitur nulla superparticularis continet alteram superparticularem semel aut aliquoties et unam partem aliquotam eius, quae sit proportio irrationalis, quia tunc componeretur ex rationali et irrationali adaequate, nec aliqua superparticularis continet alteram semel vel aliquoties et aliquot partes eius aliquotas, quae sint proportiones irrationales, quia tunc iam illae proportiones irrationales componerent unam rationalem, quia alias componeretur illa superparticularis ex rationali et irrationali, et si illae partes aliquotae faciant unam rationalem iam inter terminos illius proportionis superparticularis, reperientur aliquot proportiones rationales aequales, ut patet intuenti, quod tamen est falsum, cum non reperiantur inter primos numeros alicuius proportionis superparticularis.* Thomas 1509, S. 40.

[193] *[...] inter rationales tantum proportio multiplex commensuratur proportioni multiplici. Probatur, quia proportio multiplex est commensurabilis proportioni multiplici, ut patet de quadrupla respectu duplae, et inter rationales nulla non multiplex est commensurabilis alicui proportioni multiplici, ut patet ex quarta conclusione, igitur propositum.* Thomas 1509, S. 40.

dar."[194] Die folgende Diskussion dreht sich um den Beiweis dieser *conclusio* nach Nikolaus Oresme.

probatio: „Alle vielfachen Verhältnisse, die immer nach der *denominatio* der ersten von ihnen voranschreiten, sind kommensurabel. Wenn daher das erste [Verhältnis] von ihnen doppelt ist, dann ist das zweite [Verhältnis], das unmittelbar folgt, auch ein doppeltes Verhältnis. So sind folgerichtig solche [Verhältnisse zueinander] kommensurabel. Und damit ich mich von den wenigen [Beispielen] löse, gelten alle Verhältnisse als kommensurabel, von denen irgendwelche unmittelbar folgende [Verhältnisse] mit dem ersten [Verhältnis] dieselbe *denominatio* haben. Diese *conclusio* ist offensichtlich, weil ja alle solche [Verhältnisse] sich so verhalten, dass irgendetwas ein irgendwievielter Teil jeder der beiden ist. Daher."[195]

Und weiter: „Um dies zu verstehen, stelle man ein Reihe an Zahlen auf, wobei von der Eins angefangen werden muss und sich der nächste [Term] immer durch Verdoppeln ergibt, die nächste [Reihe ergibt sich], indem man verdreifacht, und die nächste [Reihe ergibt sich,] indem man vervierfacht, und die nächste [Reihe ergibt sich,] indem man verfünffacht, und so bis ins Unendliche. Und dann sage ich, dass alle Verhältnisse der ersten Ordnung untereinander kommensurabel sind, und beliebiges [Verhältnis] zu einem beliebigen anderen [Verhältnis] jener Ordnung. Und so muss es auch über die Verhältnisse der anderen Ordnungen gesagt werden. Das ist offensichtlich in diesen Bildern."[196]

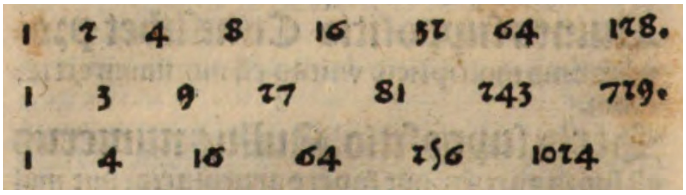


Abb. 4.17: Alvarus Thomas, *Liber de triplici motu*, S. 40.

Und weiter: „Und so wird man die Ordnungen vieler superpartikularer und suprapartienter [Verhältnisse] und so weiter aufstellen. Dass diese aber kommensurabel sind, wird bewiesen, weil ja eine beliebige jener Ordnung gleich der ersten [Ordnung] ist oder aus irgendwie vielen zusammengesetzt wird, die ihr gleich sind. Daher. Diese *conclusiones* außer der ersten und der sechsten sind von Nikolaus Oresme, weil in seinen Beweisen zumindest die Stärken der Beweise und ihre Grundlagen aus sich selbst heraus gelten."[197]

[194] *[...] omnes proportiones multiplices, quarum denominationes sunt de numero numerorum, sunt inter se commensurabiles. Hanc conclusionem ponit Nicholaus Horen sub forma dicta, sed pono eam sub alia forma clariori.* Thomas 1509, S. 40.

[195] *Omnes proportiones multiplices procedentes semper secundum den[o]minationem primae illarum sunt commensurabiles, ita quod si prima illarum sit dupla, secunda immediate sequens sit etiam dupla et sic consequenter, tales sunt commensurabiles. Et ut paucis absolvam, omnes proportiones ,quarum quaelibet immediate sequentes sunt eiusdem denominationis cum prima, sunt commensurabiles. Patet haec conclusio, quoniam omnes tales ita se habent, quod aliquid est pars aliquota utriusque, igitur.* Thomas 1509, S. 40.

[196] *Et ad hoc videndum disponatur una series numerorum incipiendo ab unitate, semper duplando, et una alia semper triplando, et alia quadruplando, et alia quintuplando et sic in infinitum, et tunc dico, quod omnes proportiones primi ordinis sunt commensurabiles inter se, et quaelibet cuilibet alteri illius ordin[i]s. Et sic etiam dicendum est de proportionibus aliorum ordinum. Patet hoc in his figuris.* Thomas 1509, S. 40.

[197] *Et sic etiam constitues ordines multarum superparticularium et suprapartientium et cetera. Quod autem iste sunt commensurabiles, probatur, quoniam quaelibet illius ordinis est aequalis primae aut componitur*

obiectatio: „Aber mir scheinen jene Beweise unwirksam. Denn grundlegenderweise wird ein Beweis der zweiten, dritten und vierten [Ordnung] in dieser *suppositio* darauf gegründet, dass die Eins das minimale Extremum eines beliebigen vielfachen Verhältnisses ist. Nur ist diese *suppositio* falsch, weil ja Acht zu Vier ein vielfaches Verhältnis ist. Dennoch ist keines der beiden Extreme von ihm eine Eins.“[198]

replica im Sinne von Nikolaus Oresme: „Aber Nikolaus Oresme würde auch gültig [begründet] sagen, dass jene *suppositio* – auch wenn sie nicht wahr ist, indem man sie auf die einzelnen Klassen bezieht – dennoch wahr ist, indem man sie auf die Klassen der einzelnen [Verhältnisse] bezieht, und man erfasse es in einem solchen Sinn, wie es dem Einblickenden offensichtlich ist.“[199]

replica von Alvarus Thomas: „Aber dagegen [kann man sagen], dass, indem man sie in einem solchen Sinn erfasst, nicht das Vorgeschlagene daraus geschlossen wird, sondern allein daraus geschlossen wird, dass von einer beliebigen *species* eines vielfachen Verhältnisses irgendein unteilbares [Verhältnis] derselben *species* nicht kommensurabel zu irgendeinem superpartikularen oder suprapartienten [Verhältnis] und so weiter ist. Und bis dahin kann es kaum gegen einen Schamlosen gehalten werden.“[200]

replica im Sinne von Nikolaus Oresme: „Aber Nikolaus würde sagen, dass es ihm genug ist, [die Stellungnahme] zu halten, dass ein doppeltes Verhältnis nicht kommensurabel zu irgendeinem nicht rational vielfachen Verhältnis [ist], weil ja alle doppelten gleich sind. Was immer nicht kommensurabel zu einem fest stehendem [Verhältnis] ist, ist nicht kommensurabel zu einem anderen [Verhältnis]. Und gewiss glaube ich, dass darin grundlegenderweise der Grundstein für eine Ableitung jener *conclusiones* gelegt wird, deren Grundlangen aus dem siebenten und achten [Buch] der Elemente von Euklid genommen werden. Denn es ist bekannt, dass, wenn irgendetwas inkommensurabel zu einem der gleichen [Verhältnisse] ist, wird es auch inkommensurabel zu einem beliebigen [anderen gleichen Verhältnis] sein, weil ja alle gleichen [Verhältnisse] aus genau gleichen [Verhältnissen] zusammengesetzt werden.“[201]

ex aliquot aequalibus illi, igitur. Istae conclusiones dempta prima et sexta sunt Nicolai Horen, cum suis probationibus saltem virtutes probationum et fundamenta sunt ex ipso. Thomas 1509, S. 40.

[198] *Sed videntur mihi illae probationes inefficaces. Fundatur enim principaliter probatio secundae, tertiae et quartae in hac suppositione, cuiuslibet proportionis multiplicis unitas est minimum extremum. Modo illa suppositio falsa est, quoniam octo ad quatuor est proportio multiplex, tamen neutrum extremorum eius est unitas.* Thomas 1509, S. 40.

[199] *Sed diceret Nicolaus Horen et bene, quod illa suppositio, et si non sit vera distribuendo pro singulis generum, est tamen vera distribuendo pro generibus singulorum, et in tali sensu capitur, ut patet intuenti.* Thomas 1509, S. 40f.

[200] *Sed contra, quia in tali sensu capiendo eam non concluditur propositum, sed solum concluditur, quod de qualibet specie proportionis multiplicis aliquod individuum eiusdem speciei non est commensurabile alicui superparticulari aut suprapartienti et cetera, et adhuc vix id potest haberi contra protervum.* Thomas 1509, S. 41.

[201] *Sed diceret Nicolaus, quod satis ei est habere, quod una proportio dupla non est commensurabilis alicui proportioni non multiplici rationali, quoniam cum omnes duplae sint aequales, quicquid non est commensurabile uni certae, non est commensurabile alteri. Et certo credo, quod in hoc fundatur principaliter deductio illarum conclusionum, quarum fundamenta sumuntur ex Euclide septimo et octavo elementorum. Notum enim est, quod si aliquid est incommensurabile uni aequalium, etiam cuilibet erit incommensurabile, quoniam omnia aequalia ex aequalibus adaequate componuntur.* Thomas 1509, S. 41.

replica: „Aber dagegen könnte man frecherweise sagen, dass [mitunter] zwei gegebene Verhältnisse gleich sind, und dennoch ein Verhältnis Teil des einen ist und weder jenes eine [Verhältnis] noch irgendein ihm gleiches [Verhältnis] Teil des anderen [Verhältnisses] ist. Daher ist es nicht unpassend, dass zwei Verhältnisse gleich sind, und dass irgendein [Teil] zwar Teil des einen [Verhältnisses], [aber] weder jenes [Verhältnis als Ganzes oder] zumindest ein Teil des anderen der beiden [Verhältnisse] ist. Und folgerichtig könnte mit dem gleichem Argument gesagt werden, dass – obwohl alle doppelten [Verhältnisse] gleich sind – dennoch irgendetwas ein irgendwievielter Teil des einen [Verhältnisses] ist, was nicht ein irgendwievielter Teil des anderen [Verhältnisses] ist, und auch nicht soviel [ist], wie irgendein Verhältnis ein Teil irgendeines doppelten Verhältnisses ist. Und dennoch ist weder jenes noch ein ihm gleiches [Verhältnis] ein Teil des anderen doppelten [Verhältnisses].“[202]

probatio: „Das Angenommene wird bewiesen von diesen zwei doppelten [Verhältnissen], von denen das eine [Verhältnis] von 8 zu 4 ist und das andere [Verhältnis] von 2 zu 1. Denn jenes [Verhältnis], das von 8 zu 4 ist, wird aus einem anderthalbfachen Verhältnis und einem vierdrittelfachen [Verhältnis] zusammengesetzt, die [beide] zwischen den beiden Extrema liegen. Jenes [Verhältnis] aber, das von der Zwei zur Eins ist, wird aus keinem anderthalbfachen oder vierdrittelfachen [Verhältnis] zusammengesetzt, weil ja keine Zahl zwischen den Extrema von ihr liegen. Und es gilt nicht zu sagen, dass, obwohl keine Zahl dazwischen liegt, dennoch eine Eins mit irgendeinem Bruch dazwischen liegt. Und das ist ausreichend, weil ja ein anderthalbfaches Verhältnis auch das Verhältnis einer Eins mit einer Hälfte zu einer Eins ist. Denn dann erachte ich ja jetzt, dass die Eins irgendeines anderthalbfachen Verhältnisses das andere Extremum ist, was er selbst zu verneinen scheint. Und wenn ich es so erachte, wird jetzt die ganze Art und Weise des Vorgehens und des Beweisens jener *conclusiones* und auch der fünften [*conclusio*] zerstört. Denn der Beweis der fünften *conclusio* beruht darauf, dass unter den Erstzahlen keines superpartikularen Verhältnisses irgendein rationales Verhältnis, das ein Teil von ihm ist, gefunden wird. Nur ist das falsch beim Verwenden eines Bruchs einer Eins. Denn zwischen 5 und 6 liegt 5 mit einer Hälfte.“[203]

Und weiter: „Ebenso gelte es, dass zwischen den Erstzahlen eines superpartikularen Verhältnisses keine Zahl liegt, und dennoch liegt eine [Zahl] zwischen den Nichterstzahlen. Und frecherweise könnte einer sagen, dass ein superpartikulares Verhältnis, das nicht zwischen den Erstzahlen liegt, aus irgendwie vielen rationalen [Verhältnissen] zusammenge-

[202] *Sed contra diceret protervus, quia dabiles sunt duae proportiones aequales, et tamen aliqua proportio est pars unius, et nec illa nec aliqua aequalis ei est pars alterius, igitur non est inconveniens aliquas duas proportiones esse aequales et aliquid esse partem unius et nec illud nec tantum esse partem alterius, et per consequens pari ratione posset dici, quod, quamvis omnes duplae sint aequales, aliquid tamen est pars aliquota unius, quod non est pars aliquota alterius nec tantum, quemadmodum aliqua proportio est pars alicuius proportionis duplae, et tamen nec illa nec ei aequalia est pars alterius duplae.* Thomas 1509, S. 41.

[203] *Probatur assumptum de his duabus duplis, quarum una est 8 ad 4, et altera 2 ad 1. Nam illa, quae est 8 ad 4, componitur ex proportione sesquialtera et sesquitertia, quae mediant inter sua extrema, illa vero, quae est duorum ad unum, ex nulla sesquialtera aut sesquitertia componitur, quoniam nullus numerus mediat inter extrema illius. Nec valet dicere, quod – quam[vi]s non mediat numerus – mediat tamen unitas cum fractione aliqua, et illud sufficit, quoniam unitatis cum dimidio ad unitatem est proportio sesquialtera. Quoniam iam tunc haberem, quod alicuius proportionis sesquialterae unitas est alterum extremum, quod ipse negare videtur. Et etiam habito illo iam destruitur totus modus procedendi et probandi illas conclusiones et etiam quintam. Fundatur enim probatio illius quintae conclusionis in hoc, quod inter nul[l]ius proportionis superparticularis primos numeros reperitur aliqua proportio rationalis, quae sit pars eius. Modo illud est falsum utendo fractione unitatis, inter 5 enim et 6 mediant 5 cum dimidio.* Thomas 1509, S. 41.

setzt wird, zu denen es kommensurabel ist, und dass dennoch dasselbe Verhältnis, wenn es zwischen den Erstzahlen aufgestellt worden ist, nicht aus solchen zusammengesetzt ist. Aber es gilt nicht zu sagen, dass es nicht vorstellbar ist, dass es irgendwelche zwei gleiche [Verhältnisse] gibt, und dass dennoch irgendetwas der irgendwievielte Teil des einen [Verhältnisses] ist, aber nicht der irgendwievielte Teil des anderen [Verhältnisses] ist. Denn man könnte ja frecherweise sagen, dass dies bei stetigen Quantitäten nicht vorstellbar ist. Aber es ist gut vorstellbar bei Verhältnissen, weil es ja unmöglich ist, zwei gleiche stetige Quantitäten anzugeben, und dass irgendetwas ein Teil der einen [Quantität] ist – sei es ein irgendwievielter Teil oder keiner – und das kein bisschen ein Teil der anderen [Quantität] ist. Und dennoch ist das gegeben bei den Verhältnissen. Denn das Verhältnis zweier *intelligentiae* zu einer *intelligentia* ist ein doppeltes Verhältnis, das nicht aus einem anderthalbfachen [Verhältnis] und einem vierdrittelfachen [Verhältnis] zusammengesetzt wird, weder mit noch ohne Bruch. Und dennoch wird ein doppeltes Verhältnis, das zum ihm gleich und von 4 zu Zwei ist, zusammengesetzt aus einem anderthalbfachen [Verhältnis] und einem vierdrittelfachen [Verhältnis], wie es offensichtlich ist.“[204]

nota: „Beachte du hier dennoch, dass diese *conclusiones* mit ihren Nachweisen von der achten *propositio* des achten Buchs der Elemente des Euklid abhängen, der von der 35. [*propositio*] des siebenten [Buchs] und von der 14., 18. und 21. [*definitio*] des siebenten [Buchs] und von dritten [*propositio*] des achten [Buchs] abhängt. Daher ist der Nachweis dieser *conclusiones* schwierig, weil er von vielen [Faktoren] abhängt. Dennoch sagt Euklid in der erwähnten *propositio*, dass wenn zwischen irgendwelchen Zahlen, die keine Erstzahlen sind, eines Verhältnisses irgendwelche stetig proportionalen Zahlen gefunden werden, dass [dann] ebenso viele unter den Erstzahlen desselben Verhältnisses gefunden werden.“[205]

8. *conclusio*:

„Wenn drei Terme angegeben werden, die stetig geometrisch proportional sind, wird das Verhältnis des Extremum zum [anderen] Extremum ein doppeltes [Verhältnis] zu jedem der beiden dazwischen liegenden [Verhältnisse] sein. Und wenn es 4 sind, dann ein dreifaches [Verhältnis], wenn 5, dann ein vierfaches [Verhältnis] und so bis ins Unendliche, und zwar immer um Eins weniger. Das bedeutet, dass wenn es zehn Terme wären, dass [das

[204] *Item esto, quod inter primos numeros proportionis superparticularis non mediat aliquis numerus, mediat tamen inter non primos, et diceret protervus, quod proportio superparticularis inter non primos numeros componitur ex aliquot rationalibus, quibus est commensurabilis, et tamen ipsa proportio inter primos numeros constituta non componitur ex talibus. Nec valet dicere, quod non est imaginabile, quod aliqua duo sint aequalia, et tamen aliquid sit pars aliquota unius, et nullum tantum sit pars aliquota alterius, quoniam diceret protervus illud non esse imaginabile in quantitatibus continuis, sed bene esse imaginabile in proportionibus, quoniam impossibile est dare duas quantitates continuas aequales, et quod aliquid sit pars unius sive aliquota sive non, et quod nullum tantum sit pars alterius, et tamen illud datur in proportionibus. Duarum enim intelligentiarum ad unam intelligentiam est proportio dupla, quae non componitur ex sesquialtera et sesquitertia nec cum fractione nec sine, et tamen proportio dupla ei aequalis 4 ad duo componitur ex sesquialtera et sesquitertia, ut patet.* Thomas 1509, S. 41.

[205] *Hic tamen tu adverte, quod hae conclusiones cum demonstrationibus suis dependent ex octava propositione octavi elementorum Euclidis, quae dependet ex 35. septimi et [ex] 14. et 18. et 21. septimi et tertia octavi. Et ideo difficilis est demonstratio harum conclusionum, quia ex multis dependent. Dicit tamen Euclides in propositione allegata, quod si inter aliquos numeros non primos alicuius proportionis reperiuntur aliqui numeri continuo proportionabiles, totidem inter primos numeros eiusdem proportionis reperiuntur.* Thomas 1509, S. 41.

Verhältnis] des Extremum zum Extremum [dann] kein zehnfaches Verhältnis sein wird, sondern ein neunfaches [Verhältnis].“[206]

9. *conclusio*:

„Kein rationales Verhältnis hat einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten], außer wenn es eine mittlere proportionale Zahl zwischen seinen Extrema hat. Und wenn es eine solche Zahl nicht gibt, hat es auch keinen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten] und keinen durch 8 geteilten [Quotienten] und keinen durch sechzehn geteilten [Quotienten] und so bis ins Unendliche beim Voranschreiten mit geraden Zahlen.“[207]

Korollar: „Wenn zwischen den Termen irgendeines Verhältnisses eine Zahl wäre, die in der Mitte liege und proportional ist, hat das Verhältnis ein rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten]. Und wenn das Verhältnis der mittleren Zahl selbst zu dem anderen kleineren Extremum eines gegebenen Verhältnisses eine Zahl hat, die in der Mitte liegt und proportional ist, dann ist das ganze Verhältnis einen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten]. Und wenn erneut das Verhältnis der mittleren Zahl zum kleineren Extremum eines gegeben Verhältnisses eine Zahl haben würde, die in der Mitte liege und proportional sei, wird das gegebene Verhältnis einen rationalen, durch 8 geteilten [Quotienten] haben und so bis ins Unendliche.“[208]

10. *conclusio* in Form einer *investigatio*:

„[Es gilt] herauszufinden, ob nach dem Aufstellen eines beliebigen rationalen Verhältnisses dieses einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat. Zum Beispiel will ich nach der Aufstellung eines doppelten [Verhältnisses] oder eines dreifachen [Verhältnisses] herausfinden und aus dem Vorhergesagten wissen, ob [dieses Verhältnis] einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat. D vorgeschlagenes rationales Verhältnis zwischen der größeren Zahl A und der kleineren Zahl B sei F. Und ich will herausfinden, ob das Verhältnis F einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat. Dann vervielfältige ich die größere Zahl mit der kleineren [Zahl], das heißt, ich werde A mit B multiplizieren. Und wenn die Zahl, die sich daraus ergibt, quadratisch ist, sage ich, dass sie einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat. Wenn [sie] aber nicht [quadratisch ist], [dann] hat es keinen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten].“[209]

---

[206] *[...] si fuerint tres termini continuo proportionabiles geometrice, erit proportio extremi ad extremum dupla ad utramque intermediam, et si fuerint 4, tripla, si 5, quadrupla et sic in infinitum, semper uno minus. Hoc est, si fuerint decem termini non erit proportio decupla extremi ad extremum, sed noncupla.* Thomas 1509, S. 41.

[207] *[...] nulla proportio rationalis habet subduplam rationalem, nisi habeat numerum medium proportionabilem inter sua extrema, et si non habet talem numerum, non habet subquadruplam proportionem rationalem nec suboctuplam nec subsexdecuplam et sic in infinitum procedendo per numeros pariter.* Thomas 1509, S. 41. Hier und in den folgenden Paragraphen wurde bei Begriffen wie *subduplum* oder *subquadruplum* um der Lesbarkeit willen der textferne Begriff „Quotient“ eingefügt, also eine Zielsprachen orientierte Übersetzung bevorzugt.

[208] *[...] si inter terminos alicuius proportionis fuerit numerus, qui sit medium proportionabile, ipsa habet subduplam rationalem, et si ipsius numeri medii proportio ad aliud extremum minus datae proportionis haberit numerum, qui sit medium proportionabile, tunc tota proportio habet subquadruplam rationalem, et si iterum illius numeri medii proportio ad minus extremum datae proportionis habuerit numerum, qui sit medium proportionabile, iam data proportio habebit suboctuplam rationalem et sic in infinitum.* Thomas 1509, S. 42.

[209] *[...] proposita quavis proportione rationali an habeat subduplam rationalem investigare ut proposita dupla aut tripla, volo investigare et scire ex praedictis, an habeat subduplam rationalem. Sit proposita proportio*

1. Korollar: „Ein doppeltes [Verhältnis] hat keinen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten], und auch kein dreifaches [Verhältnis], und kein achtfaches [Verhältnis], und kein superpartikulares [Verhältnis].“[210]

2. Korollar in Form einer *investigatio*: „Nach der Aufstellung eines beliebigen rationalen Verhältnisses könnten wir herausfinden, ob es einen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten] hat, einen durch 8 geteilten [Quotienten], durch 16 geteilten [Quotienten] und so bis ins Unendliche, indem man mit Zahlen voranschreitet, die *pariter par* sind.“[211]

Und weiter: „Um das herauszufinden oder zu wissen, gebe es ein Verhältnis F zwischen der größeren Zahl A und der kleineren [Zahl] B. Dann ist entweder zwischen A und B eine Zahl, die proportional in der Mitte liegt, oder nicht. Wenn nicht, folgt jetzt, dass es keinen durch 4 geteilten [Quotienten] hat und keinen durch 8 geteilten [Quotienten hat], wie es offensichtlich ist aus der neunten *conclusio*. Wenn ja, wird sie auchgezeichnet und sie sei H. Und dann muss nachgesehen werden, ob die Zahl, die aus der Vervielfältigung von H mit B entsteht, quadratisch ist. Und wenn ja, so hat nun ein solches Verhältnis F, das zwischen A und B ist, einen durch 4 geteilten [Quotienten]. Wenn aber eine solche Zahl nicht quadratisch ist, sage ich, dass ein solches Verhältnis keinen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten] hat.“[212]

3. Korollar: „Es folgt drittens, dass nach der Auszeichnung eines beliebigen rationales Verhältnisses wir auch wissen könnten, ob es ein rationales Anderthalbfaches, Fünfviertelfaches, Neunachtelfaches, Siebzehnsechzehntelfaches, Dreiunddreißigzweiunddreißigstelfaches, Fünfunddreißigvierunddreißigstelfaches und so bis ins Unendliche hat beim Voranschreiten mit *species* eines superpartikularen Verhältnisses, die von irgendwievielten Teilen bestimmt werden. Diese irgendwievielten Teile werden von *pariter pares* Zahlen bestimmt. Zum Beispiel will ich nach der Aufstellung eines vierfachen Verhältnisses herausfinden und wissen, ob es ein rationales Anderthalbfaches hat. Dann werde ich sehen, ob es eine rationale Hälfte gemäß der Lehre aus der zehnten *conclusio* dieses [Kapitels] hat; und dann, wenn es eine rationale Hälfte hat, ist es deutlich, dass es ein rationales Anderthalbfaches hat, weil – um das Anderthalbfachen desselben vierfachen [Verhältnis] anzugeben – nichts anderes notwendig ist, als demselben vierfachen [Verhältnis] seine Hälfte hinzufügen, nämlich ein doppeltes [Verhältnis]. Denn das Aggregatum aus irgendetwas und seiner Hälfte ist das Anderthalbfache zu dem[selben], wie es fest steht aus der

---

rationalis F inter A numerum maiorem et B numerum minorem, et volo investigare, utrum F proportio habeat subduplam rationalem, tunc ducam maiorem numerum in minorem, hoc est, multiplicabo A per B, et si numerus inde proveniens fuerit quadratus, dico, quod habet subduplam rationalem, sin minus, non habet subduplam rationalem. Thomas 1509, S. 42.

[210] *[...] dupla non habet subduplam rationalem, nec tripla, nec octupla, nec aliqua superparticularis.* Thomas 1509, S. 42.

[211] *[...] proposita, qua volueris, proportione rationali investigare poterimus, utrum habeat subquadruplam rationalem, suboctuplam, subsexdecuplam et sic in infinitum procedendo per numeros pariter pares.* Thomas 1509, S. 42.

[212] *Ad quod investigandum sive sciendum sit F proportio inter A maiorem numerum et B minorem, tunc aut inter A et B est numerus, qui sit medium proportionabile aut non. Si non, iam sequitur, quod non habet subquadruplam rationalem, nec suboctuplam et cetera, ut patet ex nona conclu[]sione, si sic, signetur ille et sit H, et tunc videndum est, an numerus, qui fit ex ductu H in B, sit quadratus, et si sic iam talis proportio F, quae est inter A et B, habet subquadruplam, si vero talis numerus non sit quadratus, dico, quod talis proportio non habet subquadruplam rationalem.* Thomas 1509, S. 42.

definitio des Anderthalbfachen. Und auf diese Art und Weise wird man herausfinden, dass das achtfache [Verhältnis] anderthalbfach zu einem vierfachen [Verhältnis] ist.“[213]

Und weiter: „Wenn du aber herausfinden und wissen willst, ob ein vierfaches [Verhältnis] ein [rationales] Fünfviertelfaches hat, erkenne es zuerst durch die Lehre des zweiten Korollars, [ob] dasselbe Verhältnis einen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten] hat. Und wenn du so schließt, dass es ein rationales Fünfviertelfaches hat, weil ja nach der Auffindung des Viertels desselben vierfachen [Verhältnisses], um ein Fünfviertelfaches zu demselben vierfachen [Verhältnis] zu ergeben, nichts anderes notwendig ist, als demselben vierfachen [Verhältnis] sein Viertel hinzuzufügen. Und dann verhält sich das Aggregatum aus dem vierfachen [Verhältnis] und seinem rationalen Viertel zu demselben Vierfachen in einem fünfviertelfachen Verhältnis. Denn jenes Aggregatum beinhaltet genau das Vierfache und ein Viertel von ihm. Und auf diese Art und Weise findet man heraus, dass ein Zweiunddreißigfaches fünfviertelfach zu einem Sechzehnfachen ist. Und auf diese Art und Weise könnte man bei einem beliebigen rationalen Verhältnis herausfinden, ob es ein rationales Achtneuntelfaches, ein rationales Siebzehntsechzehntelfaches und so weiter hat.“[214]

4. Korollar: „Wenn irgendein rationales Verhältnis keinen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat, hat es selbst kein rationales anderthalbfaches [Verhältnis] und auch kein [rationales] fünfviertelfaches [Verhältnis] und kein [rationales] neunachtelfaches [Verhältnis] und kein [rationales] siebzehnsechzehntelfaches [Verhältnis] und so weiter.“[215]

5. Korollar: „Wenn irgendein vorgeschlagenes Verhältnis keinen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat, wird es selbst keinen rationales fünfhalbefaches [Verhältnis] haben und kein [rationales,] neunviertelfaches [Verhältnis] haben und kein suprapartientes [Verhältnis], das [irgendein] Viertel ist, noch irgendein suprapartientes [Verhältnis], das von einer Eins und von irgendwievielten Teilen bestimmt wird, die [wiederum] von einer *pariter par* Zahl bestimmt werden, und kein vielfach superpartikulares oder vielfach su-

[213] *Sequitur tertio, quod signata quavis proportione rationali investigare et scire poterimus, an habeat sesquialteram rationalem, sesquiquartam, sesquioctavam, sesquisexdecimam, sesquitrigesimam secundam, sesquitrigesimam quartam et sic in infinitum procedendo per species proportionis superparticularis denominatas a partibus aliquotis, quae partes aliquotae a numeris pariter paribus denominantur, ut proposita proportione quadrupla volo investigare et scire, an ipsa habeat sesquialteram rationalem, tunc videbo, an habeat medietatem rationalem per doctrinam decimae conclusionis huius, et tunc – si habeat medietatem rationalem – manifestum est, quod habet sesquialteram rationalem, quia non oportet ad dandam sesquialteram ipsius quadruplae aliud quam addere ipsi quadruplae suam medietatem, puta duplam, quia aggregatum ex aliquo et medietate eius est sesquialterum ad illud, ut constat ex definitione sesquialteri. Et isto modo invenitur octuplam esse sesquialteram ad quadruplam.* Thomas 1509, S. 42f.

[214] *Si vero investigare et scire velis, an quadrupla habeat sesquiquartam, scias primo per doctrinam secundi correlarii, an ipsa proportio quadrupla habeat subquadruplam rationalem, et si sic concludas, quod habet sesquiquartam rationalem, quoniam reperta quarta ipsius quadruplae ad dandam sesquiquartam ad ipsam quadruplam nihil aliud oportet quam addere ipsi quadruplae suam quartam, et tunc aggregatum ex ipsa quadrupla et sua quarta rationali se habet ad ipsam quadrumplam in proportione sesquiquarta. Continet enim illud aggregatum ipsam quadruplam et unam quartam eius adaequate. Et isto modo invenitur trigecuplam secundam esse sesquiquartam ad sexdecuplam. Et isto modo in qualibet proportione rationali investigare poteris, an habeat sesquioctavam, sesquisexdecimam et sic consequenter rationales.* Thomas 1509, S. 43.

[215] *[...] si aliqua proportio rationalis non habet subduplam rationalem, ipsa non habet sesquialteram rationalem nec sesquiquartam nec sesquioctavam nec sesquisexdecimam et sic consequenter.* Thomas 1509, S. 43.

prapartientes [Verhältnis], das von einer Zahl und von einem Teil oder irgendwievielten Teilen bestimmt wird, die von *pariter paren* Zahlen bestimmt werden.“[216]

6. Korollar: „Daraus folgt sechstens, dass weder ein dreifaches [Verhältnis] noch ein doppeltes Verhältnis ein [rationales] anderthalbfaches, ein [rationales] fünfviertelfaches , ein [rationales] neunachtelfaches oder ein rationales elfviertelfaches Verhältnis hat. Und so in Bezug zu vielen anderen [Verhältnissen gehalten].“[217]

11. *conclusio*:

„Kein rationales Verhältnis verhält sich in irgendeinem vielfachen Verhältnis zu irgendeinem rationalen [Verhältnis], außer wenn so viele stetig proportionale Zahlen, die genau mehr als eine sind, zwischen seinen Erstzahlen nach der Berechnung der Extreme gefunden werden, wie es die Zahl ist, von der das gegebene vielfache Verhältnis bestimmt wird.“[218]

exemplum: „Wenn du zum Beispiel herausfinden und wissen willst, ob sich ein vierfaches Verhältnis in einem doppelten Verhältnis zu irgendeinem [anderen] Verhältnis befindet, bedenke zuerst, von welcher Zahl das doppelte Verhältnis bestimmt wird, und du wirst befinden, dass es gemäß der Lehre des ersten Korollars der zweiten *suppositio* des vierten Kapitels dieses Teils von der Zwei [bestimmt wird]. Dann erfasse die Erstzahlen des [ersten Verhältnisses], die 4 und 1 sind. Und sehe, ob du dort nach dem Berechnungen mit den Extremen drei stetig proportionale Zahlen in demselben Verhältnis findest. Und wenn [das so ist], so sage ich, dass ein vierfaches Verhältnis sich in einem doppelten Verhältnis zu irgendeinem rationalen [Verhältnis] befindet. Denn wenn nach dem Berechnungen mit den Extremen dort drei stetig proportionale Zahlen da sind, ist jenes vierfache Verhältnis, das das Verhältnis des einen Extremum zum [anderen] Extremum ist, ein doppeltes [Verhältnis] in Bezug auf jedes der beiden dazwischen liegenden [Verhältnisse], wie es aus der achten *conclusio* offensichtlich ist. Und wenn du wissen willst, ob ein vierfaches [Verhältnis] dreifach zu irgendeinem rationalen Verhältnis hat, siehe nach – weil das dreifache [Verhältnis] von der Zahl Drei bestimmt wird – ob zwischen den Erstzahlen des vierfachen Verhältnisses drei Zahlen plus einer gefunden werden, nämlich vier stetige, in irgendeinem Verhältnis proportionale [Zahlen]. Und wenn es so ist, dann verhält sich das vierfache [Verhältnis] in einem dreifachen [Verhältnis] zu irgendeinem rationalen Verhältnis, nämlich zu einem beliebigen jener aufgestellten [Verhältnisse] zwischen irgendwelchen [Zahlen] aus jenen stetig proportionalen Zahlen, die in der Mitte liegen. Und weil du unter den Erstzahlen eines vierfachen Verhältnisses keine vier Zahlen finden wirst, die

[216] *[...] si aliqua proportio proposita non habuerit subduplam rationalem, ipsa non habebit duplam sesquialteram rationalem nec duplam sesquiquartam nec suprapartientem quartas nec aliquam suprapartientem denominatam ab unitate et partibus aliquotis denominatis a numero pariter pari nec aliquam multiplicem superparticularem aut multiplicem suprapartientem denominatam a numero et a parte vel partibus aliquotis, quae denominantur a numeris pariter paribus.* Thomas 1509, S. 43.

[217] *Ex quo sequitur sexto, quod nec tripla nec dupla habent proportionem sesquialteram, sesquiquartam, sesquioctavam, duplam supratripartientem quartas rationalem et sic de multis aliis.* Thomas 1509, S. 43.

[218] *[...] nulla proportio rationalis se habet in aliqua proportione multiplici ad aliquam rationalem, nisi inter primos numeros eius reperiantur tot numeri continuo proportionabiles computatis etiam extremis uno plus adaequate, quotus est numerus, a quo denominatur data proportio multiplex.* Thomas 1509, S. 43.

nach dem Berechnungen mit den Extremen stetig proportional sind, schließe daraus, dass das vierfache [Verhältnis] keinen rationalen, durch 3 geteilten [Quotienten] hat.“[219]

nota: „Ob aber zwischen irgendwelchen Zahlen eines gegebenen Verhältnisses A so viele stetig proportionale Zahlen nach den Berechnungen mit den Extremen plus einer [Zahl] gefunden werden, wie es die Zahl ist, von der das vielfaches Verhältnis bestimmt wird, in dem, wie es dargelegt ist, sich A zu B verhält, dafür muss nachgesehen werden, ob zwischen den Erstzahlen von ihm so viele, stetig proportional Zahlen gefunden werden. Und wenn [das so ist], schließe daraus, dass zwischen den Zahlen von A selbst so viele stetig proportionale Zahlen gefunden werden. Und wenn nicht so viele [Zahlen] zwischen den Erstzahlen des gegebenen Verhältnisses gefunden werden, [so] sage, dass zwischen keinen Zahlen von ihm so viele stetig proportionale Zahlen nach den Berechnungen mit den Extremen gefunden werden.“[220]

1. Korollar: „Daraus folgt erstens, dass ein doppeltes Verhältnis sich zu keinem rationalen Verhältnis in einem doppelten [Verhältnis] oder dreifachen [Verhältnis] oder vierfachen [Verhältnis] oder in irgendeinem anderen vielfachen [Verhältnis] befindet, weder in einem fünffachen [Verhältnis], noch in einem sechsfachen [Verhältnis] und so weiter.“[221]

2. Korollar: „Es folgt zweitens, dass kein superpartikulares Verhältnis sich in irgendeinem vielfachen Verhältnis zu irgendeinem rationalen Verhältnis verhält.“[222]

3. Korollar in Form einer *investigatio*: „Es folgt drittens, dass wir nach der Aufstellung eines beliebigen rationalen Verhältnisses herausfinden können, ob es irgendein rationales Verhältnis hat, das sich zu sich selbst in einem anderthalbfachen Verhältnis, in einem vierdrittelfachen [Verhältnis], fünfviertelfachen [Verhältnis] und so weiter befindet. Zum Beispiel [kann man] nach der Aufstellung eines doppelten Verhältnisses nachsehen, ob es

[219] *[...] ut si velis investigare et scire, utrum proportio quadrupla se habeat in proportione dupla ad aliquam proportionem rationalem, considera primum, a quo numero denominatur proportio dupla, et invenies, quod a binario iuxta doctrinam primi correlarii secundae suppositionis quarti capitis huius, tunc capias primos numeros eius, qui sunt 4 et 1, et vide, si invenias ibi tres numeros continuo proportionabiles eadem proportione computatis extremis, et si sic, dico, quod proportio quadrupla se habet in proportione dupla ad aliquam rationalem. Si enim ibi sunt tres numeri continuo proportionabiles computatis extremis, iam illa proportio quadrupla, quae est extremi ad extremum, est dupla ad utramque inter[me]diarum, ut patet ex octava conclusione, et si velis scire, an quadrupla sit tripla ad aliquam proportionem rationalem, quia tripla denominatur a numero ternario, videas, utrum inter primos numeros proportionis quadruplae reperiantur tres numeri uno plus, puta quatuor continuo proportionabiles aliqua proportione, et si sic, tunc quadrupla se habet in proportione tripla ad aliquam proportionem rationalem, puta ad quamlibet illarum constitutarum inter aliquos ex illis numeris continuo proportionabilibus et immediatis, et quia tu non invenies inter primos numeros proportionis quadruplae quatuor numeros continuo proportionabiles computatis extremis, concludas, quod quadrupla non habet subtriplam rationalem.* Thomas 1509, S. 43.

[220] *Utrum autem inter aliquos numeros datae proportionis A reperiantur tot numeri continuo proportionabiles computatis extremis uno plus, quotus est numerus, a quo denominatur proportio multiplex, in qua ponitur A se habere ad B, videndum est, utrum inter primos numeros eius inveniantur tot numeri continuo proportionabiles, et si sic, concludas, quod inter numeros ipsius A reperiuntur tot numeri continuo proportionabiles, et si non inveniantur tot inter primos numeros datae proportionis, dicas, quod inter nullos numeros eius reperiuntur tot numeri continuo proportinoabiles computatis extremis.* Thomas 1509, S. 44.

[221] *Ex quo sequitur primo, quod proportio dupla ad nullam proportionem rationalem se habet in proportione dupla aut tripla aut quadrupla aut in aliqua alia multiplici, nec quintupla nec sextupla et cetera.* Thomas 1509, S. 44.

[222] *Sequitur secundo, quod nulla proportio superparticularis se habet in aliqua proportione multiplici ad aliquam proportionem rationalem.* Thomas 1509, 42.

irgendein rationales Verhältnis gibt, das sich zu sich selbst in einem doppelten [Verhältnis], in einem anderthalbfachen [Verhältnis], vierdrittelfachen [Verhältnis] oder irgendeinem anderen superpartikularen Verhältnis befindet. Um das herauszufinden und zu wissen, muss man nachsehen, ob zwischen den Erstzahlen eines doppelten Verhältnisses oder eines beliebigen anderen rationalen [Verhältnisses] drei stetig proportionale Zahlen nach den Berechnungen mit den Extremen da sind. Und wenn [das so ist], so hat ein solches Verhältnis eine rationale Hälfte und folgerichtig ein anderthalbfaches Verhältnis zu sich selbst. Denn durch das Hinzufügen seiner Hälfte wird ein anderthalbfaches rationales [Verhältnis] zu sich selbst aufgestellt. Und wenn zwischen seinen Erstzahlen nach den Berechnungen mit den Extremen vier stetig proportionale Zahlen da sind, hat es selbst ein rationales Drittel und folgerichtig ein rationales vierdrittelfaches [Verhältnis] zu sich selbst. Und wenn 5 stetig proportionale Zahlen nach den Berechnungen mit den Extremen gefunden werden, hat es ein rationales Viertel und folgerichtig ein rationales fünfviertelfaches [Verhältnis zu sich selbst] und so weiter.“[223]

4. Korollar in Form einer *investigatio*: „Nach der Aufstellung eines beliebigen rationalen Verhältnisses könnten wir nachforschen und wissen, ob es irgendein rationales suprapartientes, vielfach superpartikulares oder vielfach suprapartientes [Verhältnis] hat. Zum Beispiel nach der Aufstellung eines achtfachen Verhältnisses könnten wir aus dem Gesagten bereits wissen, ob es ein fünfdrittelfaches [Verhältnis] oder siebenviertelfaches [Verhältnis] und so weiter hat. Um das zu wissen und herauszufinden, muss es bedacht werden, ob das gegebene, rationale Verhältnis einen rationalen, irgendwievielten Teil hat. Dass heißt, ob irgendein rationales Verhältnis ein so großer irgendwievielter Teil von ihm ist, wie es jener ist, von dem das genannte suprapartiente oder vielfach superpartikulare oder vielfach suprapartiente [Verhältnis] bestimmt wird. Das muss gemäß der elften *conclusio* herausgefunden und gewusst werden. Und wenn man herausfinde, dass es irgendein rationales Verhältnis hat, dass ein solcher irgendwievielter Teil von ihm da ist, dann ist es ersichtlich, dass es ein rationales Verhältnis hat, das von einem solchen irgendwievielten Teil oder solchen irgendwievielten Teilen bestimmt wird. (Das sage ich wegen der suprapartienten [Verhältnisse].) Wenn [das] aber nicht [so ist], dann ist es ersichtlich, dass jenes vorgeschlagene rationale Verhältnis kein rationales Verhältnis hat, das von einem solchen irgendwievielten Teil oder solchen Teilen bestimmt wird.“[224]

---

[223] *Sequitur tertio, quod proposita quavis proportione rationali investigare possumus, an habeat aliquam proportionem rationalem, quae se habeat ad ipsam in proportione sesquialtera, sesquitertia, sesquiquarta et cetera, ut proposita proportione dupla videre, an sit aliqua proportio rationalis, quae se habeat ad ipsam duplam in proportione sesquialtera, sesquitertia aut in aliqua alia superparticulari. Ad quod investigandum et sciendum videndum est, an inter primos numeros proportio[n]is duplae aut cuiusvis alterius rationalis sint tres numeri continuo proportionabiles computatis extremis, et si sic, talis proportio habet medietatem rationalem et per consequens sesquialteram rationalem ad ipsam. Addendo enim et medietatem sui constituetur sesquialtera rationalis ad ipsam. Et si inter primos numeros eius computatis extremis inveniantur quatuor numeri continuo proportionabiles, ipsa habebit tertiam rationalem et per consequens sesquitertiam rationalem ad seipsam, et si reperiuntur 5 numeri continuo proportionabiles computatis extremis, ipsa habebit quartam rationalem et per consequens sesquiquartam rationalem et sic consequenter.* Thomas 1509, S. 44.

[224] *[...] proposita quavis proportione rationali inquirere et scire poterimus, an habeat aliquam suprapartientem, multiplicem superparticularem vel multiplicem suprapartientem rationales, ut proposita proportione octupla investigare poterimus et scire ex dictis, an habeat suprabipartientem tertias, supra[tri]partientem quartas rationales et cetera. Ad quod sciendum et investigandum considerandum est, an data proportio rationalis habeat illam partem aliquotam rationalem, hoc est, an aliqua proportio rationalis sit tota pars aliquota eius, quota est illa, a qua denominatur dicta proportio suprapartiens a[u]t multiplex superparticularis aut multiplex suprapartiens, quod investigari et sciri debet ex undecima conclusione, et si re[]perias,*

5. Korollar in Form einer *investigatio*: „Es folgt fünftens, dass nach der Aufstellung eines beliebigen rationalen Verhältnisses es nicht schwierig ist herauszufinden und zu wissen, ob es einen rationalen, durch ein Vielfaches geteilten [Quotienten] hat oder irgendein anderes rationales [Verhältnis] kleinerer Ungleichheit. Zum Beispiel könnten wir nach der Aufstellung eines doppelten Verhältnisses herausfinden und wissen, ob es einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten] hat, einen durch 3 geteilten [Quotienten], einen rationalen, durch 4 geteilten [Quotienten] und so weiter oder nicht, [und zwar] indem man gemäß dem ersten [Korollar] aus der Lehre der elften *conclusio* heraus überlegt, ob es eine rationale Hälfte hat, ein Drittel, ein Viertel oder ein rationales Fünftel hat. Und wenn wir erkennen, dass es nicht so ist, sagen wir, dass es keinen rationalen, durch 3 geteilten [Quotienten oder] durch 4 geteilten [Quotienten] und so weiter hat. Und nach derselben *ratio* sagen wir, dass es keinen rationalen, durch Vierdrittel geteilten [Quotienten], weil es kein Verhältnis hat, das aus drei rationalen Vierteln von ihm zusammengesetzt ist, und auch keinen rationalen, durch Dreihalbe geteilten [Quotienten] hat, weil es kein Verhältnis hat, das aus zwei rationalen Dritteln von ihm zusammengesetzt ist. Und so kann man es von allen anderen [Verhältnissen] sagen.“[225]

demonstatio: „Der Nachweis dieses Korollars stützt sich auf die Basis und die Grundlage, dass niemals irgendein rationales Verhältnis genau aus einem rationalen [Verhältnis] und einem irrationalen [Verhältnis] zusammengesetzt ist. Wende du den Nachweis an. Auf diese Art und Weise musst du nachfragen, ob es einen rationalen, durch ein suprapartientes [Verhältnis] geteilten [Quotienten] hat oder einen rationalen, durch ein vielfach suprapartientes [Verhältnis] geteilten [Quotienten] hat oder einen rationalen, durch ein vielfach superpartikulares [Verhältnis] geteilten [Quotienten] hat, indem du gemäß der elften *conclusio* nachforschst und es herausfindest, ob ein solches vorgeschlagenes rationales Verhältnis einen irgendwievielten rationalen Teil oder Teile hat, von dem oder denen das genannte Verhältnis kleinerer Ungleichheit bestimmt wird. Und wenn [das so ist], so muss ihm ein solches rationales Verhältnis kleinerer Ungleichheit zugeschrieben werden. Wenn aber weniger, muss es versichert werden, dass es selbst kein solches rationales Verhältnis kleinerer Ungleichheit hat.“[226]

---

quod habet proportionem aliquam rationalem, quae sit talis pars aliquota eius, tunc manifestum est, quod habet proportionem rationalem, quae denominatur a tali parte aliquota vel talibus partibus aliquotis (quod dico propter suprapartientes), si vero non, tunc manifestum est illam proportionem rationalem propositam non habere proportionem rationalem denominatam a tali parte aliquota vel talibus partibus. Thomas 1509, S. 44.

[225] *Sequitur quinto, quod proposita quavis proportione rationali non difficile est investigare et scire, an habeat proportionem rationalem submultiplicem, an aliquam aliam rationalem minoris inaequalitatis, ut proposita proportione dupla investigare et scire poterimus, an habeat subduplam, subtriplam, subquadruplam rationalem et cetera necne considerando primum ex doctrina undecimae conclusionis, an habeat medietatem, tertiam, quartam, quintam rationales et comperientes, quod non, dicemus ipsam non habere subtriplam, subquadruplam et cetera rationales. Et eadem ratione dicemus ipsam non habere subsesquitertiam rationalem, quia non habet proportionem compositam ex tribus quartis eius rationalibus, nec subsesquialteram rationalem, quia non habet proportionem compositam ex duabus tertiis eius rationalibus. Et sic in omnibus aliis dices.* Thomas 1509, S. 45.

[226] *Demonstratio huius correlarii innititur huic basi et fundamento, quod nunquam aliqua proportio rationalis componitur adaequate ex una rationali et una irrationali. Applica tu demonstrationem. Isto modo inquirere debes, an habet subsuprapartientem rationalem aut submultiplicem subsuprapartientem rationalem aut submultiplicem, subsuperparticularem investigando et inquirendo ex conclusione undecima, an talis proportio rationalis proposita habeat partem aliquotam rationalem vel partes, a qua vel a quibus denominatur dicta proportio minoris inaequalitatis, et si sic, ascribenda est ei talis proportio minoris inaequalitatis rationalis, sin minus, asserendum est ipsam non habere talem proportionem minoris inaequalitatis rationalem.* Thomas 1509, S. 45.

6. Korollar: Im sechsten Zusatz unterstreicht Alvarus Thomas noch einmal, wie wichtig dieses Kapitel für den folgenden Teil des Buches über die Bewegung ist. Es heißt: „Es folgt sechstens durch die Art und Weise des Epilogs zu all jenen [*conclusiones*], die im gegenwärtigen Kapitel verzeichnet sind, dass wir nach der Aufstellung eines beliebigen rationalen Verhältnisses wissen könnten, ob es irgendein rationales Verhältnis größerer Ungleichheit zu sich selbst hat und auch kleinerer Ungleichheit, und welche [irgendwievielte Teile] es hat und welche nicht. Und denke über dieses Kapitel sorgfältig nach, weil ja von ihm fast die ganze Erforschung dieses Themas abhängt und seine außerordentliche Schwierigkeit. Füge dem hinzu, dass, nachdem die Lehre dieses Kapitels nachvollzogen wurde, und nachdem irgendeine fest stehende Geschwindigkeit aufgestellt wurde, die von irgendeinem bekannten rationalen Verhältnis herstammt, man zu einer beliebigen anderen Geschwindigkeit, die von einem beliebigen anderen Verhältnis herstammt, entscheiden kann, ob sie kommensurabel sind oder nicht. Ebenso [könnten wir] nach der Aufstellung einer beliebigen Geschwindigkeit, die von irgendeinem bekannten Verhältnis herstammt, in Bezug zu einer beliebigen anderen kommensurablen Geschwindigkeit erkennen, von welchem Verhältnis sie herstammt, ob von einem rationalen oder einem irrationalen [Verhältnis]. So könnte man aus diesem Wissen und den folgerichtigen [Ableitungen auch] teilweise wissen, aus welchen rationalen oder irrationalen [Verhältnis] sie im Besonderen entstammt.“[227]

Kapitel 2.7

Das siebente Kapitel behandelt Fragen nach den Beziehungen von rationalen Verhältnissen zu irrationalen Verhältnissen und von irrationalen Verhältnissen untereinander. Das Kapitel beginnt mit sechs *suppositiones*. Daraus ergeben sich zehn *conclusiones*.

Die *suppositiones*

1. *suppositio*:

„Jede Zahl hat eine Zahl, die doppelt zu ihr ist, dreifach, vierfach und so bis ins Unendliche durch Aufsteigen mit den *species* eines vielfachen Verhältnisses.“[228]

2. *suppositio*:

„Jede Anzahl teilbarer Sachen oder [jede] Quantität hat irgendeinen irgendwievielten Teil jeder möglichen *denominatio* mit Bruch oder ohne Bruch. Ich will sagen, dass nach der

[227] *Sequitur sexto per modum epilo[g]i omnium eorum, quae praesenti capite digesta sunt, quod quavis proportione rationali proposita scire poterimus, an habeat aliquam proportionem rationalem maioris inaequalitatis ad seipsam et minoris inaequalitatis, et quas habeat, et quas non. Et hoc caput diligenter considera, quoniam ex eo pendet ferme universalis huius materiae inquisitio, et suprema eius difficultas. His adde, quod doctrina huius capitis habita, proposita aliqua certa velocitate proveniente ab aliqua proportione rationali nota, iudicare poteris de quacumque alia velocitate a quavis alia proportione proveniente, commensurabiles sint necne. Item proposita quavis velocitate proveniente ab aliqua proportione rationali nota scire de quacumque alia velocitate datae velocitati commensurabili, a qua proportione proveniat, rationali videlicet vel irrationali, quo ex his scito et sequentibus particularius scire poteris, ex qua rationali vel irrationali proveniat specifice.* Thomas 1509, S. 45.

[228] *[...] omnis numerus habet numerum ad se duplum, triplum, quadruplum et sic in infinitum ascendendo per species proportionis multiplicis.* Thomas 1509, S. 45.

Auszeichnung einer beliebigen Anzahl an teilbaren Sachen eine solche Anzahl eine Hälfte, ein Viertel, ein Fünftel, Sechstel, Siebentel und so bis ins Unendliche hat.“[229]

3. *suppositio*:

„Bei jeder möglichen Anzahl an teilbaren Sachen kann es eintreten, eine Zahl zu anzugeben, die sich selbst beinhaltet und ihre Hälfte, und eine andere [Zahl], die sich selbst beinhaltet und ein Drittel, und zwei Drittel oder drei Drittel und so weiter mit jedem möglichen anderen irgendwievielten Teilen.“[230]

4. *suppositio*:

„Ein beliebiges Kontinuum ist doppelt zu seiner Hälfte, dreifach zu seinem Drittel, vierfach zu seinem Viertel, anderthalbfach zu zwei Dritteln und so weiter bei jedem beliebigen anderen [Verhältnis] einer *species* eines Verhältnisses.“[231]

5. *suppositio*:

„Jedes Verhältnis hat eine Hälfte, ein Drittel, ein Viertel und so weiter bis ins Unendliche.“[232]

6. *suppositio*:

„Wenn irgendwelche zwei stetige Quantitäten sich in irgendeinem rationalen oder irrationalen Verhältnis verhalten, ist eine [Zahl] angebbar, die größer als ein beliebiges Drittel von ihnen ist, das sich in demselben Verhältnis zu der größeren [Quantität] von ihnen verhält. Wenn zum Beispiel 4 und 2 sich in irgendeinem Verhältnis verhalten, ist eine andere Zahl gegeben, nämlich die 8, die sich in demselben Verhältnis zur 4 befindet. Und wenn sich eine Diagonale A sich in irgendeinem Verhältnis zur Seite B, ist eine andere Quantität gegeben, nämlich C, die sich in demselben Verhältnis zu B befindet.“[233]

Die *conclusiones*

1. *conclusio*:

„Ein beliebiges rationales Verhältnis wird in einem beliebigen vielfachen Verhältnis von irgendeinem rationalen [Verhältnis] übertroffen. Das bedeutet, dass ein beliebiges ratio-

[229] *[...] omnis numerus rerum divisibilium sive quantitas habet cuiuscumque denominationis aliquam partem aliquotam cum fractione vel sine fractione. Volo dicere, quod signato quocumque numero rerum divisibilium talis numerus habet medietatem, tertiam, quartam, quintam, sextam, septimam et sic in infinitum.* Thomas 1509, S. 45.

[230] *[...] supra quemcumque numerum rerum divisibilium contingit dare numerum continentem ipsum et medietatem et alium continentem ipsum et unam tertiam et duas tertias aut tres quartas et sic de q[u]ibuscumque aliis partibus aliquotis.* Thomas 1509, S. 45.

[231] *[...] quodlibet continuum est duplum ad suam medietatem, triplum ad tertiam, quadruplum ad quartam, sesquialterum ad duas tertias et sic de qualibet alia specie proportionis.* Thomas 1509, 43.

[232] *[...] omnis proportio habet medietatem, tertiam, quartam et sic in infinitum.* Thomas 1509, S. 45.

[233] *[...] si aliquae duae quantitates continu[o] se habeant in aliqua proportione rationali vel irrationali, dabilis est una tertia qualibet illarum maior, quae se habeat in eadem proportione ad maiorem illarum, ut si 4 et 2 se habeant in aliqua proportione, dabilis est alter numerus, puta 8, qui in eadem proportione se habeat ad 4, et si diameter A se habeat in aliqua proportione ad costam B, dabilis est una alia quantitas, puta C, quae se habet in eadem proportione ad B.* Thomas 1509, S. 45.

nales Verhältnis ein rationales doppeltes Verhältnis, ein rationales dreifaches [Verhältnis], rationales vierfaches [Verhältnis] und so bis ins Unendliche hat.“[234]

Und weiter: „Wenn aber [das Verhältnis] superpartikular ist zum maximalen Extremum von ihm, wird irgendeine Zahl mit und ohne Bruch hinzugefügt, die sich in demselben Verhältnis zu dem größeren Extremum befindet, wie es aus der dritten *suppositio* offensichtlich ist. Und dann wird das Verhältnis jener Zahl zur kleinsten Zahl ein doppeltes Verhältnis zu jenem superpartikularen [Verhältnis] sein, weil dort drei stetig proportionale Terme und so weiter sein werden. Und auf diese Art und Weise könnte man 5 Terme oder 6 oder 7 aufstellen, die stetig proportional sind, wenn ein superpartikulares Verhältnis gegeben wurde, und so bis ins Unendliche. Daher wird zu ihm ein rationales vierfaches, fünffaches, sechsfaches [Verhältnis] und so bis ins Unendliche angegeben werden [können]. Und auf diese Art und Weise wirst du es von jeder möglichen Klasse der rationalen Verhältnisse beweisen.“[235]

2. *conclusio*:

„Obwohl ein beliebiges rationales Verhältnis in irgendeinem vielfachen Verhältnis von irgendeinem rationalen Verhältnis übertroffen wird, so dass ein beliebiges rationales Verhältnis ein rationales doppeltes [Verhältnis], dreifaches [Verhältnis], vierfaches [Verhältnis] und so bis ins Unendliche hat, hat nichtsdestotrotz kein beliebiges rationales Verhältnis einen rationalen, durch 2 geteilten [Quotienten], durch 3 geteilten [Quotienten], durch 4 geteilten [Quotienten] und so weiter.“[236]

3. *conclusio*:

„Irgendein rationales Verhältnis kann doppelt, dreifach, vierfach und so bis ins Unendliche zu irgendeinem irrationalen Verhältnis sein.“[237]

4. *conclusio*:

„Ein beliebiges rationales Verhältnis kann kommensurabel zu irgendeinem irrationalen Verhältnis sein.“[238]

---

[234] *[...] quaelibet proportio rationalis in qualibet proportione multiplici ab aliqua rationali exceditur. Hoc est, qua[e]libet proportio rationalis habet proportionem duplam, triplam, quadruplam et sic in infinitum rationales.* Thomas 1509, S. 45.

[235] *Si vero illa sit superparticularis ad maximum extremum eius, addetur aliquis numer[u]s cum fractione vel sine habens se in eadem proportione ad illud maius extremum, ut patet ex tertia suppositione, et tunc illius numeri ad minimum numerum erit proportio dupla ad illam superparticularem, quia ibi erunt tres termini continuo proportionabiles et cetera. Et isto modo poteris const[r]uere 5 terminos, 6, 7 continuo proportionabiles illa proportione superparticulari data et sic in infinitum, igitur dabitur ad eam quadrupla, quintupla, sextupla rationalis et sic in infinitum. Et eodem modo probabis de quocumque genere proportionum rationalium.* Thomas 1509, S. 45f.

[236] *[...] quamvis quaelibet proportio rationalis in qualibet proportione multiplici ab aliqua proportione rationali excedatur, ita quod quaelibet proportio rationalis habeat duplam, triplam, quadruplam rationales et sic in infinitum, nihilominus non quaelibet proportio rationalis habet subduplam, subtriplam, subquadruplam rationales et cetera.* Thomas 1509, S. 46.

[237] *[...] aliqua proportio rationalis est dupla, tripla, quadrupla et sic in infinitum alicui proportioni irrationali.* Thomas 1509, S. 46.

[238] *[...] quaelibet proportio rationalis est commensurabilis alicui proportioni irrationali.* Thomas 1509, S. 46.

5. *conclusio*:

„Nicht jedes irrationale Verhältnis ist ein durch 2 geteilter oder ein durch 3 geteilter [Quotient] und so weiter in Bezug auf irgendein [anderes], irrationales [Verhältnis]. Ja, vielmehr gibt es viele irrationale [Verhältnisse], die ein durch 2 geteilter [Quotient] oder ein durch 3 geteilter [Quotient] und so weiter in Bezug zu rationalen [Verhältnissen] sind.“[239]

6. *conclusio*:

„Ein beliebiges Verhältnis wird in einem beliebigen rationalen Verhältnis von irgendeinem rationalen oder irrationalen Verhältnis übertroffen.“[240]

7. *conclusio*:

„Ein beliebiges Verhältnis übertrifft in einem beliebigen rationalen Verhältnis irgendein rationales oder irrationales [Verhältnis].“[241]

8. *conclusio* in Form einer *investigatio*:

„Achte *conclusio*, die [auch] *conclusio* zur Konstruktion eines Mittels genannt wird: Wenn zwei gerade Strecken gegeben sind, die proportional gemäß einem rationalen oder irrationalen Verhältnis sind und in gerader Richtung nebeneinander liegen und verbunden sind, [darüber] ein Halbkreis gezeichnet wird, und von einem gemeinsamen Medium oder Punkt, in dem sie vereinigt werden, eine gerade rechtwinklige Linie bis zur Peripherie des Halbkreises gezogen wird, wird eine solche Strecke [den Halbkreis] gemäß einer stetigen Proportionalität zwischen den gegebenen Strecken teilen. Der Sinn dieser *conclusio* ist ein solcher: Wenn du zwischen zwei proportionalen Strecken gemäß einem doppelten Verhältnis oder irgendeinem anderen [Verhältnis] eine [Strecke] finden willst, die sich in demselben Verhältnis zur kleineren [Strecke] verhält, in dem sich die größere [Strecke] zu ihr selbst verhält, verbinde jene zwei Strecken und konstruiere einen Halbkreis über sie. Und von dem Punkt, in dem sich jene zwei Strecken verbinden, entspringe gerade und rechtwinklig eine weitere Strecke bis zum Umkreis des Kreises. Und das ist die Strecke, die gesucht wird. Und das Verhältnis der größeren Strecke zu jener mittleren [Strecke] ist die Hälfte des Verhältnisses, das zwischen der größeren [Strecke] und der sehr kleinen [Strecke] ist, wenn sie verbunden sind. Ein Beispiel dieser *conclusio* ist in dieser Figur offensichtlich.“[242]

---

[239] *[...] non omnis proportio irrationalis est subdupla aut subtripla et sic consequenter ad aliquam irrationalem, immo multae irrationales sunt subduplae aut subtriplae et cetera[e] ad rationales.* Thomas 1509, S. 46.

[240] *[...] quaelibet proportio in qualibet proportione rationali ab aliqua proportione rationali vel irrationali exceditur.* Thomas 1509, S. 46.

[241] *[...] quaelibet proportio in qualibet proportione rationali aliquam rationalem vel irrationalem excedit.* Thomas 1509, S. 46.

[242] *Octava conclusio, quae vocatur conclusio mediae rei inventionis. Si datis duabus rectis lineis proportionabilibus proportione rationali vel irrationali in directum protractis coniunctis atque ligatis describatur semicirculus, et a communi medio sive puncto, in quo uniuntur, elevetur linea directe orthogonaliter ad peripheriam usque semicirculi, talis linea secundum continuam proportionalitatem inter datas lineas mediabit. Huius conclusionis sensus talis est: si velis inter duas lineas proportionabiles proportione dupla aut quacumque alia invenire unam, quae se habeat in eadem proportione ad minorem, in qua se habet maior ad ipsam, coniunge illas duas lineas, et super illas describas semicirculum, et a puncto, in quo iunguntur illae duae lineae, oriatur directe et orthogonaliter una alia linea usque ad circumferentiam circuli, et illa est linea, quae quaeritur, et proportio maioris lineae ad illam mediam est medietas proportionis, quae est*

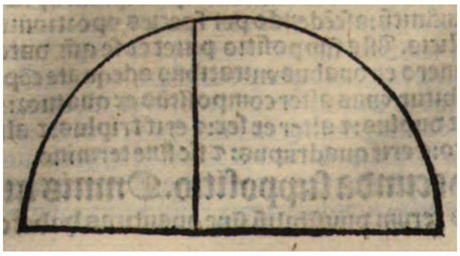


Abb. 4.18: Alvarus Thomas, *Liber de triplici motu*, S. 46.

Alvarus Thomas verweist am Ende der *conclusio* auf das Kapitel zur Proportionalität in Bradwardines *Geometria* und auf die 13. *propositio* des sechsten Kapitels in Euklids *Elementa*.

9. *conclusio* in Form einer *investigatio*:

„Um den durch 2 geteilten [Quotienten] eines doppelten [Verhältnisses] zu finden oder irgendeines anderen [Verhältnisses], stelle man zwei Strecken auf, die sich in dem Verhältnis befinden, dessen Mittel man sucht. Und man finde die mittlere Strecke zwischen ihnen durch die Kunst der vorhergehenden *conclusio*. Und dann wird das [Verhältnis] der größeren Strecke zu jener mittleren [Strecke] und auch das [Verhältnis] jener mittleren [Strecke] zur kleinsten [Strecke] das Verhältnis sein, das der mittlere [Term] oder das Mittel eines solchen Verhältnisses ist. Und wenn du ein durch 4 geteiltes Verhältnis finden willst, finde eine mittlere Strecke zwischen der ersten [Strecke] und der zweiten [Strecke] und eine andere zwischen der zweiten [Strecke] und der dritten [Strecke], und dann wird ein beliebiges jener dazwischen liegenden [Verhältnisse] durch 4 geteilt sein, weil dort 5 stetig proportionale Terme sein werden. Daher ist das Verhältnis des Extremum zum Extremum ein vierfaches [Verhältnis] zu einem beliebigen dazwischenliegenden [Verhältnis]. Und wenn du ein durch 8 geteiltes [Verhältnis] finden willst, nachdem du ein durch 4 teilbares [Verhältnis] zwischen zwei beliebigen Strecken gefunden hast, die sich unmittelbar verhalten, hebe es um eine [dazwischen liegende Stecke] an. Und wenn du ein durch 16 geteiltes [Verhältnis] finden willst, nachdem du ein durch 8 teilbares [Verhältnis] zwischen zwei beliebigen [Strecken] gefunden hast, hebe es um eine [dazwischen liegende Strecke] nach der Kunstfertigkeit der vorhergehenden *conclusio* an und so bis ins Unendliche durch Verdoppeln [des Verhältnisses].“[243]

inter illam lineam maiorem et minimam sic coniunctas. Exemplum huius conclusionis patet in hac figura. Thomas 1509, S. 46.

[243] *[...] ad inveniendam proportionem subduplam duplae aut alicuius alterius constituantur duae lineae se habentes in proportione illa, cuius medietas quaeritur, et inveniatur media linea inter eas per artem praecedentis conclusionis, et tunc maioris lineae ad illam mediam et etiam illius mediae ad minimam erit proportio, quae est media sive medietas talis proportionis. Et si velis invenire subquadruplam proportionem, invenias lineam mediam inter primam et secundam et unam aliam inter secundam et tertiam, et tunc quaelibet illarum intermediarum erit subquadrupla, quia erunt ibi 5 termini continuo proportionabiles, igitur proportio extremi ad extremum est quadrupla ad quamlibet intermediam. Et si vis invenire suboctuplam, postquam invenisti subquadruplam inter quaslibet duas lineas immediate se habentes, eleva unam. Et si vis invenire subsexdecuplam, postquam invenisti suboctuplam inter quaslibet duas, eleva unam artificio praecedentis conclusionis, et sic in infinitum duplicando.* Thomas 1509, S. 47.

10. *conclusio*:

„Obwohl es leicht ist, zu einem beliebigen Verhältnis einen durch 2 geteilten [Quotienten] zu finden, einen durch 4 geteilten [Quotienten], einen durch 8 geteilten [Quotienten] oder durch 16 geteilten [Quotienten] und so weiter bis ins Unendliche durch Aufsteigen mit Zahlen, die *pariter par* sind, ist es dennoch schwierig einen durch 3 geteilten [Quotienten], einen durch 5 geteilten [Quotienten] oder einen durch 6 geteilten [Quotienten] durch Aufsteigen mit ungeraden Zahlen oder Zahlen zu finden, die *impariter* par sind."[244]

probatio: „Der erste Teil ist aus der vorherigen *conclusio* offensichtlich, und der zweite [Teil] ist mir durch einen Versuch bekannt, obwohl Nikolaus Oresme in seinem Traktat der Proportionen im vierten Kapitel ein Verfahren durch die Kunst der Konstruktion eines Mittels bieten will, um ein durch 2, durch 3 oder durch 3/2 geteiltes Verhältnis zu finden."[245]

obiectatio: „Aber durch das Urteil und die Kraft der Autorität des Slavus Melior, eines so besonders in den mathematischen Wissensgebieten umsichtigen Mannes, scheint mir, dass durch die Kunst der Konstruktion eines Mittels keine vier Strecken gefunden werden können, die sich stetig proportional verhalten. Das zeige ich so, weil nach der Erfassung von zwei Linien, die sich in einem doppelten Verhältnis verhalten, um vier stetig proportionale Strecken zu finden, es notwendig ist, zwischen jenen zwei [Strecken] zwei andere stetig proportionale [Strecken] zu finden, nämlich zwischen sich und mit den Extremen, wie er selbst zugibt. Aber das kann nicht geschehen durch die Konstruktion eines Mittels. Daher. Der Untersatz wird bewiesen: Denn entweder wird eine jener zwei Strecken, die zwischen zwei [Strecken] gefunden wird, durch jene Kunst gefunden oder nicht. Wenn nicht, dann schlage ich notwendigerweise ich vor, eine andere Kunst zu geben. Wenn doch, dann ist es ersichtlich, dass jene [Strecke] an der mittleren Stelle proportional zwischen zwei Strecken liegt, die sich in einem doppelten Verhältnis verhalten. Und folgerichtig wird [das Verhältnis] der größeren Strecke zu sich und auch das [Verhältnis] von sich zu der sehr kleinen [Strecke] ein Verhältnis sein, das das Mittel des doppelten [Verhältnisses] ist. Und dann frage ich nach der Konstruktion der zweiten Strecke, die dazwischen liegt, weil entweder jener [Sache] durch die Kunst der Konstruktion eines Mittels gefunden wird oder nicht. Wenn nicht, habe ich einen Vorschlag. Wenn ja, frage ich, ob jenes [Verhältnis] durch jene Kunst zwischen der mittleren [Strecke] und der letzten Strecke oder zwischen der ersten [Strecke] und der mittleren [Strecke] gefunden werden muss. Aber keine dieser [Möglichkeiten] darf genannt werden. Daher. Der Untersatz wird bewiesen: Denn wenn eine [Strecke] zwischen der mittleren [Strecke] und der letzten [Strecke] gefunden wird, werden jetzt jene vier Strecken nicht stetig proportional sein, weil ja das [Verhältnis] der ersten [Strecke] zur zweiten [Strecke] das Mittel des doppelten [Verhältnisses] ist, und das [Verhältnis] der zweiten [Strecke] zur dritten [Strecke] und auch das [Verhältnis] der dritten [Strecke] zur vierten [Strecke] ein durch 4 geteiltes [Verhältnis] des doppelten [Verhältnisses] sein wird, weil es das Mittel des Mittels des doppelten [Verhältnisses] sein wird, wie

[244] *[...] quamvis facile sit cuilibet proportioni invenire subduplam, subquadruplam, suboctuplam, subsexdecuplam et sic in infinitum ascendendo per numeros pariter pares, difficile tamen est subtriplam, subquintuplam, subsextuplam et sic in infinitum per numeros impares vel impariter pares ascendendo invenire.* Thomas 1509, S. 47.

[245] *Prima pars patet ex priori conclusione, et secunda est mihi experimento comperta, quamvis Nicholaus Horen in suo tractatu proportionum capite quarto velit dare modum per artem mediae rei inventionis ad inveniendam proportionem et subduplam et subtriplam et subsesquialteram.* Thomas 1509, S. 47.

es aus der neunten *conclusio* dieses [Kapitels] offensichtlich ist. Wenn es aber zwischen der ersten [Strecke] und der mittleren [Strecke] gefunden wird, folgt dasselbe.“[246]

Korollar: „Daraus folgt, dass Oresme die Lehre nicht überliefert hat, um ein Verhältnis zu finden, das aus zwei Dritteln eines doppelten Verhältnisses zusammengesetzt ist, nämlich ein durch 3/2 geteiltes [Verhältnis] zu einem doppelten [Verhältnis]. Das wird bewiesen, weil – wie seine Worte klingen – es zu bestätigen scheint, dass jene Strecken durch die Kunst der Konstruktion eines Mittels gefunden werden müssen, was [aber] nicht gehalten werden kann, wie es bewiesen wurde. Und wenn dies nicht die Aufmerksamkeit und der ehrwürdige Geist des Lehrers war, würde die Gnade von Nikolaus Oresme für die Schwäche und Bedeutungslosigkeit meines kleinen Genius gegeben. Daher kann jeder auswählen, was er will, und beweisen, dass ich eher wissbegierig als böswillig bin.“[247]

Kapitel 2.8

Das achte Kapitel behandelt die Zunahme und die Abnahme von Verhältnissen. Es beginnt mit fünf *suppositiones*. Daraus leitet Alvarus Thomas acht *conclusiones* ab.

Die *suppositiones*

1. *suppositio*:

„Ein Verhältnis zu vergrößern oder zu vermehren kommt auf vielfacher Art und Weise zu Stande: Denn entweder wird der größeren Zahl etwas hinzugefügt, während die kleinere [Zahl] unverändert bleibt oder abnimmt, oder der kleineren [Zahl] wird etwas weggenommen, während die größere [Zahl] unverändert bleibt oder zunimmt, oder beide [Zahlen] nehmen zu, wobei dennoch die größere [Zahl] proportional schneller zunimmt als die kleinere [Zahl], oder beide [Zahlen] werden vermindert, wobei dennoch die kleinere [Zahl] schneller vermindert wird als die größere [Zahl].“[248]

---

[246] *Sed Salvo Meliori i[u]dicio et auctoritate tam circuaspecti viri signanter in mathemathicis scientiis videtur mihi, quod per artem mediae rei inventionis non possunt inveniri quatuor lineae continuo proportionabiliter se habentes. Quod sic ostendo, quia captis duabus lineis se habentibus in proportione dupla ad inveniendam quatuor lineas continuo propprtionabiles oportet inter illas duas invenire alias duas continuo proportionabiles inter se et cum extremis, ut ipsemet fatetur, sed hoc non potest fieri per medii rei inventionem, igitur. Minor probatur, quia vel prima illarum duarum linearum, quae inveni[a]tur inter illas duas, invenitur per illam artem vel non. Si non, habeo proproposítum, quod oportet dare aliam artem, si sic, tum manifestum est, quod illa erit medio loco proportionabilis inter lineas se habentes in proportione dupla, et per consequens maioris lineae ad ipsam, et etiam ipsius ad minimum erit proportio, quae est medietas duplae, et tunc quaero de inventione secundae lineae intermediae, quia vel ille invenietur per artem mediae rei inventionis vel non. Si non, habeo propositum. Si sic, quaero, [an] vel illa debe[a]t inveniri per illam artem inter illam mediam lineam et ultimam vel inter primam et illam mediam? Sed neutrum istorum est dice[n]dum, igitur. Probatur minor, quoniam si inveniatur inter mediam et ultimam, iam illae quatuor lineae non erunt continuo proportionabiles, quoniam primae ad secundam erit medietas duplae, et secundae ad tertiam et etiam tertiae ad quartam erit subquadrupla duplae, quia erit medietas medietatis duplae, ut patet ex nona conclusione huius, si vero inveniatur inter primam et mediam, idem sequitur.* Thomas 1509, S. 47.

[247] *Ex quo sequitur Horen non tradidisse doctrinam ad inveniendam proportionem compositam ex duabus tertiis proportionis duplae, puta subsequialteram ad duplam. Probatur, quia – ut sonant verba eius – videtur innuere illas lineas inveniendas esse per artem mediae rei inventionis, quod stare non potest, ut probatum est. Et si haec non fuit intentio et mens venerabilis magistri, Nicolai Horen detur imbecillitati et parvitati ingenioli mei venia. Eligat igitur unusquisque, quod vult, et me magis studiosum quam malivolum probet.* Thomas 1509, S. 47.

[248] *[...] augere sive augmentare aliquam proportionem contingit multipliciter, aut enim maiori numero aliquid additur minore invariato aut decrescente, aut minori aliquid demitur maiore non variato aut crescente, aut*

2. *suppositio*:

„Ein Verhältnis zu vermehren bedeutet, jenem Verhältnis ein Verhältnis hinzuzufügen, während die übrigen [Gegebenheiten] gleich sind, wie ein doppeltes Verhältnis zu vergrößern bedeutet, ihm irgendein Verhältnis hinzuzufügen, während die übrigen anderen [Gegebenheiten] gleich bleiben.“[249]

3. *suppositio*:

„Daraus folgt die dritte *suppositio*, nämlich nach der Aufstellung eines beliebigen Verhältnisses und zwei anderen kleineren [Verhältnissen] herauszufinden, ob jenes größere [Verhältnis] genau aus jenen zwei kleineren [Verhältnissen] zusammengesetzt wird. Zum Beispiel nach der Aufstellung eines doppelten Verhältnisses und [zweier] kleinerer [Verhältnisse], [nämlich] eines anderthalbfachen [Verhältnisses] und eines vierdrittelfachen [Verhältnisses], gilt es nachzusehen, ob das doppelte [Verhältnis] genau aus dem anderthalbfachen [Verhältnis] und dem vierdrittelfachen [Verhältnis] zusammengesetzt ist.“[250]

4. *suppositio*:

„Ein Verhältnis von größerer Ungleichheit zu vermindern bedeutet, von ihm irgendein Verhältnis von größerer Ungleichheit wegzunehmen, während die übrigen [Gegebenheiten] gleich bleiben. Und das ist eine *definitio*. So kommt es auch auf so viele Art und Weisen zu Stande, ein Verhältnis von größerer Ungleichheit zu vermindern, durch wie viele Art und Weisen es zu Stande kommt, es zu vermehren, worüber in der ersten *suppositio* gesprochen wird.“[251]

5. *suppositio*:

„Ein Verhältnis von größerer Ungleichheit wird immer mehr vermindert durch die Zunahme der kleineren Terms, während der größere [Term] unverändert bleibt, als durch die gleiche Abnahme des größeren [Terms], während der kleinere [Term] nicht verändert wird und die übrigen [Gegebenheiten] gleich bleiben. Und immer wächst ein Verhältnis mehr durch die Abnahme der kleineren Terms als durch die gleiche Zunahme des größeren [Terms], während die übrigen [Gegebenheiten] gleich bleiben.“[252]

---

utroque crescente, velocius tamen proportionabiliter crescente maiore quam minore, aut utroque diminuto, velocius tamen proportionabiliter diminuto minore quam maiore. Thomas 1509, S. 47.

[249] *[...] augmentare proportionem est addere proportioni proportionem ceteris paribus, ut augere duplam est ei addere aliquam proportionem ceteris aliis manentibus paribus.* Thomas 1509, S. 47.

[250] *Ex quo sequitur tertia suppositio proposita una proportione quavis et duabus aliis minoribus investigare, utrum illa maior ex illis duabus minoribus adaequate componitur, ut proposita proportione dupla et sesquialtera et sequitertia minoribus videre, utrum dupla ex sesquialtera et sesquitertia adaequate componatur.* Thomas 1509, S. 47.

[251] *[...] diminuere proportionem maioris inaequalitatis est ab ea demere aliquam proportionem maioris inaequalitatis ceteris paribus. Et haec definitio est. Contingit autem tot modis proportionem maioris inaequalitatis diminui, quot modis ipsam contingit augeri, de quibus in prima suppositione [dicitur].* Thomas 1509, S. 48.

[252] *[...] semper plus diminuitur proportio maioris inaequalitatis per augmentum minoris termini maiore non variato quam per aequale decrementum maioris minore non variato, ceteris paribus. Et semper plus crescit proportio per decrementum minoris termini quam per aequa[le] augmentum maioris ceteris paribus.* Thomas 1509, S. 48.

1. Korollar: „Ein Verhältnis größerer Ungleichheit wird irgendwann genau so viel durch den Zuwachs der kleineren Zahl vermindert, während die übrigen [Gegebenheiten] gleich bleiben, wie es durch die gleiche Abnahme der größeren Zahl vermindert wird.“[253]

2. Korollar: „Ein Verhältnis bleibt durch die gleiche Abnahme des größeren Terms und sogleich den gleichen Zuwachs des kleineren [Terms] als Verhältnis gleich.“[254]

Die *conclusiones*

1. *conclusio*:

„Wenn beide von zwei ungleichen *latitudines* stetig gleichförmig in gleicher Zeit oder in ungleicher [Zeit] vermindert werden, indem die gleiche *latitudo* ganz und gar verloren wird, [dann] verliert die kleinere *latitudo* ein größeres Verhältnis als die größere [*latitudo*]. Das bedeutet, dass zwischen derselben kleineren *latitudo* am Anfang der *diminutio* und sich selbst am Ende ein größeres Verhältnis sein wird, als es zwischen der anderen größeren *latitudo* am Anfang und sich selbst am Ende [bestehen wird].“[255]

exemplum: „Wenn zum Beispiel nach der Erfassung von zwei *latitudines*, nämlich eine [*latitudo*] von einem Fuß und eine [*latitudo*] von zwei Fuß oder eine [*latitudo*] von einer Stufe und eine [*latitudo*] von zwei Stufen – das spielt keine Rolle – die *latitudo* von einem Fuß in einer Stunde gleichförmig einen halben Fuß verliert, und die *latitudo* von zwei Fuß in so großer Zeit, oder mehr oder weniger [Zeit] – das hängt nicht vom Vorgeschlagenen ab – gleichförmig genau einen halben Fuß verliert, [dann] verliert der eine Fuß ein größeres Verhältnis als der halbe Fuß. Wie zwischen dem einen Fuß am Anfang und sich selbst am Ende ein doppeltes Verhältnis ist, [so] ist zwischen den zwei Fuß aber am Anfang und sich selbst am Ende ein anderthalbfaches Verhältnis.“[256]

1. Korollar: „Wenn irgendeine größere *latitudo*, nämlich A, in irgendeiner Zeit stetig gleichförmig irgendeinen Teil von sich verliert, und eine andere kleinere *latitudo*, nämlich B, stetig gleichförmig in einer so großen Zeit, in einer größeren [Zeit] oder kleineren [Zeit] – darum sorge ich mich nicht – einen genau so großen Teil von sich verliert, ist das Verhältnis zwischen der kleineren *latitudo* in der Mitte der ersten Hälfte der Zeit, in der sie vermindert wird, und sich selbst in der Mitte der zweiten Hälfte derselben Zeit größer als zwischen der größeren *latitudo* in der Mitte der ersten Hälfte der Zeit, in der sie vermindert wird, und sich selbst in der Mitte der zweiten Hälfte derselben Zeit.“[257]

---

[253] *[...] aliquando tantum diminuitur proportio maioris inaequalitais per crementum minoris numeri adaequate ceteris paribus, quantum diminuitur per aequale decrementum maioris numeri.* Thomas 1509, S. 48.

[254] *[...] per aequale decrementum maioris termini et simul aequale crementum minoris proportio manet aequalis.* Thomas 1509, S. 48.

[255] *[...] si utraque duarum latitudinum inaequalium uniformiter continuo diminuatur sive in tempore aequali sive inaequali perdendo aequalem latitudinem omnino, maiorem proportionem deperdet minor latitudo quam maior, hoc est, inter ipsam minorem latitudinem in principio diminutionis et seipsam in fine erit maior proportio quam inter alteram maiorem latitudinem in principio et seipsam in fine.* Thomas 1509, S. 48.

[256] *[...] ut captis duabus latitudinibus, puta pedali et bipedali sive unius gradus et duorum graduum (non est cura), si latitudo pedalis perdat in hora uniformiter semipedale, et latitudo bipedalis in tanto tempore vel maiore vel minori (Non impedit propositum) perdat uniformiter semipedale adaequate, maiorem proportionem deperdit pedale quam semipedale, quam inter pedale in principio et seipsum in fine est proportio dupla, inter bipedale vero in principio et seipsum in fine est proportio sesquialtera.* Thomas 1509, S. 48.

[257] *[...] si aliqua latitudo maior, puta A, uniformiter continuo in aliquo tempore deperdat aliquam partem sui, et una alia latitudo minor, puta B, deperdat continuo uniformiter in tanto tempore, maiori vel minori (non*

2. Korollar: „Wenn die größere *latitudo* einer Bewegung A und die kleinere [*latitudo* einer Bewegung] B stetig gleichförmig in gleicher oder ungleicher Zeit vermindert werden, indem sie genau die gleiche *latitudo* verliert, [dann] ist das Verhältnis zwischen der Bewegung B am Anfang der Zeit, in der sie selbst vermindert wird, und sich selbst am Ende einer solchen Zeit größer als das [Verhältnis] zwischen der Bewegung A am Anfang der Zeit, in der sie selbst vermindert wird, und sich selbst am Ende derselben Zeit. Und ebenso ist das Verhältnis zwischen der Bewegung B in der Mitte der ersten Hälfte der Zeit, in der sie selbst vermindert wird, und sich selbst in der Mitte der zweiten Hälfte derselben Zeit größer als das [Verhältnis] zwischen der Bewegung A in der Mitte der ersten Hälfte der Zeit, in der sie selbst vermindert wird, und sich selbst in der Mitte der zweiten Hälfte derselben Zeit.“[258]

2. *conclusio*:

„Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht, und der größere jener Terme irgendein Verhältnis erwirbt, während der kleinere [Term] unverändert bleibt, oder der kleinere Term irgendein Verhältnis verliert, während der größere [Term] unverändert bleibt, [dann] wird das Verhältnis zwischen jenen Termen vermehrt.“[259]

1. Korollar: „Immer wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht und beide [Terme] anwachsen, der größere Term ein größeres Verhältnis als der kleinere [Term] erwirbt, dann wird das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vergrößert.“[260]

2. Korollar: „Wenn zwei Terme gegeben werden, zwischen denen ein Verhältnis größerer Ungleichheit ist, und beide Terme vermindert werden, und der kleinere [Term] ein größeres Verhältnis verliere, als der größere [Term] verliert, [dann] wird das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vergrößert.“[261]

curo) tantam partem adaequate sui, maior proportio est inter latitudinem minorem in medio instanti primae medietatis temporis, in quo ipsa diminuitur, et seipsam in medio instanti secundae medietatis eiusdem tempori quam inter latitudinem maiorem in instanti medio primae medietatis temporis, in quo ipsa diminuitur, et seipsam in instanti medio secundae medietatis eiusdem temporis. Thomas 1509, S. 48.

[258] *[...] si latitudo motus A maior et B minor diminuantur uniformiter continuo in tempore aequali vel inaequali perdendo adaequate aequalem latitudinem, maior est proportio inter motum B in principio temporis, in quo ipse diminuitur, et seipsum in fine talis temporis quam inter motum A in principio temporis, in quo ipse diminuitur, et seipsum in fine eiusdem temporis, et similiter maior est proportio inter motum B in instanti medio primae medietatis temporis, in quo ipse diminuitur, et seipsum in instanti medio secundae medietatis eiusdem temporis quam inter motum A in instanti medio primae medietatis temporis, in quo ipse diminuitur, et seipsum in instanti medio secundae medietatis eiusdem temporis.* Thomas 1509, S. 49.

[259] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et maior illorum terminorum acquirit aliquam proportionem stante minore invariato, vel minor terminus deperdit aliquam proportionem invariato maiore, proportio inter illos terminos augmentatur.* Thomas 1509, S. 49.

[260] *[...] cum inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et utroque crescente maiorem proportionem acquirit maior terminus quam minor, tunc proportio inter datos terminos augetur.* Thomas 1509, S. 49.

[261] *[...] datis duobus terminis, inter quos est proportio maioris inaequalitatis, et diminuatur uterque terminus minore maiorem proportionem deperdente, quam maior [deperdit], proportio inter datos terminos augetur.* Thomas 1509, S. 49.

3. Korollar: „Wenn zwei Terme sich in einem Verhältnis größerer Ungleichheit verhalten, und der kleinere [Term] irgendeinen Teil verliert, und der größere [Term] einen [Teil] erwirbt, [dann] wird das Verhältnis zwischen jenen Termen vergrößert.“[262]

3. *conclusio*:

„Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit ist, und der größere [Term] von ihnen wird vermindert, während der kleinere [Term] fest steht, oder der kleinere [Term] vergrößert wird, während der größere [Term] bleibt, [dann] wird das Verhältnis zwischen jenen Termen vermindert.“[263]

1. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen zwei Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht, und beide [Terme] abnehmen, und der größere [Term] ein größeres Verhältnis verliert als der kleinere [Term, dann] wird das Verhältnis zwischen jenen vermindert. Und wenn beide [Terme] wachsen, und der kleinere [Term] ein größereres Verhältnis als der größere [Term] erwirbt, [dann] wird das Verhältnis zwischen ihnen vermindert.“[264]

2. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit ist, und der größere [Term] abnimmt, und der kleinere [Term] wächst, aber dennoch kleiner bleibt, [dann] wird das Verhältnis zwischen jenen Termen vermindert.“[265]

4. *conclusio*:

„Wenn zwischen irgendwelchen Termen irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht, und jeder der beiden Terme ein gleiches Verhältnis erwirbt oder verliert, dann wird das Verhältnis zwischen ihnen weder vergrößert noch vermindert.“[266]

1. Korollar: „Wenn jeder zweier gleicher Terme gleich schnell und stetig proportional wächst oder abnimmt, bleibt zwischen jenen Termen dasselbe Verhältnis. Und wenn stetig zwischen jenen zwei Termen, zwischen denen das Verhältnis größerer Ungleichheit ist, dasselbe Verhältnis bleibt, und sie wachsen oder abnehmen, [dann] wachsen sie stetig gleich schnell und proportional oder sie nehmen [so] ab.“[267]

2. Korollar: „Wenn ein Verhältnis eines größeren [Terms] zu einem kleineren [Term] verkleinert würde, und beide Terme verkleinert würden, wird der größere [Term] proportional

[262] *[...] quando duo termini se habent in proportione maioris inaequalitatis, et minor perdit aliquam proportionem, et maior acquirit, proportio inter illos terminos augetur.* Thomas 1509, S. 49.

[263] *[...] q[u]ando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et maior illorum diminuitur stante minore, vel minor augetur stante maiore, proportio inter illos terminos diminuitur.* Thomas 1509, S. 49.

[264] *[...] quando inter aliquos duos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et utroque decrescente maiorem proportionem deperdit maior quam minor, proportio inter illos diminuitur, et utroque crescente maiorem proportionem acquirat minor quam maior, proportio inter illos diminuitur.* Thomas 1509, S. 50.

[265] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et maior decrescit crescente minore manente tamen minore, proportio inter illos terminos diminuitur.* Thomas 1509, S. 50.

[266] *[...] quando inter aliquos terminos est aliqua proportio maioris inaequalitatis, et uterque terminus aequalem proportionem acquirit vel deperdit, tunc proportio inter illos nec augetur nec diminuitur.* Thomas 1509, S. 50.

[267] *[...] si uterque duorum terminorum aequalium aeque velociter proportionabiliter crescat vel descrescat continuo, inter illos terminos continuo manet eadem proportio, et si continuo inter duos terminos, inter quos est proportio maioris inaequalitatis, crescentes vel descrescentes, maneat eadem proportio, continuo aeque velociter proportionabiliter crescunt vel descrescunt.* Thomas 1509, S. 50.

schneller als der kleinere [Term] verkleinert werden. Und wenn jenes Verhältnis durch eine *maioratio* beider Termen verkleinert werden würde, [dann] wird der größere [Term] proportional langsamer als der kleinere [Term] vergrößert.“[268]

3. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht, und beide Terme wachsen, zwischen der zum größeren Term zugefügten [*latitudo*] und der zum kleineren Term zugefügten [*latitudo*] ein größeres Verhältnis als zwischen jenen Termen ist, dann wird das gegebene Verhältnis vergrößert. Und wenn es kleiner ist, wird das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vermindert. Und ich bemerke, dass der größere Term immer eine größere *latitudo* erwirbt, als sie der kleinere [Term] erwirbt, weil es anders nicht notwendig ist.“[269]

exemplum: „Wenn man zum Beispiel eine ein Fuß [lange Strecke] und eine zwei Fuß [lange Strecke] erfasst, zwischen denen ein doppeltes Verhältnis ist, und der eine Fuß ein Viertel eines Fußes erwirbt, und die zwei Fuß einen Fuß erwerben, dann wird das Verhältnis zwischen jenen zwei Quantitäten vergrößert, weil am Ende zwischen jenen Quantitäten ein Zwölffünftelverhältnis bleibt, welches von 12 zu 5 ist. Wenn aber der eine Fuß einen Fuß erwirbt, und die zwei Fuß einen Fuß und einen halben [Fuß] erwerben, dann wird das Verhältnis zwischen jenen zwei Quantitäten vermindert, weil am Ende ein Siebenviertelverhältnis bleibt, wie es von 7 zu 4 ist.“[270]

4. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit besteht, und während beide Terme anwachsen, das Verhältnis zwischen jenen vergrößert wird, dann ist zwischen dem, was zum größeren Term hinzugefügt wurde, und dem, was zum kleineren [Term] zugefügt wurde, ein größeres Verhältnis, als es das Verhältnis zwischen jenen Termen ist, bei denen die Erwerbung geschieht. Wenn aber das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vermindert wird, während beide wachsen, [dann] wird das Verhältnis zwischen dem, was zum größeren [Term] hinzugefügt wird, und dem, was dem kleineren [Term] zugefügt wird, kleiner sein als das [Verhältnis] zwischen den gegebenen Termen.“[271]

5. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit ist, und beide abnehmen, das Verhältnis zwischen dem, was vom größeren Term verlo-

---

[268] *[...] si proportio maioris ad minus minoretur, et uterque terminus minoretur, velocius proportionabiliter minoratur maior terminus quam minor. Et si illa proportio minoretur per maiorationem utriusque termini, tardius proportionabiliter maioratur maior quam minor.* Thomas 1509, S. 50.

[269] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis et utroque termino crescente, inter acquisitum maiori termino et acquisitum minori est maior proportio, quam sit proportio inter illos terminos, tunc data proportio augetur. Et si sit minor, proportio inter datos terminos diminuitur. Et intelligo semper maiori termino acquirente maiorem latitudinem, quam acquirat minor, quia alias non oporteret.* Thomas 1509, S. 50.

[270] *[...] ut capto pedali et bipedali inter, quae est proportio dupla, et pedali acquirente unam quartam pedalis bipedale acquirat pedale, tunc proportio inter illas duas quantitates augetur, quia in fine manet inter illas quantitates proportio dupla suprabipartiens quintas, qualis est 12 ad 5, si vero pedali acquirente pedale bipedale acquirat pedale cum dimidio, tunc proportio inter illas duas quantitates diminuitur, quia in fine manet proportio supratripartientes quartas dumtaxat, qualis est 7 ad 4.* Thomas 1509, S. 50.

[271] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et utroque termino crescente proportio inter eos augetur, tunc inter acquisitum maiori termino et acquisitum minori est {maior} proportio, quam sit proportio inter illos terminos, quibus sit acquisitio. Si autem proportio inter datos terminos diminuatur crescente utroque, inter acquisitum maiori et acquisitum minori erit minor proportio quam inter datos terminos.* Thomas 1509, S. 51.

ren geht, und dem, was vom kleineren Term verloren geht, kleiner als das zwischen den gegebenen Termen ist, dann wird das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vergrößert. Und wenn das Verhältnis zwischen jenen verlorenen [*latitudines*] größer ist, wird das Verhältnis zwischen jenen gegebenen Termen vermindert."[272]

exemplum: „Wenn man zum Beispiel eine [Strecke] von einem Fuß und eine [Strecke] von zwei Fuß erfasst, die zwei Fuß einen Fuß verlieren, und der eine Fuß ein Viertel eines Fußes [verliert], dann wird das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen vermindert. Denn am Ende einer solchen *diminutio* jener Terme bleibt ein vierdrittelfaches Verhältnis übrig, nämlich von vier Vierteln zu drei Vierteln. Und wenn die zwei Fuß einen Fuß verlieren, und der eine Fuß drei Viertel [eines Fußes], wird das Verhältnis vergrößert. Denn am Ende bleibt ein vierfaches Verhältnis von einem Fuß zu einem Viertel."[273]

6. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen ein Verhältnis größerer Ungleichheit ist, und beide Terme abnehmen, und das Verhältnis zwischen ihnen vergrößert wird, dann ist das Verhältnis von dem, was vom größeren Term verloren wurde, zu dem, was vom kleineren [Term] verloren wurde, kleiner, als es das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen am Anfang einer solchen *diminutio* ist. Und wenn jeder der beiden [Terme] abnimmt, und das Verhältnis zwischen ihnen vermindert wird, dann ist das Verhältnis von dem, was vom größeren [Term] verloren wurde, zu dem, was vom kleineren [Term] verloren wurde, größer, als es das Verhältnis zwischen den gegebenen Termen am Anfang einer solchen *diminutio* ist."[274]

nota: „Und beachte bei den vorhergenannten Korollaren, dass sie [so] eingerichtet werden müssen, dass jedes Mal der größere Term, der stetig größer bleibt, eine größere *latitudo* erwirbt oder verliert als der kleinere [Term]. Sonst werden die Korollare nicht frei von Falschheit sein, und den folgenden [Korollaren] dienen sie auf keine Art und Weise."[275]

7. Korollar: „Wenn zwei Terme gegeben worden sind, die sich in irgendeinem Verhältnis verhalten, und wenn irgendein Teil des größeren [Terms] erfasst worden ist, der sich zu einem gewissen Teil des kleineren [Terms] in dem Verhältnis verhält, in dem sich die gegebenen Terme zueinander verhalten, [dann] verhält sich der Rest des größeren [Terms] und der Rest des kleineren [Terms] auch in demselben Verhältnis der angegebenen Terme. Zum Beispiel: Man erfasse eine ein Fuß [lange Strecke] und einer zwei Fuß [lange

[272] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et utroque decrescente inter deperditum a maiori termino et deperditum a minori est minor proportio quam inter datos terminos, tunc proportio inter datos terminos maioratur, et si sit maior proportio inter illa deperdita, proportio inter datos terminos diminuitur.* Thomas 1509, S. 51.

[273] *[...] ut capto bipedali et pedali si bipedale perdat pedale, et pedale quartam pedalis, tunc pro[por]tio inter datos terminos diminuitur, quia in fine talis diminutionis illorum terminorum manet proportio sesquitertia, quatuor quartarum videlicet ad tres quartas, et si bipedale perdat pedale, et pedale tres quartas, proportio maioratur. Manet enim in fine proportio quadrupla unius pedalis ad quartam.* Thomas 1509, S. 51.

[274] *[...] quando inter aliquos terminos est proportio maioris inaequalitatis, et decrescente utroque termino proportio inter eos augetur, tunc deperditi a maiori termino ad deperditum a minori est minor proportio, quam sit proportio inter datos terminos in principio talis diminutionis. Et si utroque illorum decrescente proportio inter eos diminuitur, tunc deperditi a maiori termino ad deperditum a minori est maior proportio, quam sit proportio inter datos terminos in principio talis diminutionis.* Thomas 1509, S. 51.

[275] *Et circa praedicta correlaria adverte, quod ipsa moderanda sunt, cum maior terminus manens continuo maior maiorem latitudinem acquirit vel deperdit quam minor, alias correlaria non erunt immunia a falsitate, nec sequentibus aliquo modo servirent.* Thomas 1509, S. 51.

Strecke], und sie verhalten sich in einem doppelten Verhältnis. Und wenn ein Viertel des größeren [Terms] und ein anderes Viertel des kleineren [Terms] erfasst wurden, die sich in einem doppelten Verhältnis verhalten, verhalten sich die Reste, nämlich die drei Viertel des größeren [Terms] und die drei Viertel des kleineren [Terms], auch in einem doppelten Verhältnis, wie es leicht zu sehen ist."[276]

8. Korollar: „Wenn zwischen irgendwelchen Termen irgendein Verhältnis ist, und beide von jenen [Termen] abnehmen, zwischen ihnen stetig dasselbe Verhältnis bleibt, wird der eine [Term] von ihnen vermindert bis zu keiner Stufe, und auch der andere [Term]."[277]

5. *conclusio*:

„Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit durch den Zuwachs des größeren Extremum vergrößert wird, während das kleinere [Extremum] gleich bleibt, dann wird das gegebene Verhältnis um jenes Verhältnis größer, um das der größere Term vermehrt wird. Und wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit durch die Abnahme des kleineren Terms vergrößert wird, während der größere [Term] gleich bleibt, dann wird das gegebene Verhältnis größer durch jenes Verhältnis, das der kleinere Term verliert oder durch das der kleinere Term kleiner wird, was dasselbe ist."[278]

1. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit durch eine *maioratio* des größeren Terms und eine *minoratio* des kleineren [Terms] vergrößert wird, dann wird das gegebene Verhältnis vergrößert. Und es wird größer durch das Verhältnis, das aus dem Verhältnis, durch das der größere Term größer wird oder das der größere Term zu sich erwirbt, und aus dem Verhältnis zusammengesetzt wird, um das der kleinere Term kleiner wird oder das der kleinere Term verliert, was dasselbe ist."[279]

2. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit vergrößert wird, und beide Terme von ihm wachsen, dann wird es größer durch das Verhältnis, durch das das Ver-

[276] *[...] datis duobus terminis se habentibus in aliqua proportione et capta aliqua parte maioris se habente ad certam partem minoris in ea proportione, in qua se habent dati termini, residua maioris et minoris se habent etiam in eadem proportione dat[orum] termin[orum]. Exemplum: ut capto pedali et bipedali se habentibus in proportione dupla et capta una quarta maioris et altera quarta minoris, quae etiam se habent in proportione dupla, residua, puta tres quartae maioris et tres quartae minoris, se habent etiam in proportione dupla, ut promptum est videre.* Thomas 1509, S. 51f.

[277] *[...] quando inter aliquos terminos est aliqua proportio, et utroque illorum decrescente manet inter eos continuo eadem proportio, et alter illorum remittitur usque ad non gradum, etiam et alter.* Thomas 1509, S. 52.

[278] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis maioratur per maioris extremi crementum stante minori, tunc data proportio efficitur maior per illam proportionem, per quam maior terminus augmentatur. Et quando aliqua proportio maioris inaequalitis maioratur per minoris termini decrementum stante maiori, tunc ipsa data proportio efficitur maior per illam proportionem, quam deperdit terminus minor, sive per quam terminus minor efficitur minor, quod idem est.* Thomas 1509, S. 52.

[279] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis augetur per maiorationem maioris termini et minorationem minoris, tunc data proportio augetur et efficitur maior per proportionem compositam ex proportione, per quam maior terminus efficitur maior, sive quam supra se acquirit terminus maior, et ex proportione, per quam minor terminus efficitur minor, sive quam minor terminus deperdit, quod idem est.* Thomas 1509, S. 52.

hältnis, das zu dem größeren Term erworben wurde, das Verhältnis übertrifft, das zu dem kleineren Term erworben wurde.“[280]
3. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit vergrößert wird, und beide Terme abnehmen, dann wird das Verhältnis durch jenes Verhältnis vergrößert, durch das das Verhältnis, das von dem kleineren Term verloren wird, das Verhältnis übertrifft, das vom größeren Term verloren wird.“[281]

4. Korollar: „Wenn es vier gleiche Quantitäten gäbe, von denen die zweite dadurch anwächst, dass zu der ersten [Quantität] irgendeine Quantität hinzuerworben wird, während die anderen verbleiben, [und wenn] daraufhin die dritte [Quantität] dadurch anwächst, dass sie eine genau so große Quantität zu der zweiten [Quantität] erwirbt, wie die zweite [Quantität] zu der ersten [Quantität erworben] hat, während die erste, zweite und vierte [Quantität gleich] bleiben, [und wenn] danach die vierte [Quantität] dadurch wächst, dass sie dieselbe Quantität wie zu der dritten [Quantität] erwirbt, während die anderen alle unverändert bleiben, [dann] übertrifft am Ende das größte Verhältnis, das freilich zwischen zwei kleineren Quantitäten ist, um ein größeres Verhältnis das dritte [Verhältnis], das das kleinste jener drei Verhältnisse ist.“[282]

exemplum: „Man erfasse zum Beispiel vier [einzelne] Fuß. Wenn der zweite jener Fuß anwächst, indem er einen halben Fuß erwirbt, während die anderen sich ruhig verhalten, [und wenn] daraufhin der dritte [Fuß] jener Fuß einen halben Fuß als Quantität zu dem zweiten erwirbt, das bedeutet jetzt einen Fuß mit einer Hälfte, während die anderen unverändert bleiben, [und wenn] – während die anderen ähnlicherweise unverändert bleiben – zuletzt der vierte von ihnen anwächst, indem er genau so eine Quantität zum dritten von ihnen erwirbt, so dass es zwei Fuß mit einem halben sind, [dann] übertrifft am Ende das größte Verhältnis, das freilich das [Verhältnis] des Fußes mit der Hälfte zu dem Fuß ist, durch das größere Verhältnis das zweite Verhältnis, wie zum Beispiel das von zwei Fuß zu einem Fuß mit einer Hälfte, wie das zweite [Verhältnis] das dritte [Verhältnis] übertrifft, das das von zwei Fuß mit einer Hälfte zu zwei Fuß ist, weil das erste und größte [Verhältnis], welches anderthalbfach ist, das zweite [Verhältnis], nämlich das vierdrittelfache [Verhältnis], durch ein neunachtelfaches Verhältnis [übertrifft]. Und das zweite [Verhältnis] übertrifft aber das dritte [Verhältnis], welches ein fünfviertelfaches [Verhältnis] ist, durch ein sechzehnfünfzehntelfaches Verhältnis, wie es aus der vierten *conclusio* des vierten Kapitels dieses Teils offensichtlich ist.“[283]

[280] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis augetur utroque eius termino crescente, tunc ipsa efficietur maior per proportionem, per quam proportio acquisita maiori termino excedit proportionem acquisitam minori termino.* Thomas 1509, S. 52.

[281] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis augetur utroque eius termino decrescente, t[u]nc ipsa proportio efficitur maior per illam proportionem, per quam proportio deperdita a termino minori excedit proportionem deperditam a termino maiori.* Thomas 1509, S. 52.

[282] *[...] si sint quatuor quantitates aequales, quarum secunda stantibus aliis crescat, aliquam quantitatem acquirendo supra primam, et deinde tertia crescat stante prima, secunda et quarta tantam quantitatem adaequate acquirendo supra secundam, quantam secunda habet supra primam, et deinde quarta omnibus aliis invariatis crescat eandem quantitatem acquirendo supra tertiam, in fine proportio maxima, quae scilicet est inter duas quantitates minores, per maiorem proportionem excedit tertiam, quae est illarum trium proportionum minima.* Thomas 1509, S. 53.

[283] *[...] ut captis quatuor pedalibus si secundum illorum pedalium crescat aliis quiescentibus acquirendo semipedale, et deinde tertium illorum pedalium aliis invariatis acquirat semipedalem quantitatem supra secundum, quod iam est pedale cum dimidio, et postremo quartum illorum aliis similiter invariatis crescat acquirendo tantam quantitatem adaequate supra tertium illorum, ita quod fiat bipedale cum dimidio, in fine proportio maxima, quae videlicet est ipsius pedalis cum dimidio ad pedale, per maiorem proportionem*

5. Korollar: „Wenn es vier, stetig arithmetisch proportionale Terme gebe, übertrifft das größte Verhältnis, das freilich zwischen den zwei kleineren Termen dieser vier [Terme] besteht, das zweite Verhältnis mehr, als das zweite [Verhältnis] das dritte [Verhältnis] übertrifft, das das kleinste jener drei Verhältnisse ist, die zwischen jenen vier Termen bestehen."[284]

6. *conclusio*:

„Wenn irgendein Verhältnis durch die Abnahme des größeren Terms vermindert wird, während der kleinere [Term] fest bleibt, dann wird jenes Verhältnis um das Verhältnis kleiner, um das der größere Term kleiner wird, oder um das [Verhältnis], was der größere Term verliert. Und wenn irgendein Verhältnis durch den Zuwachs des kleineren Terms kleiner wird, während der größere [Term] fest steht, dann wird das Verhältnis zwischen jenen Termen um das Verhältnis kleiner, das der kleinere [Term] erwirbt oder um das er größer wird."[285]

exemplum: „Wenn man zum Beispiel ein doppeltes Verhältnis erfasst, das von zwei Fuß zu einem Fuß [ist], das durch die Abnahme der zwei Fuß kleiner wird, während der eine Fuß fest bleibt, [dann] wird jenes doppelte Verhältnis um das Verhältnis kleiner, das die zwei Fuß verlieren."[286]

1. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis durch die Abnahme des größeren Terms und den Zuwachs des kleineren [Terms] vermindert wird, dann wird ein solches Verhältnis kleiner durch das Verhältnis, das aus dem Verhältnis, das der größere Term verliert, und aus dem Verhältnis, das der kleinere Term gewinnt, zusammengesetzt wird."[287]

2. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit durch den Zuwachs beider Terme vermindert wird, wird es um das Verhältnis kleiner, um das das Verhältnis, das

excedit secundam proportionem, ut puta bipedalis ad pedale cum dimidio, quam istamet secunda excedit tertiam, quae est bipedalis cum dimidio ad bipedale, quia prima et maxima, quae est sesquialtera, excedit secundam, puta sesquitertiam, per proportionem sesquioctavam, secunda autem excedit tertiam, quae est sesquiquarta, per proportionem sesquiquindecimam, ut patet ex quarta conclusione quarti capitis huius partis. Thomas 1509, S. 53.

[284] *Si sint quatuor termini continuo proportionales arithmetice, proportio maxima, quae scilicet est inter terminos duos minores eorum quatuor, per plus excedit secundam proportionem, quam ista secunda excedat tertiam, quae est minima illarum trium proportionum, quae sunt inter illos quatuor terminos.* Thomas 1509, S. 54.

[285] *[...] quando aliqua proportio diminuitur per decrementum termini maioris stante minore, tunc proportio illa efficitur minor per eam proportionem, per quam maior terminus efficitur minor, sive per eam, quam terminus maior deperdit. Et quando aliqua proportio efficitur minor per crementum minoris termini stante maiore, tunc proportio inter illos terminos efficitur minor per proportione[m], quam acquirit minor terminus, sive per quam efficitur maior.* Thomas 1509, S. 54.

[286] *[...] ut capta proportione dupla bipedalis ad pedale, quae efficiatur minor per decrementum bipedalis stante pedali, proportio illa dupla efficitur minor per proportionem, quam deperdit bipedale.* Thomas 1509, S. 54.

[287] *[...] quando aliqua proportio diminuitur per decrementum maioris termini et crementum minoris, tunc talis proportio efficitur minor per proportionem compositam ex proportione, quam deperdit maior terminus, et ex proportione, quam acquirit minor.* Thomas 1509, S. 54.

vom kleineren [Term] erworben wurde, das Verhältnis übertrifft, das vom größeren [Term] erworben wurde.“[288]

3. Korollar: „Wenn irgendein Verhältnis größerer Ungleichheit durch eine Abnahme beider seiner Terme vermindert wird, [dann] wird ein solches Verhältnis um das Verhältnis kleiner, um das das Verhältnis, das vom größeren Term verloren wurde, das Verhältnis übertrifft, das vom kleineren [Term] verloren wurde.“[289]

4. Korollar: „Wenn es zwei proportionale [Terme] in irgendeinem Verhältnis größerer Ungleichheit gebe, und das Verhältnis zwischen jenen durch eine *minoratio* jeder der beiden [Terme] verkleinert würde, wird das Verhältnis, das von dem größeren [Term] verloren wurde, größer sein als das Verhältnis, das von dem kleineren [Term] verloren wurde, [und zwar] um das Verhältnis, durch das das Verhältnis zwischen dem größeren [Term] und dem kleineren [Term] kleiner werde. Das bedeutet um das Verhältnis, das zwischen dem größeren [Term] und dem kleineren [Term] verloren wird.“[290]

7. *conclusio*:

„Wenn irgendeine größere Quantität in Bezug auf eine kleinere Quantität, die unverändert bleibt, anwächst, indem es zu sich irgendein Verhältnis erwirbt, erwirbt es ein so großes Verhältnis zur kleineren Zahl, das heißt zu dem Verhältnis, das es zur kleineren Zahl hat, wie es zu sich erwirbt. Und wenn die größere Quantität, die in Bezug auf die kleinere Quantität größer bleibt, die unverändert ist, abnimmt oder irgendein Verhältnis verliert, gilt, dass sie ein so großes Verhältnis in Bezug auf die kleinere Quantität verliert, wie sie es von sich selbst verliert. Das bedeutet in dem Verhältnis, das sie zur kleineren Quantität hat.“[291]

exemplum: „Wenn man zum Beispiel ein Verhältnis erfasst, das von 12 zu 8 ist, will ich, dass die größere Zahl, nämlich 12, solange anwächst, bis sie 16 ergibt. Dann ist ersichtlich, dass die größere Zahl zu sich ein vierdrittelfaches Verhältnis erworben hat. Und ein solches erwirbt des Verhältnis von 12 zu 8, wie es fest steht. Denn am Ende wird es aus einem anderthalbfachen [Verhältnis] und einem vierdrittelfachen [Verhältnis] zusammengesetzt. Wenn aber die 12 bis zur 9 vermindert wird, und die 8 stehen bleibt, dann verliert

[288] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis diminuitur per crementum utriusque termini, ipsa efficitur minor per proportionem, per quam proportio acquisita minori excedit proportionem acquisitam maiori.* Thomas 1509, S. 54.

[289] *[...] quando aliqua proportio maioris inaequalitatis diminuitur per utriusque eius termini decrementum, talis proportio efficitur minor per proportionem, per quam proportio deperdita a maiori termino excedit proportionem deperditam a minori.* Thomas 1509, S. 54.

[290] *[...] si sint duo proportionabilia aliqua proportione maioris inaequalitatis, et proportio inter illa minoratur per utriusque minorationem, proportio deperdita a maiori erit maior proportione deperdita a minori per proportionem, per quam proportio inter maius et minus fiet minor, hoc est per proportionem, quae deperditur inter maius et minus.* Thomas 1509, S. 54.

[291] *[...] si aliqua quantitas maior crescat respectu quantitatis minoris non variatae acquirendo supra se aliquam proportionem, tantam proportionem acquirit supra numerum minorem, hoc est supra proportionem, quam habet ad numerum minorem, quantam acquirit supra se. Et si quantitas maior manens maior respectu quantitatis minoris invariatae descrescat sive perdat aliquam proportionem, quantam proportionem deperdit a seipsa, tantam deperdit respectu quantitatis minoris, hoc est a proportione, quam habet ad quantitatem minorem.* Thomas 1509, S. 54f.

das Verhältnis von 12 zu 8 ein vierdrittelfaches Verhältnis, das auch die größere Zahl verliert.“[292]

1. Korollar: „Wenn eine größere Quantität anwächst oder abnimmt, aber größer in Bezug zu die kleinere Quantität bleibt, die unverändert ist, [dann] verliert oder erwirbt sie ein so großes Verhältnis in Bezug auf die kleinere Quantität wie in Bezug auf sich selbst.“[293]

2. Korollar: „Wenn eine größere Quantität wächst oder abnimmt und größer bleibt in Bezug zu zwei kleineren Quantitäten, die gleich oder ungleich sind, [dann] erwirbt oder verliert sie das gleiche Verhältnis in Bezug auf jede der beiden Quantitäten, die selbst unverändert bleiben.“[294]

8. *conclusio*:

„Wenn eine kleinere Quantität in Bezug auf eine größere Quantität anwächst, die nicht verändert wird, verliert die größere Quantität in Bezug auf die kleinere [Quantität] ein so großes Verhältnis, wie es [die kleinere Quantität] zu sich erwirbt. Das bedeutet, dass das Verhältnis der größeren Quantität zur kleineren [Quantität] um ein solches Verhältnis kleiner wird. Wenn aber die kleinere Quantität in Bezug auf die größere Quantität abnimmt, die unverändert ist, erwirbt die größere Quantität ein so großes Verhältnis zur kleineren [Quantität], um das die kleinere [Quantität] kleiner wird. Das heißt, dass das Verhältnis der größeren Quantität zur kleineren [Quantität] um das Verhältnis kleiner wird, was die kleinere Quantität verliert.“[295]

1. Korollar: „Wenn eine kleinere Quantität in Bezug auf eine größere [Quantität] anwächst oder abnimmt, die unverändert bleibt, [dann] verliert oder erwirbt das Verhältnis der größeren Quantität zur kleineren [Quantität] ein so großes Verhältnis, wie es die kleinere Quantität verliert oder gewinnt, die in Bezug auf sich selbst kleiner bleibt.“[296]

2. Korollar: „Wenn eine kleinere Quantität in Bezug auf zwei größere Quantitäten, die gleich oder ungleich sind, anwächst oder abnimmt, [dann] erwirbt oder verliert die eine

[292] *[...] ut capta proportione, quae est 12 ad 8, volo, quod numerus maior, puta 12, crescat, quousque constituant 16, tunc manifestum est, quod numerus maior acquisivit supra se proportionem sesquitertiam, et tantam acquisivit proportio 12 ad 8, ut constat. In fine enim illa componitur ex sesquialtera et sesquitertia. Si vero 12 diminuantur usque ad 9 stantibus 8, tunc proportio 12 ad 8 deperdit proportionem sesquitertiam, quam deperdit numerus maior.* Thomas 1509, S. 55.

[293] *[...] si quantitas maior crescat vel decrescat manens maior respectu quantitatis minoris invariatae, tantam proportionem acquirit vel deperdit respectu quantitatis minoris, quantam respectu sui.* Thomas 1509, S. 55.

[294] *[...] si quantitas maior crescat vel decrescat manens maior respectu duarum quantitatum minorum sive aequalium sive inaequalium, aequalem propotionem acquirit vel deperdit respectu utriusque quantitatis ipsis invariatis manentibus.* Thomas 1509, S. 55.

[295] *[...] si quantitas minor crescat respectu quantitatis maioris non variatae, quantam proportionem acquirit supra se, tantam deperdit quantitas maior respectu minoris. Hoc est, per tantam proportionem proportio maioris quantitatis ad minorem efficitur minor. Si vero quantitas minor decrescat respectu maioris quantitatis invariatae, tantam proportionem acquirit quantitas maior supra minorem, per quantam ipsa minor fiet minor. Hoc est, proportio quantitatis maioris ad minorem efficitur maior per proportionem, quam deperdit quantitas minor.* Thomas 1509, S. 55.

[296] *[...] si quantitas minor crescat vel decrescat respectu maioris invariatae, tantam proportionem acquirit vel deperdit proportio quantitatis maioris ad minorem, quantam acquirit vel deperdit quantitas minor manens minor respectu sui ipsius.* Thomas 1509, S. 55.

größere Quantität in Bezug auf die kleinere Quantität ein so großes Verhältnis wie die andere größere [Quantität] in Bezug auf dieselbe kleinere Quantität.“[297]

3. Korollar: „Wenn zwei größere, ungleiche Quantitäten gleich schnell in Bezug auf dieselbe kleinere Quantität wachsen oder abnehmen, die unverändert bleibt, [dann] gewinnt oder verliert die kleinere jener größeren Quantitäten ein größeres Verhältnis als die größere [jener Quantitäten] in Bezug auf dieselbe kleinere Quantität, die unverändert bleibt.“[298]

4. Korollar: „Wenn zwei kleinere, ungleiche Quantitäten gleich schnell in Bezug auf eine zu jeder der beiden größere Quantität anwachsen oder abnehmen, die unverändert bleibt, [dann] gewinnt oder verliert jene größere [Quantität] ein größeres Verhältnis in Bezug auf die kleinere [der kleineren Quantitäten] als in Bezug auf die größere [der kleineren Quantitäten].“[299]

5. Korollar: „Wenn zwei größere Quantitäten, die gleich oder ungleich sind, gleiche Verhältnisse erwerben oder verlieren, aber dennoch größer in Bezug auf zwei kleinere Quantitäten bleiben, die gleich oder ungleich sind, [dann] erwirbt jede jener beiden [größeren Quantitäten] das gleiche Verhältnis oder verliert es in Bezug auf jede der beiden kleineren [Quantitäten], die unverändert bleiben.“[300]

6. Korollar: „Wenn zwei kleinere Quantitäten gleich proportional in Bezug auf jede der beiden größeren Quantitäten anwachsen oder abnehmen, [dann] wird jede der beiden größeren [Quantitäten] das gleiche Verhältnis in Bezug auf die beiden kleineren [Quantitäten] gewinnen oder verlieren.“[301]

---

[297] *[...] si quantitas minor crescat vel decrescat respectu duarum quantitatum maiorum sive aequalium sive inaequalium, tantam proportionem acquiret vel deperdet una quantitas maior respectu quantitatis minoris, sicut altera maior respectu eiusdem quantitatis minoris.* Thomas 1509, S. 55.

[298] *[...] si duae quantitates maiores inaequales aeque velociter crescant vel decrescant respectu eiusdem quantitatis minoris invariatae, maiorem proportionem acquirit vel deperdit minor illarum quantitatum maiorum quam maior respectu eiusdem quantitatis minoris invariatae.* Thomas 1509, S. 55.

[299] *[...] si duae quantitates minores inaequales aeque velociter crescant vel decrescant respectu quantitatis utr[i]que maioris invariatae, maiorem proportionem acquirit vel deperdit quantitas illa maior respectu minoris quam respectu maioris.* Thomas 1509, S. 55.

[300] *[...] si duae quantitates maiores sive aequales sive inaequales acquirant vel deperdant aequales proportiones ipsis tamen manentibus maioribus respectu duarum quantitatum minorum sive aequalium sive inaequalium, utraque illarum aequalem proportionem acquirit vel deperdit respectu utriusque minoris invariatae.* Thomas 1509, S. 55.

[301] *[...] si duae quantitates minores aeque proportionabiliter crescant vel decrescant respectu quantitatum utraque maiorum, aequalem proportionem utraque illarum maiorum acquirit vel deperdit respectu utriusque minoris.* Thomas 1509, S. 55.