

Metallurgy, Ballistics and Epistemic Instruments

The *Nova scientia* of Nicolò Tartaglia

A New Edition

Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge

Series Editors

Jürgen Renn, Robert Schlögl, Bernard F. Schutz.

Edition Open Access Development Team

Lindy Divarci, Jörg Kantel, Matthias Schemmel and Kai Surendorf.

Scientific Board

Markus Antonietti, Ian Baldwin, Antonio Becchi, Fabio Bevilacqua, William G. Boltz, Jens Braarvik, Horst Bredekamp, Jed Z. Buchwald, Olivier Darrigol, Thomas Duve, Mike Edmunds, Yehuda Elkana, Fynn Ole Engler, Robert K. Englund, Mordechai Feingold, Rivka Feldhay, Gideon Freudenthal, Paolo Galluzzi, Kostas Gavroglu, Mark Geller, Domenico Giulini, Günther Görz, Gerd Graßhoff, James Hough, Manfred Laubichler, Glenn Most, Klaus Müllen, Pier Daniele Napolitani, Alessandro Nova, Hermann Parzinger, Dan Potts, Circe Silva da Silva, Ana Simões, Dieter Stein, Richard Stephenson, Mark Stitt, Noel M. Swerdlow, Liba Taub, Martin Vingron, Scott Walter, Norton Wise, Gerhard Wolf, Rüdiger Wolfrum, Gereon Wolters, Zhang Baichun.

Sources 6

**Edition Open Access
2017**

Metallurgy, Ballistics and Epistemic Instruments

The *Nova scientia* of Nicolò Tartaglia

A New Edition

Matteo Valleriani

English translation by Matteo Valleriani,
Lindy Divarci and Anna Siebold

**Edition Open Access
2017**

Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge
Sources 6

Communicated by:

Rivka Feldhay

Copyedited by:

Lindy Divarci, Susan Richter, Anna Siebold

Cover image from the German translation of Ramelli Agostino, *Le diverse et artificiose machine*, Parigi, In casa dell'autore, 1588, published in 1620, p. 315.

ISBN 978-3-945561-30-0

Published 2017 by Edition Open Access,
Max Planck Institute for the History of Science
<http://www.edition-open-access.de>

Reprint of the 2013 edition

Printed and distributed by

PRO BUSINESS digital printing Deutschland GmbH, Berlin

Published under Creative Commons by-nc-sa 3.0 Germany Licence
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

The Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge comprises four subseries, *Studies*, *Proceedings*, *Sources* and *Textbooks*. They present research results and the relevant sources in a new format, combining the advantages of traditional publications and the digital medium. The volumes are available both as printed books and as online open access publications. They present original scientific work submitted under the scholarly responsibility of members of the Scientific Board and their academic peers.

The volumes of the four subseries and their electronic counterparts are directed at scholars and students of various disciplines, as well as at a broader public interested in how science shapes our world. They provide rapid access to knowledge at low cost. Moreover, by combining print with digital publication, the four series offer a new way of publishing research in flux and of studying historical topics or current issues in relation to primary materials that are otherwise not easily available.

The initiative is supported, for the time being, by research departments of three Max Planck Institutes, the MPI for the History of Science, the Fritz Haber Institute of the MPG, and the MPI for Gravitational Physics (Albert Einstein Institute). This is in line with the *Berlin Declaration on Open Access to Knowledge in the Sciences and Humanities*, launched by the Max Planck Society in 2003.

Each volume of the *Studies* series is dedicated to a key subject in the history and development of knowledge, bringing together perspectives from different fields and combining source-based empirical research with theoretically guided approaches. The studies are typically working group volumes presenting integrative approaches to problems ranging from the globalization of knowledge to the nature of spatial thinking.

Each volume of the *Proceedings* series presents the results of a scientific meeting on current issues and supports, at the same time, further cooperation on these issues by offering an electronic platform with further resources and the possibility for comments and interactions.

Each volume of the *Sources* series typically presents a primary source—relevant for the history and development of knowledge—in facsimile, transcription, or translation. The original sources are complemented by an introduction and by commentaries reflecting original scholarly work. The sources reproduced in this series may be rare books, manuscripts, documents or data that are not readily accessible in libraries and archives.

Each volume of the *Textbooks* series presents concise and synthetic information on a wide range of current research topics, both introductory and advanced. They use the new publication channel to offer students affordable access to high-level scientific and scholarly overviews. The textbooks are prepared and updated by experts in the relevant fields and supplemented by additional online materials.

On the basis of scholarly expertise the publication of the four series brings together traditional books produced by print-on-demand techniques with modern information technology. Based on and extending the functionalities of the existing open access repository ECHO (European Cultural Heritage Online), this initiative aims at a model for an unprecedented, Web-based scientific working environment integrating access to information with interactive features.

Contents

Foreword	1
Part 1	3
1 Introduction	5
2 Tartaglia's Work on Theoretical Ballistics	7
2.1 The Dedicatory Letter	7
2.2 The First Book	10
2.3 The Second Book	18
2.4 The Third Book	23
3 The Method	31
4 The Author	33
5 The Context of the Art of War and the Role of Metallurgy	35
6 Epistemology of the Quadrant for Bombardiers	41
7 The 1558 Print Run of the <i>Nova scientia</i> and Its Translation	45
8 Online Sources	47
Acknowledgments	49
Bibliography	51
Part 2	57
The <i>Nova scientia</i>: Transcription and Translation	59
Frontispiece	60
Incipit	62
Epistle	66
First Book	82

Second Book	120
Third Book	182
The <i>Nova scientia</i>: Facsimile	277
Frontispiece	279
Incipit	280
Epistle	281
First Book	287
Second Book	302
Third Book	325

Foreword

My research on the early modern history of art of war began several years ago when I first began to investigate Galileo's activities as a teacher of military fortifications and his acclaimed work on the military compass in order to assess whether this represented the contemporary state-of-the-art in the late sixteenth century. From the very beginning, I was confronted with the work of Tartaglia, especially his *Quesiti et inventioni diverse* published in 1546.

While teaching Nicolò Machiavelli's *Il principe* at the Technische Universität Berlin in 2011, I began to see that developments in certain practical activities, such as metallurgy, had destroyed the equilibrium between attack and defense strategies that had endured for centuries. Consequently, I began to reconstruct the manifold consequences of this peculiar situation, which were redressed only after the 1530s when architecture responded to the newly developed and more powerful artillery with a novel design for the bastion, around which all early modern military architecture was subsequently developed.

This in-depth research on the entire spectrum of the military technologies of the early modern period ultimately presented an opportunity to return to my earlier research on mechanics, but this time with the capacity to better contextualize it. The emergence of new theoretical knowledge could now be understood as a consequence of an advanced and challenging technological context.

This is the background against which the two fundamental questions arose that eventually gave birth to the work finalized in the present book, namely how and why a new theoretical ballistics had emerged by the mid-sixteenth century. These questions then necessarily shifted the focus to Nicolò Tartaglia's *Nova scientia*. This work was published for the first time in 1537 and then again in 1550 with several amendments, especially to the third book.

The present work, which is based on the 1558 print run of the second edition, is neither a work on Tartaglia's theoretical achievements tout court, nor a work on early modern mechanics. It is rather an edition of one of the most fundamental works on mechanics of the Renaissance, indeed, the first to transform aspects of practical knowledge accumulated by the early modern artillerymen into a theoretical and mathematical framework. It meticulously contextualizes Tartaglia's ballistics into the framework of artillery and its use, which was diffused precisely during Tartaglia's time. It also analyzes the epistemological process that led from accumulated practical knowledge to the formulation of a scientific theory.

A partial English translation of the *Nova scientia* has already been available to historians of science since 1969, thanks to the seminal work of Stilman Drake and Israel Edward Drabkin. Nevertheless, as their research focused on early modern mechanics as a decontextualized logico-mathematical exercise, possibly supported by some “experiments,” so does their translation. Drake and Drabkin translated only the dedicatory letter and the most relevant theoretical parts of the first and second book of the *Nova scientia*, often omitting the demonstrations. They systematically ignored all parts of the books that deal more closely with the practical aspects of a science of ballistics, thereby presenting a misleading image of a highly theoretical abstract formulation that makes it impossible to understand the underlying reasons of why this science emerged in that specific period. The third book, which deals with the techniques used for measuring distances by sight—a procedure without which the use of modern ballistics is nonsense—is entirely absent from their translation. Yet, as will be described in the following, this book more than any other clearly shows the tension between practical and theoretical knowledge that constantly imbues Tartaglia’s work. Finally, Drake and Drabkin rendered some of the fundamental conceptual instruments of Tartaglia’s theoretical structure by using the terminology of modern physics. They therefore failed to appreciate the fact that scholars of the sixteenth century were not only creating new scientific knowledge, but also a language with which to express it.

I hope that the present work will be helpful to any future scholarly research that aims to reconstruct the history of early modern mechanics within its technological and cultural context.

Berlin-Wedding, January 18, 2013

Part 1

Chapter 1

Introduction

In 1537, a mathematician from Brescia, Nicolò Tartaglia (1500–1557) published a work entitled *Nova scientia*.¹ It is this work that established the modern science of ballistics, as characterized by the search for a mathematical understanding of the trajectory of projectiles. Tartaglia's intentions were to create a science based on axioms and *more geometrico*, fundamental to the entire subject of mechanics, starting from a limited number of principles and arriving at a series of propositions through a process of rigid deduction. The methodological model Tartaglia intended to follow was the one he was able to extrapolate from works like Euclid's *Elements*.

Tartaglia himself related what had motivated him to take on this work. His motive was fundamentally practical and connected with the activity of the sixteenth-century bombardier. In a letter dedicated to Francesco Maria Feltrense della Rovere, Duke of Urbino, which opens the *Nova scientia*, the author relates how in 1532, while he was living in Verona, a friend who was a bombardier asked him at which angle the barrel of a cannon should be elevated to achieve the longest possible shot. Even though Tartaglia himself admits that he is no expert in such specialized areas connected to military activity, he continues his own account by asserting that, having made some calculations, he was able to establish on geometric and algebraic grounds that the maximum range would be achieved if the barrel of a cannon were raised at an angle of 45 degrees above the line of horizon. From a perspective confined to the development of ballistics, this is Nicolò Tartaglia's principal scientific achievement. However, from a wider perspective, more specifically from the perspective of the entire history of the development of mechanics during the Renaissance, Tartaglia's most important achievement is having demonstrated in 1537 that an exact science of ballistics was possible, based on the application of mathematical and geometrical methods. Challenged by the knowledge and experience of the bombardier, Tartaglia made an enormous contribution to the field of mathematical physics. In the following,

¹Tartaglia 1537. Throughout this paper reference will be made to the 1558 print run: Tartaglia 1558. The 1558 print run is the second reprint of the second edition published in 1550, while the first reprint was in 1551. It was subsequently reprinted again in 1562, 1583 and 1606. For further details regarding the story of the editions of the *Nova scientia*, see also Cuomo 1997.

Chapter 2

Tartaglia's Work on Theoretical Ballistics

The *Nova scientia* is constituted of an *incipit*, a dedicatory letter and three books. In the *incipit*,¹ Tartaglia promises five books. The first two books pertain to ballistics in the strict sense of the word, while the third is dedicated to a method for measuring distances by sight, a necessary practice for the bombardier, given that the angle of elevation of the cannon was decided based on the distance between the cannon itself and the target. The fourth book was to present firing tables for the bombardiers, more specifically, tables that would show how the range increases or decreases depending on each angle of elevation. These would also permit calculations, according to Tartaglia, on the basis of the data obtained from a single shot. In practice, bombardiers would have been able to use the tables, for example, when the target was not visible but the distance between the target and the piece of artillery was known. The fifth book, finally, was to discuss in detail the characteristics of different flammable materials and the different ways in which they were manufactured as well as opportunities for their use. As Gerhard Arend has pointed out, Tartaglia did in fact discuss some of these themes in another of his works, *Quesiti et inventioni diverse*.²

2.1 The Dedicatory Letter

The dedicatory letter contains a brief description of the main theoretical findings obtained, the method used to obtain them (also referring to the two missing books), and the social context in which these studies were pursued. Furthermore, in the letter Tartaglia states the physical conception of motion that forms the basis of his theoretical treatment, which, as will be seen, is fundamentally Aristotelian. Finally, the dedicatory letter describes a mathematical instrument fundamental to the art of the bombardier and, above all, fundamental to the modern historian in order to understand the process that led to the birth of modern ballistics. This

¹Tartaglia 1558, first folio (unnumbered), verso. In the 1558 print run, the numeration of the pages starts at the beginning of the first book. The frontispiece, the *incipit* and the dedicatory letter are not numbered.

²Tartaglia 1546. With reference to the themes which Tartaglia promised to cover in the *Nova scientia*, but which were discussed only in *Quesiti et inventioni diverse*, see Arend 1998, 127–128.

instrument is the quadrant or square, which permitted the determination of the angle of elevation of the artillery gun (Fig. 2.1):

[...] a square of whichever metal or hardwood is needed. The square must contain a quadrant with its plumb line [positioned] as it appears below in the drawing. Then, one inserts part of the longer side of the square (that is the part BE) into the bore or mouth of the piece, laying it flat along the bottom of the empty barrel, and one lifts up the front of the mentioned piece until the plumb line HD divides the curved side EGF (of the quadrant) into two equal parts (that is at the point G). At this point, one can say that the mentioned piece is straightly elevated at 45 degrees above the horizon.³



Figure 2.1: Representation of a cannon positioned at a 45-degree angle of elevation as verified by means of the bombardier's quadrant. From Tartaglia 1558, epistle, second folio (unnumbered), verso.

³Tartaglia 1558, second folio (unnumbered), recto. This quotation is from page 67.

Tartaglia did not invent the quadrant. This mathematical instrument belongs to a category of measuring instruments whose origins lie in a more remote time in history. As Tartaglia himself states, it was an instrument already long in use, for example, in astronomy, where it was used to measure the elevation of stars above the line of horizon. Integrated into more complex instruments such as the astrolabe, the technique of measurement applied using the quadrant as described by Tartaglia was indeed nothing new. The use of the quadrant by bombardiers, however, obviously originated in more recent times. The diffusion of heavy artillery using gunpowder took hold in the fifteenth century, and with it, the use of the quadrant. It is generally accepted that the quadrant was first used for military purposes during the Hussite Wars, between 1419 and 1434 (or 1439), and that it came into common military use during the Burgundian Wars, between 1474 and 1477.⁴ The first description of the quadrant as used by the bombardiers goes back to the mid-fifteenth century and is found in the *Ex ludis rerum mathematicarum* by Leon Battista Alberti.⁵ However, further research has revealed that the quadrant was already in use in 1410, albeit in a different form and applied to the artillery in a different way, as shown in the image below (Fig. 2.2).⁶

The technological application of the science of ballistics—which emerged around the mid-sixteenth century—was therefore based on the use of an instrument that had already been in use for at least 120 years. The significance of this fundamental aspect will be discussed later in Section 6.

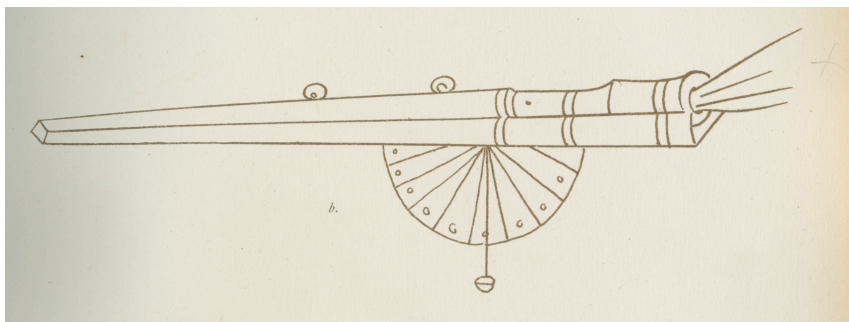


Figure 2.2: Drawing of a predecessor of a quadrant for bombardiers of 1410. From Essenwein and Germanisches Museum 1873, table A. XIX.

⁴With regard to the chronology of the diffusion of the quadrant among bombardiers, see Schmidtchen 1977, 139–161.

⁵Alberti 15th century, 10v–11v. See also Williams, March, and Wassell 2010, 48–53.

⁶*Codex 51* 1410 ca. See also Essenwein and Germanisches Museum 1873.

2.2 The First Book

The first book covers in depth the physical context in which Tartaglia's science is set. In his day, Tartaglia had no option other than to move within the conceptual framework of Aristotelian physics. This was based on the premise that the world is clearly divided into two regions with two distinct and separated physical systems: the sub-lunar world and the super-lunar world. Considering that the Earth is taken to be the center of the world, the region in which there is human activity is clearly the sub-lunar world. Aristotle, and therefore Tartaglia, make the distinction between just two types of motion in the sub-lunar region: violent and natural. Furthermore, the objects of the sub-lunar world—subject to movement, either natural or violent—are understood to consist of four elements: earth, water, air and fire. According to Aristotle, the elements earth and water are characterized by their heaviness, while air and fire are characterized by their lightness. In this context, each element tends to reach what Aristotle referred to as its “natural place.” This implies that earth and water—or the objects which contain such elements in high quantity—tend *naturally* to move downwards, whereas air and fire tend to move upwards. A very straightforward example of natural motion is to imagine an object which has an abundance of the element earth, such as a stone. If the stone is set to move freely from a high place and from a state of rest, it will move downwards as long as there are no obstacles to impede the motion. There is a fundamental difference, however, between violent motion and natural motion, in that violent motion can take place only if there is a specific moving power (*possanza movente* in Tartaglia's terminology) that is able to cause a motion, but which at the same time does not move along the trajectory of the motion that it has caused. Natural motion follows a rectilinear path upwards or downwards (if no possible obstacles are considered), whereas all other motions can only occur as violent motions. It is immediately apparent that there is no specific treatment of curvilinear motions in the sub-lunar world, and that rectilinear motions downwards and upwards can be both natural and violent.⁷

Tartaglia defines natural motion and violent motion in the sixth and seventh definitions of the first book:

Sixth definition.

The natural movement of equally heavy bodies is the movement they accomplish from a higher place to a lower one, perpendicularly and without any violence.

⁷For an in-depth analysis of the relation between Aristotele's dynamics and its use in Tartaglia's work, see Koyré 1960. For an overview on how Aristotelian dynamics was received and transformed within the framework of early modern practical knowledge of artillery men, see Büttner et al. 2003. See also Besana 1996.

Seventh definition.

The violent movement of equally heavy bodies is the movement they accomplish with effort either upwards or downwards, to the right or the left, and is caused by a moving power.⁸

Tartaglia's *Nova scientia* is based entirely on the concept of the "equally heavy body" (*corpo ugualmente grave*).⁹ This is an original concept which Tartaglia describes in detail in the first definition of the first book:

First definition.

An equally heavy body is said to be a body which, according to the heaviness and shape of the matter, is not perceptibly influenced by air opposition during its motion.¹⁰

Although it is the first attempt to create a mathematical science of ballistics, the level of abstraction proposed by Tartaglia is remarkable, since he already explicitly asserts in the text that the treatment does not take into consideration the friction caused by the passage of projectiles through the air. Tartaglia is indeed aware that the construction of an axiomatic and mathematical theory of the motion of projectiles could be formulated only if certain factors, such as the resistance of air, were factored out, despite their fundamental nature. Although the Aristotelian doctrine of motion in the *plenum* provides a qualitative description of the relationship between the motion of a projectile and the density of the matter through which the motion occurs, the formal methods at his disposal, i.e. Euclidean geometry, precluded any quantitative treatment of this aspect. In order to avoid having to account for the effect of the resistance of air, Tartaglia therefore does not proceed with mathematical abstractions, but simply searches for a way that would allow him to ignore this parameter. Consequently, Tartaglia continues to postulate by drawing on purely physical observations:

Nevertheless, an equally heavy body is univocally understood in this work as the body that, in reference to the heaviness and shape of its

⁸Tartaglia 1558, first book, 2r. This quotation is from page 89.

⁹The translation of the present work does not follow Drake's translation of this fundamental term as "uniformly heavy body." Although the choice of "uniformly" rather than "equally" renders the meaning in a more effective way given the actual use of the concept of "uniform" in physics, the rendering with "equally" points to the evident difficulty scholars of the sixteenth century had with finding and inventing an appropriate terminology for their theoretical and mathematico-physical speculations. As all of Tartaglia's work exudes this profound tension between ideas and the way to express them, the use of the word "uniformly" would give the wrong impression of established scientific discourse.

¹⁰Tartaglia 1558, first book, 1r. This quotation is from page 83.

matter, is not perceptibly influenced in each of its motions by the opposition of the air. Concerning the matter, [it can be] of iron, of lead, of stone or of another material similar in reference to its heaviness. Concerning the shape, this is characterized by such a quality that makes it appropriate to not be influenced (because of its shape) by the opposition of the air during all of its motions. Therefore, among the figures and shapes of the bodies, the wedge-shaped object, that is the pyramidal shape, is the most appropriate among all possible shapes in order [for it] not to be influenced by the mentioned air, provided that by means of a contrivance the body would remain in a position so that its top would always proceed while remaining in front against the impetus of the mentioned air. If the object does not retain such a position, as has been said, it would not work properly as it would not be equally heavy. Without further investigation, we define the spherical figure or shape as the most appropriate among all possible shapes in order to avoid the mentioned opposition of the air in the frame of each kind of motion. This [spherical] shape is most appropriate for the motion on all of its sides and it is equally heavy on all of its sides as well.¹¹

At the roots of Tartaglia's argument is a more articulated reading of Aristotle's work, as offered by the works of the Arabic commentators Averroes and Avicenna, which may have continued to serve as vehicles of the Aristotelian doctrines for scholars as late as the sixteenth century.¹² In particular, Tartaglia accepts the teaching, which he attributes to Averroes, that considers air to be a heavy body and therefore characterized by a natural downward motion, like water and earth.¹³ Among his presuppositions, moreover, is the characterization of the bodies constituted of a mixture of elements in terms of heaviness and lightness, which he attributes to Avicenna. According to Avicenna, and as reported by Tartaglia,

¹¹ Tartaglia 1558, first book, 1r–1v. This quotation is from page 83.

¹² Tartaglia discusses the works of Avicenna and Averroes in the first definition of the first book: Tartaglia 1558, 1r. The following editions have been identified as those used by Tartaglia: Avicenna 1507 and Aristotle and Averroes 1520.

¹³ In his commentary of the fourth book of Aristotle's *De caelo*, Averroes considers the elements as constituted of particles, precisely with the shape of triangles. Depending on the density of those triangles and due to the admitted existence of interstitial vacuums, a certain large amount (volume) of air can result in being heavier than a different amount (volume) of water. The reading of Averroes' text should not be confused with an argument based on the idea of specific weight. His argument seems rather to draw the consequences of the theory of elements as described in the framework of pneumatics, for instance by Hero of Alexandria. In text 29 in particular, Averroes clearly states that air is a heavy element and only fire is characterized by the quality of lightness. For text 29, see Aristotle and Averroes 1520, 247–249. For an introduction to Averroes' commentary on *De caelo*, see also Endress 1995.

every body, if it consists of the four elements and is located in air, is bound to fall downwards.¹⁴ The framework of Tartaglia, as based on the theories of elements of Averroes and Avicenna, is therefore constituted of projectiles that fly along a heavy medium and that, independently from the matter of which they are composed, they always naturally tend to fall downward. On the basis of such presuppositions, the heaviness of a body, according to Tartaglia, is determined by two parameters: the matter of which it is composed and its shape. Two equally heavy bodies are therefore composed of the same matter, while the specification of the form requires more elaborate investigation. Indeed, depending on the shape of the body, the latter can react differently to the medium, i.e. the air, through which it is thrown. Furthermore, during motion, the body could change its flight behavior with respect to the direction of the motion itself. For this reason, it is not possible to provide a general definition of equally heavy bodies in any mathematical or abstract terms without considering their shape. Tartaglia therefore moves on to a physical and observational examination of all possible shapes, from which he concludes that the only shape that is not affected or, better, that is equally affected by the resistance of the air during motion is, in physical reality, the sphere.¹⁵ Tartaglia does not have the formal instruments to determine which shape the moving body must have in order to minimize the effect of the medium. Therefore, he empirically determines which shape allows him to state that the medium always acts in the same manner, independent of the flight position of the object and the density of the medium. To conclude, two equally heavy bodies are made up of the same matter, have the same dimensions, and a spherical shape. Tartaglia remains within the context of the Aristotelian *plenum*, but looks for the physical conditions that allow him to ignore some of its effects in his theoretical argument.

¹⁴Especially because of the capacity of air to share the quality of humidity of water, over which air is displaced, air is considered by Avicenna to be an element more worthy of lengthier discussions than the others. Indeed, Avicenna seems to associate air with both lightness—when it shares the qualities with the element fire displaced over the air itself—and heaviness, when it shares the quality with the element of water beneath it. Avicenna's argument is also certainly influenced by the experience and doctrines of pneumatics, according to which air is a body like water. Whether fire is an element that corrupts air, as according to Hero of Alexandria, and therefore qualitatively different from air and water, is an ancillary problem that not even Hero himself managed to work into his argument. It can only be speculated as to why Tartaglia considers this difference from the orthodox Aristotelian doctrine of the elements to be particularly relevant in the theoretical frame of his new science of ballistics. He may have welcomed this system as it allowed him to avoid discussing the effect of the medium, i.e. air, on the projectile while conceiving that the natural motion of such a medium is upward.

¹⁵In the Aristotelian *plenum*, the speed at which an object falls obviously depended on the shape of the object in motion, whereas resistance to the medium being traversed needed to be considered. In this context, Tartaglia returns to medieval reflections regarding this interdependence, usually referred to as "*gravitas ex figura*." For more details, see Arend 1998, 202–203.

The first book proceeds by defining all the concepts which are necessary in the second book in order to describe the trajectory of projectiles precisely: time of motion, instant of time, initial and final instant of a motion, interval of time, velocity of motion (equal velocity is when two projectiles traverse the same space in equal intervals of time),¹⁶ resistance by the "offended body" (*corpo offeso*), which is the effect made by the projectile on the body that has been hit, and moving force, described by Tartaglia as the "moving power" of an artificial machine (the cannon) able to launch an object through the air.¹⁷

The "Suppositions" (*Suppositioni*) follow the definitions and show how the basic concepts just outlined are correlated. For example, Tartaglia shows how, based on observing the effect of the projectile on its target, it is possible to make deductions about the velocity of the projectile, and that the effects on targets of varying degrees of resistance are different even when the velocity of the projectile is the same. The five suppositions are followed by four axioms (*Comuni sententie*), whose function is to show once again how the concepts provided by the definitions are correlated, with the difference that in this case the correlation is based on observations considered to be evident and unequivocal. The first three axioms deal with natural motion and relate the effect of a falling body on a resistant body (*resistente*), depending on the height from which the body falls and the resistant body itself. The fourth and last axiom deals with violent motion:

Fourth [common sentence].

If an equally heavy body finds a resistant along its violent motion, the closer the resistant is to the beginning of the motion, the greater the effect is that the mentioned body produces on it.¹⁸

As known and as already supposed in the sixteenth century, projectiles continue their acceleration at least until the end of the barrel of the gun, reaching the maximum quantity of motion after a certain interval of time. Nevertheless, Tartaglia, having only Aristotelian dynamics at his disposal, was forced to assume that the moment of greatest velocity, which was for him the greatest "effect," happened at the beginning of the violent motion, i.e. at the point where the moving force is applied and the mobile begins to move away. The propositions thus highlight the phenomena of the speeding up and slowing down of motion, each distinct from the other in terms of concept. The first two propositions tackle the subject within the realm of natural motion, affirming that, as the distance traveled by a falling object increases, so does the velocity of the motion of this same object,

¹⁶Tartaglia 1558, first book, 2r–2v.

¹⁷Tartaglia 1558, first book, 2v.

¹⁸Tartaglia 1558, first book, 3v. This quotation is from page 95.

thereby implying that the least velocity will be observed at the moment of the start of the motion. The velocity therefore changes at each moment in time to the extent that there will never be two different instants at which the motion will have the same velocity (Fig. 2.3).

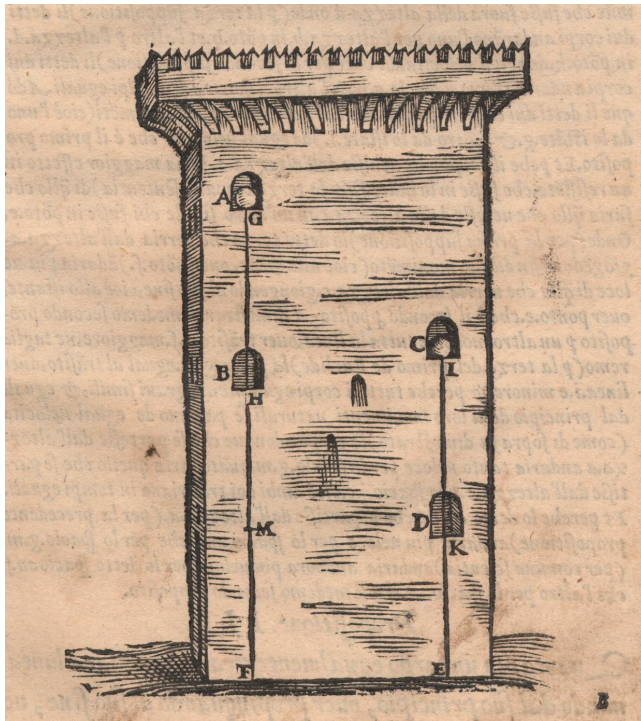


Figure 2.3: Experiment proposed by Tartaglia to demonstrate the relationship between velocity and the space covered within the framework of natural motion. From Tartaglia 1558, first book, 5r.

The third and fourth propositions tackle instead the phenomena of speeding up and slowing down within the realm of violent motion. In this context, the projectile moves with greatest velocity at the start of the motion, gradually slowing down so that it is possible to deduce that the greater the distance covered, the greater the velocity at departure. Furthermore, every violent motion is said to conclude with the same velocity, regardless of the moving force. This means that what varies is the distance covered and the time taken. The fifth proposition

draws a correlation between the speeding up of natural motion and the slowing down of violent motion, albeit a negative one:

Fifth Proposition.

No equally heavy body can travel for an interval of time or a space with a motion mixed of violent and natural motion.¹⁹

At this point it is possible to begin reconstructing Tartaglia's notion of the trajectory of projectiles. Following Tartaglia's own instructions, one concludes that when a projectile is launched by force, it follows a straight line and slows down until a certain instant when the violent motion stops. At this same instant, the speeding up associated with the natural motion begins. According to this description, the trajectory should correspond to a triangle constructed on the line of the horizon; the greater the elevation of, for example, an artillery gun, the more acute the highest angle in relation to that horizon. A trajectory conceived in this way is the same as the one that can be deduced within the frame of Aristotelian dynamics. However, as can be seen in the diagram, the trajectory as conceived by Tartaglia predicts a curvilinear section (Fig. 2.4).

Indeed, Tartaglia could not and did not want to fully reject what could easily be observed by anyone in the sixteenth century at the peak of the revolution of the art of war. In fact, Tartaglia, like any bombardier, was perfectly aware that the trajectory of a cannon ball in reality follows a continuous curve. Nonetheless, he considered the initial part of the trajectory to be a straight line in order to better exploit the Aristotelian concept of violent motion. The same method of association, however, could not be applied so simply with regard to the curvilinear course: Tartaglia describes it as an arc of circumference, shown in the diagram (Fig. 2.4). Lacking further conceptual tools, Tartaglia hypothesizes that there is also a violent motion when the trajectory of the projectile follows the arc of circumference. Based on this hypothesis, it was necessary, moreover, to conclude that the projectile continued slowing down until the point at which the downward rectilinear natural motion began. Despite the fact that this interpretation of the trajectory obviously contradicted what could be observed, Tartaglia did not have the appropriate theoretical tools to explain this curvilinear section quantitatively. Faced with the hypothesis of a possible combination of motions, Tartaglia nevertheless specifies:

Assuming (as the opponent says) the [body] could travel some part with violent and natural motions mixed together, which may be part CD, it follows therefore that the mentioned body, while going from

¹⁹Tartaglia 1558, first book, 7r. This quotation is from page 113.

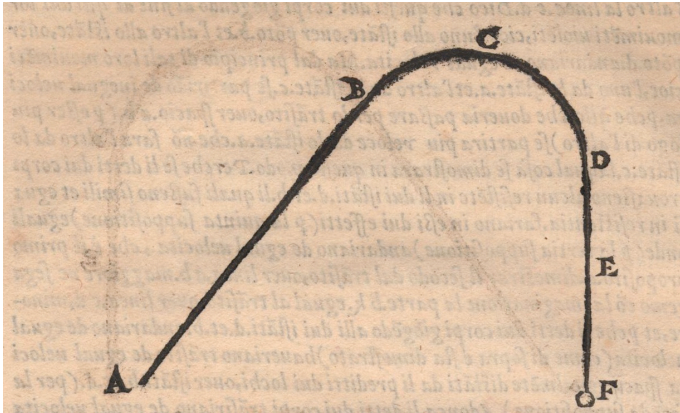


Figure 2.4: Representation of the trajectory of a projectile according to Tartaglia.

The trajectory is composed of a rectilinear segment, an arc of circumference and a final rectilinear segment turning towards the center of the Earth. The first rectilinear segment and the section of the circumference represent the section of the trajectory's violent motion. The final rectilinear segment is that of natural motion. From Tartaglia 1558, first book, 7v.

point C to point D, increases its velocity according to the ratio by means of which it shares a natural motion (because of the first proposition). Likewise, it decreases its velocity according to the ratio by means of which it shares a violent motion (because of the third proposition). It is absurd that the mentioned body increases and decreases its velocity at the same time.²⁰

The sixth and last proposition of the first book returns to the possible practical applications of the novelty of ballistics and thus to the analysis of the effect of the shot on the target or “resistant body:”

Sixth proposition.

All resistants are less damaged by an equally heavy body that is violently ejected through the air at the instant that distinguishes the violent from the natural motion than at any other place [on the trajectory].²¹

²⁰Tartaglia 1558, first book, 7r–7v. This quotation is from page 115.

²¹Tartaglia 1558, first book, 7v. This quotation is from page 117.

In line with the concept of violent motion and natural motion outlined in the preceding propositions, the instant at which the violent motion ends, which coincides with the instant at which natural motion begins, is considered from both conceptual perspectives to be the moment at which the motion is at its slowest. Finally, as stated in the suppositions, the moment of least velocity is implicitly associated with the least effect.

2.3 The Second Book

The second book is the one in which Tartaglia develops his mathematical treatment of the trajectory of projectiles. He concludes by relating this to those aspects relevant to the bombardiers of the period, namely the range of shots and their effect on the target.

The first three “definitions” describe the characteristics of the rectilinear and curvilinear motions of which the trajectory is composed. From the fourth to the seventh definition, he establishes a geometric system of reference on the basis of which the parameters of the trajectory can be calculated, i.e. the horizon and the perpendiculars towards and over it. From the eighth to the fourteenth (and last) definition, the entire portion of the trajectory accomplished by violent motion is analyzed. First he provides the information that allows the angle of elevation of “transit” above the line of the horizon to be calculated, and in the tenth definition²² he specifies how an angle of elevation of 45 degrees is established. He then identifies by definition the rectilinear segments of the trajectory depending on the greater or lesser angle of elevation with respect to 45 degrees, thereby creating the conditions to identify similar trajectories on the basis of the angle of elevation. Finally, the last definition creates the preconditions for quantifying the violent motion:

Fourteenth definition.

The length of a transit, that is, of the violent motion of an equally heavy body, is the interval along a straight line from the beginning to the end of the violent motion [(Fig. 2.5)].²³

Tartaglia considers both the rectilinear and the curvilinear motion. He suggests drawing a straight line from the starting point of the motion to the point where it ends and the natural motion begins, referred to by Tartaglia as “transit”

²²Tartaglia 1558, second book, 10r. Note that there is an error in the print of the 1558 print run with regard to the indication of the second and third book. “Libro primo” is indicated in the header of each page from the beginning all the way to the end of the entire work.

²³Tartaglia 1558, second book, 10v. This quotation is from page 129.

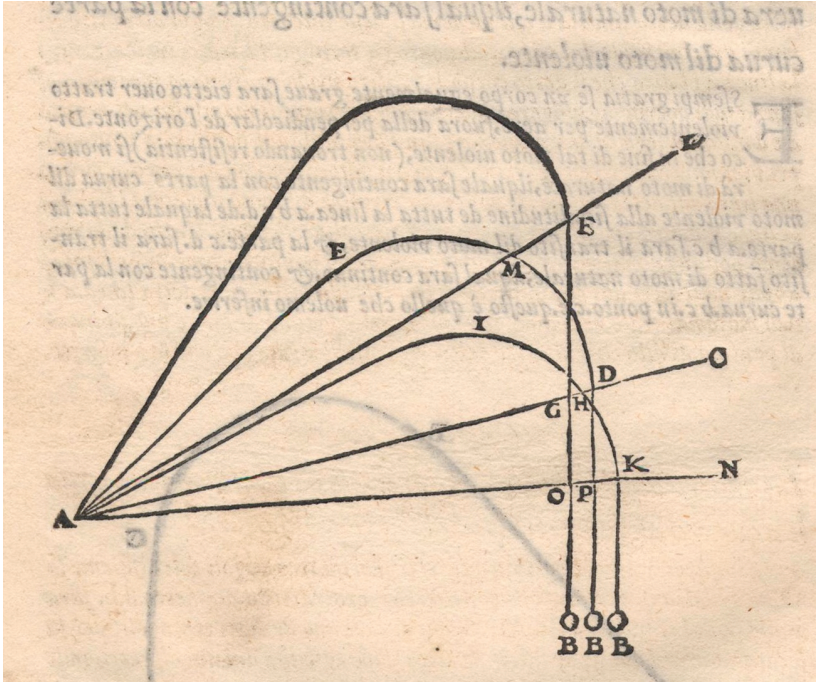


Figure 2.5: Graphic representations of the “distance of transit” (*distantia del transito*) with reference to three different angles of elevation. “The distance of transit” is represented by the straight line which joins the initial and final point of the violent motion. From Tartaglia 1558, second book, 11v.

(*transito*).²⁴ This expedient makes it possible to reduce the trajectory to the one that could be deduced from Aristotelian dynamics, namely to a composition of two straight lines joined with each other so as to create an angle. This subsequent step of abstraction salvages the validity of the physical observation that the trajectory is not actually constituted of two straight lines, but at the same time allows measurements to be taken and is fundamental to considering the effect of

²⁴Interestingly, while reading the 1558 print run used in the present work, it was striking to find the concept of ‘transit’ used as a technical term. However, by comparing this edition with the first print run of the second edition of 1550 and with the first edition of 1537, it becomes clear that the univocal association of this word with such a specific meaning is probably an involuntary consequence of the editorial work of the typographer who published the 1558 text. See also Section 7.

the motion. The definition of “transit” is, in fact, directly related to the fourth supposition of the second book:

Fourth supposition.

The farthest effect, produced by an equally heavy body [that moves] with violent motion on whichever plane or whichever straight line, is the one that happens precisely on that plane or on that line (if it is ejected or thrown by the same moving power).²⁵

By means of this supposition, Tartaglia confines the trajectory to the conceptual framework of Aristotelian dynamics, while simultaneously adapting it to meet the demands that had motivated his own theoretical research. The thirteenth definition and the fourth supposition “level out” the trajectory, so to speak, so as to be able to quantify it. Nevertheless, it was not the mere lack of mathematical procedures which made it impossible for Tartaglia to analyze the dynamic aspects of the curvilinear motion. It was also the utilitarian aspect from which his *Nova scientia* was born that led him to analyze those aspects which were of real use to the bombardier. As will be seen in the sixth section of this work, during the period in which Tartaglia wrote, the technological development of artillery had already led to the replacement of the first generation of heavy firearms such as the bombard, for which an analysis of the effects of natural motion would have been far more relevant. As will now be shown more clearly, the birth of the science of ballistics was not directly correlated to the diffusion of firearms in general, but to the diffusion of those firearms that began to be produced in the sixteenth century, and for which an analysis of the “transits” was necessary.

Tartaglia was fully aware that he was forcing the trajectory he could observe into the formal instruments at his disposal. Even without considering the straight line which joins the start of the motion with the point at which violent motion changes to natural motion, Tartaglia, as has already been mentioned, was aware of the fact that the real trajectory also did not correspond to the trajectory made up of two straight lines joined up by an arc of circumference. In his explanation in the second supposition, Tartaglia admits:

Nevertheless, that part [of the transit] that is not perceived as being curved is assumed to be straight, and that part that is evidently curved is assumed to be part of the circumference of a circle, as this [assumption] does not influence the argument.²⁶

²⁵Tartaglia 1558, second book, 11r. This quotation is from page 131.

²⁶Tartaglia 1558, second book, 11r. This quotation is from page 131.

Tartaglia's association of the curvilinear line of the first part of a trajectory with a straight line is generally known. It is worth adding here that Tartaglia considers the second part of the trajectory, i.e. the curvilinear part, as merely an arc of circumference, probably for geometrical simplicity. Tartaglia justifies this expedient by declaring that the association of the two curved sections with simple and well-known geometrical forms does not yield any major errors in the theoretical treatment.

Following a series of purely geometrical considerations that link the third supposition to the first three propositions of the second book, Tartaglia arrives at a quantitative analysis of the curvilinear section, distinguishing between shots from a zero-degree angle of elevation (fourth proposition), shots from a greater angle of elevation (fifth proposition, "elevated transits" or *transiti elevati*), and shots from a lower angle of elevation, such as those which were necessary when the pieces of artillery were positioned at a higher point than the position of the target (sixth proposition, "oblique transits" or *transiti obliqui*).

The following last propositions of the book, from the seventh to the ninth, along with their associated corollaries, are the first conclusions of a general nature in the history of modern theoretical ballistics. The seventh proposition provides the theoretical foundation needed to assert the universal value of the propositions that follow and specifically relate to ballistics:

Seventh proposition.

All transits, that is, violent motions of equally heavy bodies, big and small, equally elevated above the horizon, or equally oblique, or moving along the plane of the horizon, are similar and consequently proportional to each other. Their distances are similar and proportional to each other.²⁷

This implies that each conclusion made with reference to a particular trajectory, be it empirical or theoretical, is also true with relation to any other trajectory, provided that the angle of elevation is the same. Empirically, the validity of this generalizations is maintained as long as the moving power and the other material conditions remain the same.

The eighth proposition represents the theoretical foundation upon which modern ballistics has developed since Tartaglia's time:

Eighth proposition.

If the same moving power ejects or throws equally heavy bodies, which are similar and equal to each other, violently through the air

²⁷Tartaglia 1558, second book, 16r. This quotation is from page 155.

but in different manners, the one [equally heavy body] that accomplishes its transit at an elevation of 45 degrees above the horizon produces its effect farther away from its beginning and above the plane of the horizon than [if it were] elevated in any other way.²⁸

The greatest range of a shot is achieved at an angle of elevation of 45 degrees above the line of horizon. As has been mentioned, Tartaglia never provided a table that set out the correlations between the range of a shot and every single angle of elevation, which he had promised in the *incipit* to do in the fourth book. Nevertheless, he does offer us such a correlation in the dedicatory letter (and not in his lengthy and complex explanation of the eighth proposition):

Then, using natural arguments, I found that the range of the above-mentioned shot elevated at 45 degrees above the horizon was ten times the straight transit of a shot made parallel to the plane of the horizon, which is said by the bombardiers shooting at the blank point.²⁹

Tartaglia does therefore provide just one single correlation quantified between two different angles of elevation, and thus between point “one” and point “six” on the quadrant. The arc of the quadrant was traditionally divided into twelve points at angles of equal intervals, as in the case of the instrument described by Tartaglia.

Finally, Tartaglia adds the ninth proposition, which would leave any reader perplexed were it not possible to consult another of his works.³⁰ The ninth proposition does in fact focus on determining the relationship between the straight segment of the transit of a projectile thrown through the air at a 45-degree angle of elevation, and the same part of the trajectory but of a projectile thrown at a zero-degree angle of elevation. Tartaglia affirms that the length of the rectilinear segment of the trajectory of the projectile launched at a 45-degree angle of elevation is four times that of the same segment for a projectile launched at a zero-degree angle of elevation. In order to arrive at this result, Tartaglia formulates a lengthy and complex geometrical explanation which, however, does not refer to any possible practical application to the experience of the bombardier. As Gerhard Arend has observed, the ninth proposition actually refers to the relation between the length of the rectilinear segment of the section of the trajectory where

²⁸Tartaglia 1558, second book, 16v–17r. This quotation is from page 161.

²⁹Tartaglia 1558, epistle, third folio (unnumbered), verso. This quotation is from page 73.

³⁰Tartaglia 1546.

there is violent motion and the force of the piece of artillery, an idea developed by Tartaglia in the first book of the *Quesiti*.³¹

2.4 The Third Book

The third book, which has been translated in this work for the very first time, is the most voluminous among the three published by Tartaglia. Certainly, the third book is not the part of the *Nova scientia* that presents the most interesting theoretical developments of Tartaglia's science, but it is only by means of a deep analysis of this text that Tartaglia's attempt to connect practical and theoretical knowledge can be truly understood and appreciated.

The goal of the third book is to present instruments for measuring distances by sight. Although such instruments are applicable for the measurement of distances in many circumstances, Tartaglia coherently takes into consideration only those cases which could be of interest for the artillerymen of his time, such as, for instance, the diametral distance between the observer—the artillerist—and a point located at a higher position in front of him, which could be, for instance, the stronghold of a bastion. The book is constituted of five definitions and twelve propositions,³² that is, no supposition (postulate) and no common sentence (axiom) are contained. The definitions define the system of reference first with reference to the line of the horizon (the ground) in order to univocally determine the distances that have to be calculated. These are the above-mentioned diametral distances; the height, which is the line that perpendicularly joins the point to be targeted with the ground; and the horizontal distance, which joins the observer with the point where the height touches the ground (Fig. 2.6). The first four propositions deal with all of the preconditions needed in order to construct an instrument to measure by sight. These include practical methods to check whether rulers are perfectly straight, and set squares and quadrants correct. Proposition six finally describes the building procedure of the instrument in detail.

The purpose of the instrument is declared immediately in the heading of the proposition:

Sixth proposition.

I would like to manufacture an instrument for myself that I can use to level the ground and to analyze it by means of sight and [to calculate] the heights, widths, depths, and diametral and horizontal distances of perceptible objects. This instrument should also be easily usable to

³¹ Arend 1998, 129. It has to be noticed that for shots at a zero-degree angle of elevation, the rectilinear segment de facto coincides with the transit.

³² The third book of the 1537 edition contains only ten propositions.

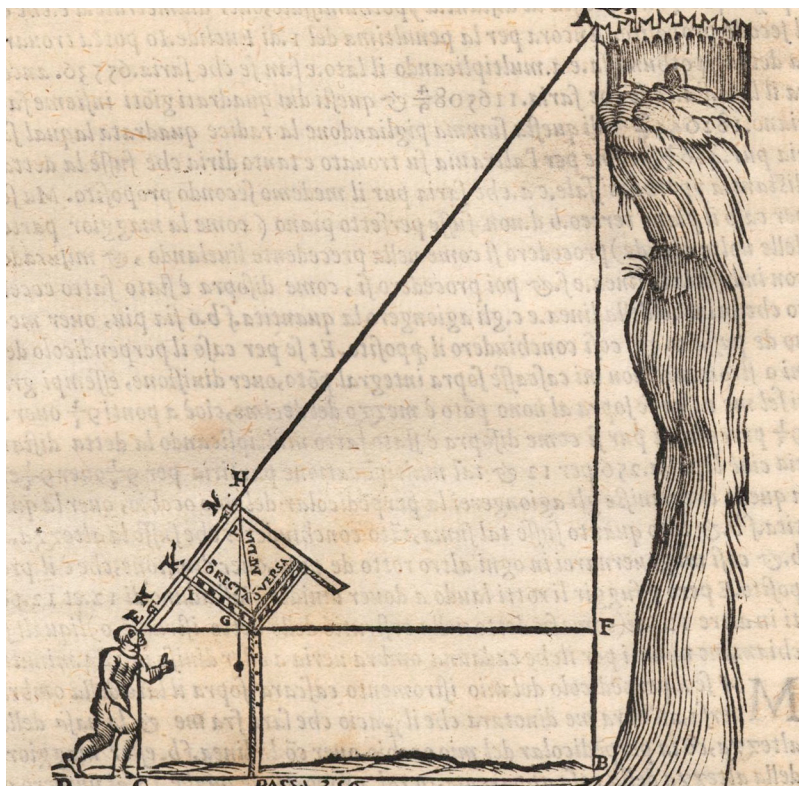


Figure 2.6: Graphic descriptions of the method for measuring heights using the quadrant proposed by Tartaglia. From Tartaglia 1558, third book, 26r.

investigate the variety of shots of each piece of artillery and, similarly, of each mortar.³³

In the heading Tartaglia also points to the fact that such an instrument is basically the same as the bombardiers' set square presented in the dedication letter, although the practical use of the instrument for this purpose is not repeated in the third book. In the second expanded edition of 1550, Tartaglia adds a relevant text to proposition six—*Correction of the author*—by means of which he suggests some constructional alternatives that aim to improve the precision of

³³Tartaglia 1558, third book, 22v. This quotation is from page 195.

the instrument, a sign that the precision of targeting the artillery had also improved in the thirteen years that separated the first from the second edition. The instrument suggested by Tartaglia was by no means an original achievement at his time. Similar instruments were already widely circulating around the half of the earlier century. Particularly noteworthy are the striking similarities between Tartaglia's instrument suggested in proposition six and the *Quadratum geometricum* designed and built by Georg von Peurbach, probably around 1454, the textual description of which was first published in Nürnberg (Fig. 2.7).³⁴

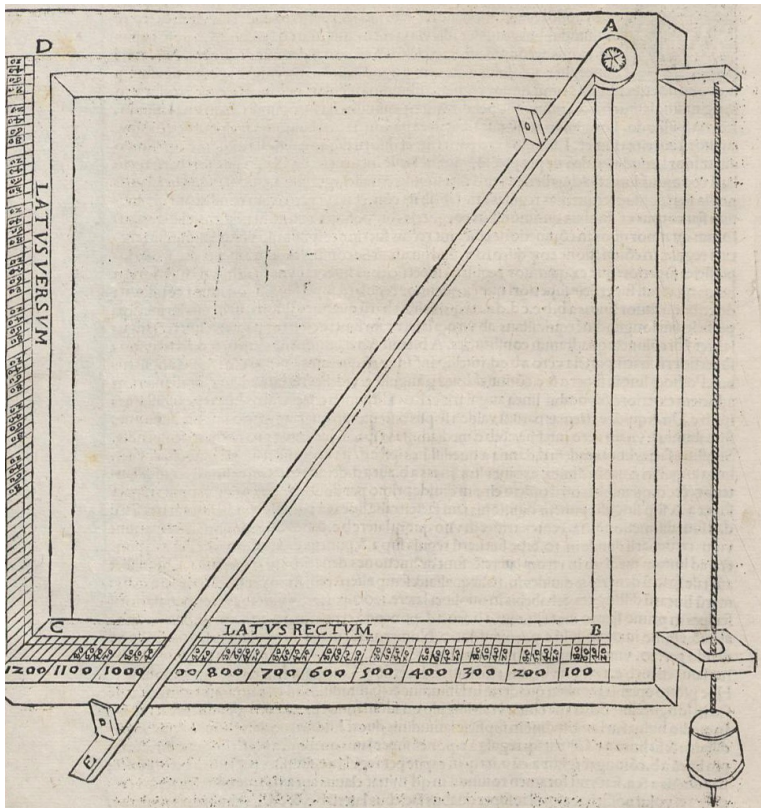


Figure 2.7: Georg von Peurbach's *Quadratum geometricum*, a predecessor to the instrument and very similar to the one described by Tartaglia. From Peurbach 1516.

³⁴See Peurbach 1516. See also Zinner 1968, 26–49.

Propositions seven to ten, finally, show how to use the instrument to calculate the different sorts of distances needed. As is usual for a deductive geometric system, the propositions build upon each other. Proposition seven shows how to determine the flatness of the ground, proposition eight shows how to measure the diametral and the horizontal distances, proposition nine has the same scope as its predecessor but with the difference that it takes into account the possibility—very real—that the observer, that is, the artillerist, cannot move from the place where he actually stands to one where the measurement procedure would be easier to perform.³⁵

In 1550 Tartaglia introduced some additions to the explanatory text of proposition nine as well. In this case, too, Tartaglia's goal was to indicate procedures to improve the precision of the measurements. Finally, proposition ten reproduces a particularly realistic situation for the bombardier of his time:

Tenth proposition.

I would like to artificially measure the height of a perceptible object, whose lowest point or fundament cannot be seen and to which one cannot go. By means of the same operation, I would like to investigate the hypotenuse or diametral distance of such a height and also the horizontal distance, that is, the distance between my eye and the point where the line of the horizontal distance meets that height, although this point cannot be seen. Similarly, I would like to investigate the length of the line from my feet straight toward the lowest point or fundament of that height, although it cannot be seen.³⁶

As the picture clearly shows, Tartaglia examines the case in which the point where the height meets the ground cannot be reached or seen directly, but, in Tartaglia's terms, "when the mind's eye is required."

The procedure described in proposition ten is particularly complex and laborious (Fig. 2.8). The instrument Tartaglia explains how to operate is one he built himself, and therefore he relates many characteristics of both its construction design and its use that depend on the manufacture and the choice of the materials. Many of these aspects are obviously not described completely, as for instance, the shape of the base of the instrument on which its perpendicularity depends, which varies for the different sorts of ground on which an artillerist or a surveyor had to work. In proposition ten Tartaglia reaches a point in his argument beyond which

³⁵"Ninth proposition. Without changing the position of where I am, I would like to know the height of a perceptible object when it is possible to move to its lowest point, that is, to its fundament and, by the same operation, I would like to know the hypotenuse or diametral distance of this height." From Tartaglia 1558, third book, 25r. This quotation is from page 213.

³⁶Tartaglia 1558, third book, 28r. This quotation is from page 237.

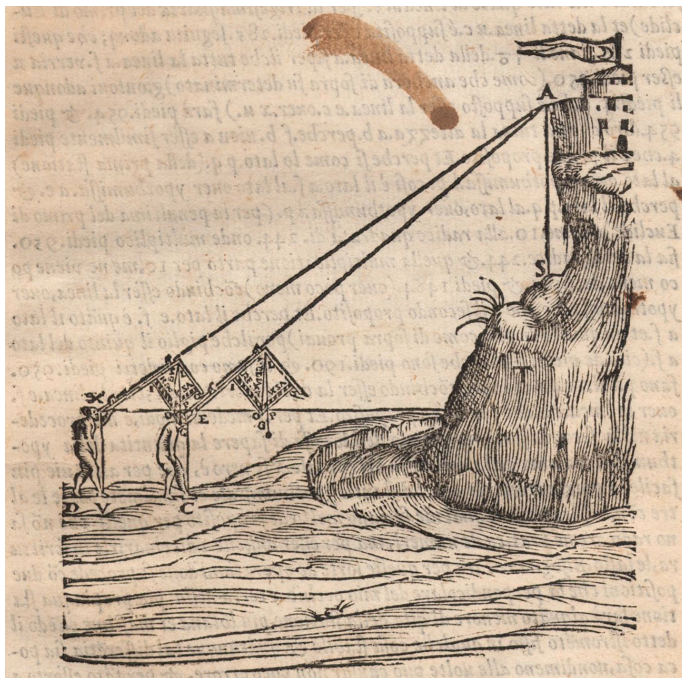


Figure 2.8: Graphic description of the method for measuring heights by means of a surveying set square when the point of conjunction between the line that joins the object to be observed with the ground, and the line between this last point of the observer himself, cannot actually be seen or reached. From Tartaglia 1558, third book, 29r.

he cannot proceed, because the description of all the possible expedients cannot be offered in written form:

It should also be added that I could find out the mentioned hypotenuses as well as all other measurements by means of other methods, which are easier, especially for those who are not able to calculate the square root and are not practiced with numbers. However, as these methods are difficult to describe by means of writing, I will not discuss them.³⁷

³⁷Tartaglia 1558, third book, 29v. This quotation is from page 251.

Technology clearly evolved by embedding in the instruments—and thus in its products—an increasing number of aspects of knowledge involved in these practices, which depended on human skills. In the sixteenth century many of these expedients were not codified, either in an artifact or in a text. The 1537 edition closes with the words just quoted.³⁸ However, in 1550 Tartaglia added one folio to the text of the same proposition in order to describe some further expedients, and, in particular, to show how to make sure that the visual apparatus of the surveying instrument is always at the same altitude with respect to (one would say today) sea level. This was possible thanks to additional specifications concerning the construction of the base and the pole supporting the instrument.

The texts of propositions seven through ten are difficult to read because they describe not only all steps of the measurement techniques, but also the geometric reasoning upon which such procedures were based. In other words, the validity of the described procedures was demonstrated geometrically on a theoretical level. In no other section of the *Nova scientia* does the tension between practical and theoretical knowledge emerge in such an evident manner as in this third book. Tartaglia eventually becomes aware of the fact that one of the two categories of potential readership of his book, the artillerymen, while eager for a more stable theoretical foundation of their activity, lacked the fundamental knowledge, such as Euclidean geometry, needed to fully understand Tartaglia's demonstrations. The result is, first, that each subject is declared in many different ways, making it even more difficult to understand because of Tartaglia's limited narrative capacity and literary skill,³⁹ and, second, that the texts ultimately include a terrific number of repetitions, probably in line with the didactic principles of the time that had persisted since antiquity (*repetita iuvant*).

Each measurement procedure is first described in terms of the practical steps to be followed in order to accomplish it. Either integrated with this description or following it, Tartaglia then furnishes a geometric demonstration, and often more than one, in order to refer to different definitions, postulates or propositions of Euclid's *Elements*. Then, at least one example is furnished "in the frame of the practice of numbers," and therefore involving arithmetics up to the use of the square root. This threefold description is then repeated according to the different situations in which the surveyor may find himself, for instance on uneven ground, or in a place where he cannot directly target by sight all the points needed to accomplish the measurement required.

³⁸The sentence is not precisely the same, but with the same meaning.

³⁹According to Virginia Iommi Echeverría, Tartaglia's insufficient literary skill is the main reason why his works failed to exert any significant influence in his own lifetime. For more details, see Echeverría 2011. However, other studies convincingly show that Tartaglia indeed played a major role in the process of establishment of vernacular as scientific language. For more details, see Piotti 1997, 271.

The texts finally contain continuous but very specific references to the *Elements* of Euclid, so that any reader interested in so doing has the opportunity to move from the practice to its deepest theoretical foundations.

Finally, the last two propositions of the third book are the additions explicitly announced in the title of the second edition of 1550. With the help of these texts, Tartaglia describes another surveying instrument he designed. Proposition eleven relates very carefully how to build it and even some of its variants. This instrument, too, was just a variation of other surveying instruments widely circulating in Tartaglia's time. However, being able to design a new device with some small changes was quite sufficient to improve the own professional image. In particular, the instrument is a dioptra to be used mainly on a horizontal position, but one that could also be reverted to a vertical position to be used similarly to the instrument described in the previous propositions.

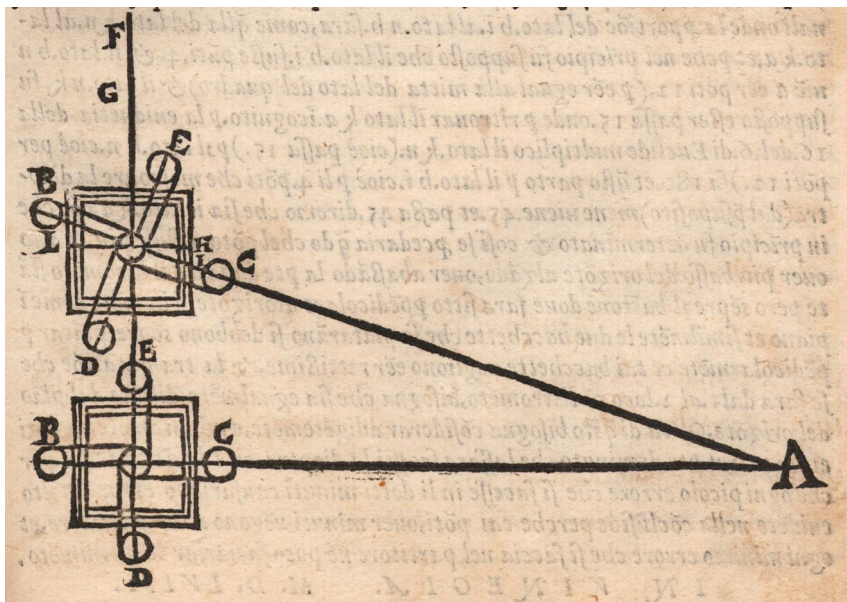


Figure 2.9: Graphic representation of the measurement technique realized by means of the dioptra designed by Nicolò Tartaglia and described in propositions eleven and twelve of the third book added in the second edition of 1550. From Tartaglia 1558, third book, 32r.

Chapter 3

The Method

Tartaglia's explicit aim was to create a science that was strictly mathematical and of a deductive nature. As was mentioned above, the methodological and demonstrative paradigm Tartaglia followed in proposing a new science was represented in Tartaglia's *Nova scientia* above all by Euclid's *Elements*.¹ In accordance with Aristotelian theory, Tartaglia begins his detailed analysis by proposing a series of principles which do not pertain to his theory directly but are of universal validity. These are what he refers to as the definitions with which he begins each book of the *Nova scientia*. The postulates and the axioms follow (only in the first book), the latter understood as an intuitively indubitable and evidently comprehensible truth. Finally, the "propositions" and the related "corollaries" emerge through a process of deductive reasoning. The frontispiece of the work provides also a sentence that Tartaglia took from Luca Pacioli's *De divina proportionem*² and re-adapted to the purpose. While Pacioli refers to the platonic solids, Tartaglia changes the sentence by substituting these with the mathematical disciplines. According to Tartaglia's variant of the motto, the mathematical disciplines are seen as the only method to understand "the reasons of things" and that "is open to every one."³

Tartaglia's intention to achieve the greatest possible abstraction by distancing himself as much as he could from the practical problems he was facing and from the experience of the bombardiers, and thus to construct an exact science based on the Euclidean model, was not entirely successful. The hybrid nature of the notions and suppositions which led Tartaglia to the construction of this new science found its place among the postulates and propositions of this science. Using the term "natural arguments" (*ragioni naturali*), Tartaglia introduces

¹In her paper, Karin J. Ekholm analyzes not only the physical and mathematical methods, as in the following, but also Tartaglia's algebraic approach, which he used in the final proposition of the second book. In particular, Ekholm is able to show how a plurality of methodological approaches was standard practice for those scholars, like Tartaglia, whose background included the culture of the Abaco schools. For more details, see Ekholm 2010.

²Pacioli 1509.

³For a suggestive reading of the frontispiece that shows perfectly Tartaglia's awareness of his moving from practical to theoretical knowledge, see Pizzamiglio 2004, especially pages 45–46.

demonstrations which he is obviously unable to explain on a purely geometric level, and which in fact require observation and experience in order to be considered valid. Tartaglia himself was aware of the problem and invited the reader to follow his line of thought, even though this type of demonstration was not accepted by mathematicians (*geometri*). Furthermore, it could also appear paradoxical that a demonstration based on natural arguments was used for the most important proposition in the entire work, i.e., the one which reveals that the greatest range of shot is achieved when the piece of artillery is raised at an angle of 45 degrees:

To demonstrate this proposition, we use a natural argument.⁴, which is the following: that thing that transits from the smallest to the greatest and through all that is in-between necessarily transits through the equal. Or the following: if it happens to find the greatest and the smallest of any thing, it also happens to find the equal. It is true that this kind of argument is neither valid or accepted, nor conceded by the geometer, as is clearly demonstrated by the commentator⁵ on the fifteenth proposition of the third [book] of Euclid and, similarly, on the thirtieth [proposition] of the same [book]. Nevertheless, such conclusions are verified in [reference to] the things that are univocal in reality, but when they are ambiguous, such [arguments] are sometimes mendacious.⁶

Within a context characterized by only one possible solution to the problem (*univocità*), and where, consequently, as with the axioms, there can be no doubt about the truth, the natural argument is held to be valid because it implies that the conclusion of the argument must always turn out to be true. The obvious difficulty with this, as Tartaglia was well aware, illustrates the phase of the transition from acquired and accumulated experience within the sphere of a practical activity to the mathematical-theoretical treatment of the same subject, a process that constituted the basis for the Scientific Revolution of the Renaissance.

⁴In the 1537 edition, Tartaglia defines the demonstration of this proposition as “Archimedean argumentation.” Karin Ekholm convincingly argued that Tartaglia’s choice of wording was related to Archimedes’ legendary skill as a machine builder. In Ekholm 2010, 197.

⁵The commentator Tartaglia refers to is Johannes Campanus. In his commentary on proposition fifteen of the third book of Euclid’s *Elements*, Campanus develops an argument similar to that of Tartaglia and then concludes in the following way: “Est hoc notandum que non valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. et per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire maius hoc et minus eodem ergo contingit reperire equale. hoc autem sic patet.” From Adelardus and Campanus 1482, third book, proposition fifteen.

⁶Tartaglia 1558, second book, 17r. This quotation is from page 163.

Chapter 4

The Author

Nicolò Tartaglia was born in Brescia in 1500 and died in Venice at the age of 57.¹ The *Nova scientia*, published in 1537, was his first important work. A relevant Italian edition of Euclid's *Elements*² followed in 1543. In the same year, Tartaglia published three works of Archimedes using the Latin translation of Willem van Moerbeke of the thirteenth century.³ The publication contains Archimedes's *De centrīs gravium libri duo*, *Tetragonismus ovvero De quadratura circuli* and the first book of the *Floating Bodies* under the title *De insidentibus aquae*. In 1546, he then published the *Quesiti et inventioni diverse*. It is in this text that Tartaglia announced his most important discovery: the solution of cubic equations, which until a few years earlier had been considered impossible. However, his work was primarily a denouncement of plagiarism, since he had confidentially disclosed this discovery to another mathematician, Girolamo Cardano, who despite having sworn an oath of secrecy, had published it a year earlier in his work *Artis magicae sive de regulis algebraicis*.⁴ As a consequence, the famous twelve *Cartelli di matematica disfida* were produced between 1547 and 1548. Though Tartaglia was unable to expose the truth of the case during his lifetime, this incident did not put an end to his scientific contributions. In Venice in 1551, he published his *Ragionamenti de Nicolo Tartaglia sopra la sua travagliata inventione*,⁵ a text based on Archimedes' *De insidentibus aquae* that addressed the practical application of this knowledge, as the invention consisted of a method for raising sunken ships. At the end of his life, Tartaglia produced his *General trattato di numeri e misure*,⁶ a collection of 204 problems of both the everyday and the more sophisticated kind, with the respective mathematical solutions. It was published in several stages between 1556, still during his lifetime, and 1560, posthumously. Finally, a new edition of the medieval work of Jordanus de Nemore about the sci-

¹For a biography of Tartaglia, see Gabrieli 1986. See also Rose 1975, 151–158.

²Euclid and Tartaglia 1543.

³Archimedes and Tartaglia 1543.

⁴Cardano 1545.

⁵Tartaglia 1551a.

⁶Tartaglia 1556–1560.

ence of weights—entitled *Jordani opusculum de ponderositate*⁷—and prepared by Tartaglia, was found and published in 1565.

In this by no means comprehensive list of Tartaglia's works, one finds once again the direction of his research so apparent in the content of the *Nova scientia*. While Tartaglia was an excellent mathematician and dedicated to the most diverse practical activities, this does not mean he was particularly original or exotic in the sixteenth century. On the contrary, his profile was typical of a Renaissance mathematician.⁸ Regardless of one's position in society, be it as royal mathematician, teacher at a school of arithmetic or lecturer at a university, the sixteenth-century mathematician was almost always a figure active in the fields of both practical and theoretical knowledge. As has been clarified in a precise historiographic tradition, Nicolò Tartaglia was an engineer-scientist who roamed both the battlefields of the bombardiers and the Latin editions of the great works of antiquity.⁹

Not only through his works, but also due to his extensive oral and teaching activities, Tartaglia is revealed to the historian as a fundamental figure in the diffusion of the mathematical culture of the Renaissance. Around the age of twenty Tartaglia moved to Verona, where he remained until the end of 1534. He then moved for the first time to Venice, at that time one of the most important cultural centers of Europe. Tartaglia had already been active in Verona as a teacher in the public and private spheres, and was consulted on the widest variety of topics, ranging from money exchange to surveying and valuation.

Probably from 1521, but certainly 1529 on, Tartaglia worked as a teacher of arithmetic.¹⁰ Despite his rising fame, he continued this activity even after moving to Venice. In fact, it was in Venice that he published the *Nova scientia*, in response, as the author himself affirmed, to the extraordinary expansion of the Ottoman Empire under Suleiman II. At the beginning of 1548, he left Venice for Brescia, but stayed there for only eighteen months as the promise of a higher position was not fulfilled. During this period the dispute between mathematicians concerning the solution of cubic equations ended in Milan, as related above.¹¹ He then returned to Venice where he remained until his death.

⁷Nemore and Tartaglia 1565. For Tartaglia's role in Renaissance developments in the science of weights, see Damerow and Renn 2012, section 3.6.

⁸For a more in-depth look at the basic themes of the sixteenth-century mathematician, see Biagioli 1989. See also Cuomo 1998.

⁹The same kind of research approach based on the concept of the engineer-scientist was used for a monographic work on Galileo Galilei, professor of mathematics at the University of Padua (Studio di Padova). For further details, see Valleriani 2010a and Valleriani 2008. As far as the relevance of the work of the Renaissance engineer-scientist is concerned, as well as the process of appropriating ancient knowledge, see in particular Damerow and Renn 2010. Similarly, but focusing on the relationship between ancient and Renaissance pneumatics, see Valleriani 2010b, 120–141.

¹⁰Gabrieli 1986, 19.

¹¹Gabrieli 1986, 79–90.

Chapter 5

The Context of the Art of War and the Role of Metallurgy

Tartaglia's work immediately positioned itself in a market gap of intellectual thought that obviously urgently needed to be filled. If the *Nova scientia* is considered alone, this work did, in fact, capture the interest of not only mathematicians, but also military officials dedicated to the use of heavy artillery, who were avidly increasing their arsenal of practical applications of mathematical knowledge. Tartaglia's text thus straddled the boundaries between two types of activity, one intellectual and the other practical, as well as two types of social sectors, i.e. academic and military. In order to fully understand this assertion, however, a deeper understanding of the art of war in Tartaglia's time is required. In the literature concerning the birth and development of ballistics, it is generally affirmed that the science of ballistics was the natural theoretical development following the diffusion of firearms from the fifteenth century onwards. It is true that the deployment of firearms during sieges became an undeniable reality in the fifteenth century, but analyzing the details of technological development during that century reveals that there was no need for a science of ballistics such as that formulated by Tartaglia.¹

Owing to the development of metallurgy, over the course of the fifteenth century specific types of heavy artillery began to be produced, which was used mainly during sieges on fortresses and fortified towns. Right from the beginning, two categories of artillery were produced: one which was able to fire relatively light cannon balls (between 12 and 25 kilograms), and one which was intended to destroy architectural structures of fortifications, and therefore capable of firing cannon balls weighing up to several hundred kilograms. Technological developments in the fifteenth century concentrated primarily on the heaviest artillery. Several reasons account for this development.

Throughout the fifteenth century, the process of fortification, for the most part, was still geared towards remodeling the architecture of the old, medieval-style fortress. Incisions were made in the old defense walls and reinforced with

¹One of the best works explaining the developments of the art of war in the fifteenth century is still the fourth volume of Delbrück 2000, published for the first time in 1920. For a more in-depth treatment of the subject of the development of artillery, see in particular Egg et al. 1971, Schmidtchen 1977 and B. S. Hall 1997.

embankments, which were also used to mount defensive artillery. Nonetheless, the fundamental structure was rarely changed or adapted to the new strategies of attack. In fact, the fifteenth century can be characterized as a period in which the advantage clearly lay with strategies for attack rather than with defense. Not until the first half of the sixteenth century was the balance restored, when architecture was finally able to provide a response to the development of metallurgy. It was the development of a new art of fortification, in particular, the development of the bastion as a fundamental element of defense, that succeeded in putting attack and defense onto a more equal footing, at least as far as sieges on fortresses were concerned.² In 1527 it was Albrecht Dürer³ who declared the end of old fortresses, even if they had been readapted. It was he who expressed an absolute necessity for new fortresses to be built from scratch, following a geometrical plan of construction conceived on the basis of the strategies of attack and defense made possible by the new firearms. Ultimately it was Italian military architecture that developed and perfected a new system of defense. Thus, the new art of fortification was not established until the first half of the sixteenth century, a full century after the first imposing developments in artillery had been made. However, the interim also saw considerable changes in the design, construction, power and use of artillery, and these changes must be considered in order to understand the *Nova scientia*.

In the fifteenth century, there was a demand for artillery of huge dimensions, as this was the only kind capable of destroying fortified lines. In fact, this form of artillery mainly used large balls made of stone, whose destructive power was exerted upon falling on the target. It was therefore necessary to have cannons capable of launching cannon balls of enormous dimensions as high into the air as possible. On one hand, the large “wall breakers” (*Mauerbrecher*) built by Teutonic experts, or the typical bombards that were widely used in Italy, launched projectiles at a high angle of elevation. On the other hand, the technology had not yet been developed to keep the artillery sufficiently fixed to the ground, and thus to avoid serious damage from the effects of the cannon’s recoil. From this point of view, the bombard had been particularly well thought out insofar as it practically lay on the ground. Furthermore, the process of loading the barrel of the cannon, the quality of the gunpowder and, above all, the quality of the cannon itself from the metallurgical perspective, made it impossible to fire shots that would follow almost rectilinear trajectories. The crackling generally associated with the flight of a cannon ball, for example, is a phenomenon that was observed only after

²There is considerable literature on the development of military architecture in the sixteenth century. As an introduction, see Arnold 2002, Duffy 1996, Hale 1977, Pepper and Adams 1986 and Croix 1960.

³Dürer 1527.

the beginning of the eighteenth century. The velocity of projectiles fired from fifteenth-century artillery was much slower than is generally thought.

Returning now to the *Nova scientia*, it is clear that the theory of ballistics developed in that work had no relation whatsoever with the reality of the fifteenth-century bombardier. The latter would have had more use for a theoretical treatment of the last segment of the trajectory, i.e. the part conceived as natural motion.

The principal aim of modern ballistics is to set up a shot in advance in order to hit a target whose position is known. Yet during the fifteenth century, there had been no demand for ballistics from this perspective. Following the arrival of new rules for fortifications in the sixteenth century, above all for bastions, a typical strategy of attack was developed during sieges, which focused primarily on destroying one of the bastions of the fortress. This made it possible to gain an area along the curtain wall where defense became comparatively weaker, and where it was thus possible to move from siege to attack and ultimately occupation. Depending on its type of construction, the bastion could and had to be destroyed following a very precise strategy. For example, first of all, the lower and upper defenses of the bastion itself had to be destroyed.

This meant that entire batteries of cannons had to concentrate their fire on one or a few chosen points whose distance and height had to be calculated with precision. In this context, a science of ballistics was doubtlessly necessary and welcome (Fig. 5.1).

The situation had been quite different in the fifteenth century. Strategies focused on destroying as much as possible of the inside of the fortress. A precise shot was not fundamentally important, and the experience of the bombardier was more than sufficient to achieve the objectives.

In order to understand the context of the birth of ballistics, another important technological innovation must be considered, as well as its consequences. A new, much smaller type of projectile began to come into use from the end of the fifteenth century (more specifically from the time of the first of the Italian Wars), produced by melting the iron in such a way as to obtain cast iron, albeit not really comparable with present-day cast iron. Due to developments in metallurgy and to innovations that increased the efficiency of hydraulic apparatuses applied to run ventilation systems at the end of the fifteenth century, furnaces were produced that were capable of reaching much higher temperatures than ever before. A new kind of cannon ball began to be produced in these smaller furnaces, while cannons continued to be produced using wrought iron or, later, cast bronze.

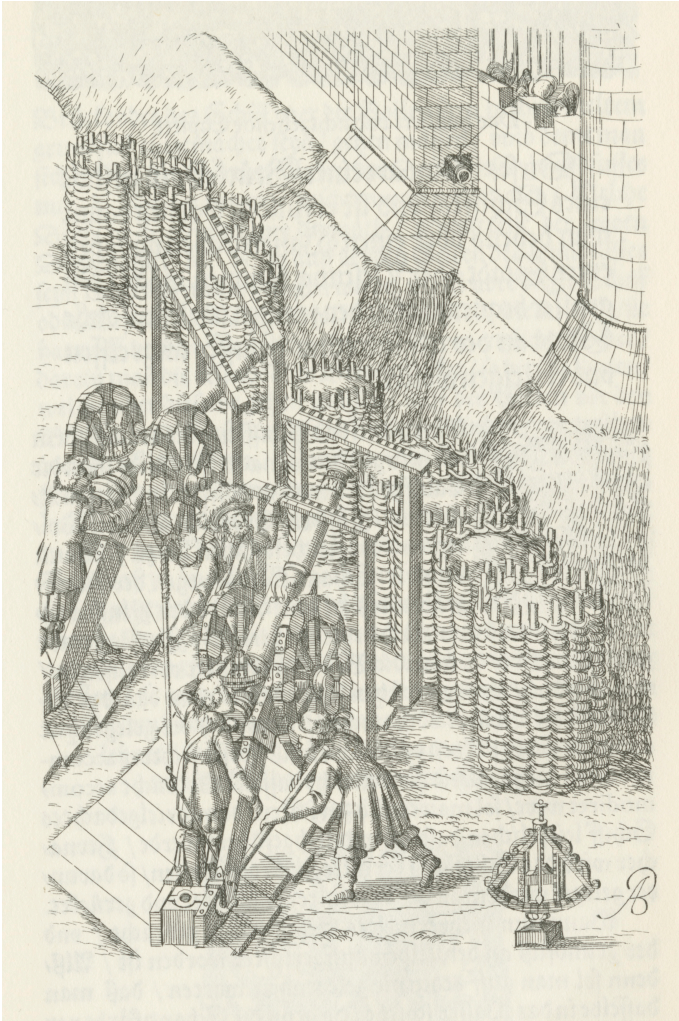


Figure 5.1: Drawing illustrating how, during the sixteenth century, artillery was used by targeting points in the front of the fortress whose distance was measured by means of a straight line. These replaced the buildings located inside the fortress as targets to be destroyed by means of high shots over the walls. From the German edition of Ramelli 1588 published in 1620.

This innovation resulted in a veritable revolution. Cast iron cannon balls of a relatively low caliber revealed a much higher capacity for penetration and destruction than those made of stone. The latter, if low in caliber, disintegrated and crumbled on impact with the target and, as has been mentioned, only had a potential for destruction if they were of very large dimensions and in free fall. The low caliber of the cast-iron cannon balls finally allowed for the possibility of using smaller and therefore lighter artillery that was easier to transport and cheaper to produce. It was this innovation that led to a significant increase in the velocity of projectiles, and which established heavy artillery once and for all as essential to the art of war, such that it spread to a hitherto unimaginable extent.

Over the following decades, the caliber and type of artillery were geared towards the setting of standards, each of which was valid within at least one single political entity. There was a change in the institutional role of the artillerymen, who until then had also often been the metal founders who accompanied soldiers during military campaigns. On the one hand, new foundries were established; and on the other, the figure of the bombardier became institutionalized in the military ranks. From there, the creation of special artillery schools where new soldiers could be trained was just a short step away. At this point, the perfect institutional vessel had been created for the newly emerging science of ballistics.

Chapter 6

Epistemology of the Quadrant for Bombardiers

The extent to which Tartaglia's ballistic theory was open to and influenced by the practical knowledge from which and for which it emerged has been clearly demonstrated. It has been shown that ballistics found itself on the borderline between the activity of the bombardier and the natural philosophy typical of the time, which was essentially Aristotelian. Tartaglia drew upon both as sources of knowledge and was thus able to construct his deductive-theoretical framework.

Looking at this from another perspective, i.e. starting from Tartaglia's ballistics, the first question is, what were the points of contact with these sources of knowledge? As far as the Aristotelian doctrine was concerned, it was without doubt the definitions of natural and violent motion which, according to Tartaglia, failed to provide a sufficient answer to the fundamental question concerning the curvilinear segment of a trajectory. This question later led to the formulation of an idea of "mixed motion," and thus formed the basis for a concept of compositions of motions. Leaving aside this aspect, however, as it would require a digression leading at least as far as the works which Galileo published more than one hundred years later,¹ the question remains as to how this ballistic theory was applied to the activity of the bombardier. The latter was, of course, not interested in natural philosophical discourse or in questions regarding the nature of motion. What he found most relevant was knowing how to hit a target with precision from as far away as possible.

What linked this demand to Tartaglia's theory was the above-mentioned mathematical instrument, commonly known as the "bombardier's quadrant." Tartaglia describes this instrument, its design and its use in the dedication letter that opens the book. In particular, the quadrant allowed the angle of elevation to be calculated while the bombardier remained sheltered behind the piece of artillery. Nevertheless, Tartaglia's firing table would have been even more relevant for the bombardier, and, above all, the method for calculating his own table based on the data he would have obtained from a single shot. Having a

¹There are many studies dedicated to the relationship between the science of ballistics of the sixteenth century and the formulation of the law of free fall. Among the most significant, see Renn, Damerow, and Rieger 2011. For a more general overview of the entire development of pre-classical mechanics, see also Damerow, Freudenthal, et al. 2004. Finally, as an introduction see Büttner et al. 2003.

table of this kind meant that the bombardier would no longer have to resort to several adjustment shots each time the target changed. If he had at his disposal an exact survey of the fortress which he was to attack, or information on how the attackers were positioned, the efficiency of the artillery battery would have been considerably improved. Tartaglia promises this table and these guidelines in the *incipit*, but the books which should have contained them were never written. Still, the idea was the right one. Within a few decades, such tables began to appear in a wide range of publications, although there were great discrepancies in the values they showed throughout the sixteenth century.² The quadrant had become the physical instrument that was able to incorporate the new science and apply it materially, and remained so for a very long time.

Yet, as was mentioned in Section 2.1, the quadrant was not an invention of the sixteenth century. In Tartaglia's day, it had already been in use for 120 years, at least in some regions. As a measuring instrument, the quadrant was generally an application of the geometrical properties of a triangle, relatively simple to understand and covered in the sixth book of Euclid's *Elements*. As such, it was thus indeed an ancient instrument.

What the bombardier's quadrant was used for prior to the era of ballistics is not clear from the known literature, but there is evidence of its existence and there are even graphic representations. Nonetheless, it is natural to assume that the quadrant was used as an instrument of registration, the angle of elevation being measured and noted before each shot. Were the shot successful, an annotation would be used to realign the position of the piece of artillery, which would have been lost through recoil. In relatively recent times, some authors have hypothesized that firing tables already existed during the fifteenth century, compiled as a kind of record.³ Even though the available sources do not appear to corroborate this hypothesis, it is clear that a good series of annotations of various angles of elevation, relating to one specific piece of artillery, at use at specific intervals of time, firing similar projectiles and maintaining the same quality and quantity of gunpowder, effectively amount to a firing table. Considering the growing diffusion and the increasingly intense use of heavy artillery during the fifteenth century, the inevitable conclusion is that a considerable amount of empirical data was accumulated owing to the use of the quadrant. An anachronistic evaluation of the data collected by the bombardier of the fifteenth century could lead to the for-

²Thomas Harriot (1560–1621), like Galileo, arrived at a conception of the parabolic trajectory of projectiles. As Matthias Schemmel demonstrates, Harriot considered different firing tables produced by different authors and in different locations in order to put the theory itself to the test. There were great discrepancies between the data which he collected, however, so that Harriot was forced to formulate mathematical procedures to extract more credible data. For this interesting study, see Schemmel 2008, particularly the eighth chapter of the first volume.

³Schmidtchen 1977, 150–161.

mulation of a hypothesis that the accumulation of this data formed the empirical basis from which the theory of ballistics emerged. Under scrutiny, however, this hypothesis remains improbable. The accumulation of data, if it did in fact occur, would have been of a very particular nature, with reference to specific pieces of artillery, projectiles and gunpowder, moreover, it would have remained quite local, since no institutional structure capable of collecting and preserving such data existed in the fifteenth century. Even if this information had been gathered, there would not have been any way to use it to formulate general, abstract rules using a more or less inductive method. The absence of any information regarding the context of the annotations made of each shot, for example, a formal and normative description of the characteristics of the piece of artillery, the projectiles and the gunpowder, as well as the influence of particular atmospheric conditions present at the time the annotation was made, would have rendered such a collection of annotations incomprehensible and pointless.

By way of conclusion, there is only one way to interpret the relationship between 120 years of accumulated experience in the use of the bombardier's quadrant and the birth of ballistic theory with the consequent scientific use of the same instrument. The annotations made during the fifteenth century represent the beginning of a codified written recording of the experience of the bombardier and his practical knowledge in general. In principle, these annotations could be of use only to the very bombardier who had written them, since only he was able, on the basis of his memory and accumulated experience, to give them a practical significance. The angle of elevation was only one of many aspects the bombardier had to take into consideration when exercising his profession, but it was probably the first of these aspects which found a way towards establishing written rules of recording in the form of measurements. From this perspective, the annotation regarding the angle of elevation of the piece of artillery is a first step in a process of abstraction, and therefore in theoretical reflection on the bombardier's own actions. The diffusion of the quadrant and of its use thus led to an increasing formalization of the descriptions of certain specific aspects of the bombardier's activity. As was mentioned at the beginning of this paper, Tartaglia states that the motivation that led him to dedicate himself to ballistics was a specific question from a bombardier regarding the relationship between the angle of elevation and the maximum range of a shot. Had there not been deep-rooted experience in the use of the quadrant in the period preceding Tartaglia, nobody would have been able to come up with such a question formulated in such a specific way, let alone understand it.

To conclude, the quadrant is the epistemological instrument that initiated a process of theoretical abstraction, which ended with the formulation of the bombardier's question. Thanks to the instrument, the bombardier is able to describe

his activity in a comprehensible way to somebody who is not familiar with his work but possesses the necessary mathematical understanding, such as that of Euclidean geometry, or the necessary physical understanding, such as that of Aristotelian dynamics. The quadrant is thus not only the link between theory and practice in the period following Tartaglia's *Nova scientia*, but also the means by which the transition was made from experience alone to the birth of a new theoretical subject.

Chapter 7

The 1558 Print Run of the *Nova scientia* and Its Translation

The present work is an edition of the 1558 second print run of the 1550 and second edition of the *Nova scientia*. As Tartaglia died in 1557, this is the first print of the work that was not checked and authorized by Tartaglia himself. As is known, Tartaglia left many of his works and manuscripts in the hands of typographers or people with whom he had business contacts. It is unclear why exactly he did so, but it can be speculated that he was either trying to settle debts or to collect a sum as an inheritance. According to the number of copies held in archives and in libraries today, it is safe to infer that considerably more copies of the 1558 print run were produced than of the 1537 and the 1550 editions and, therefore, that it may have been more influential than the earlier published works. Certainly, it contributed the most to the diffusion of Tartaglia's science of ballistics.

However, the 1558 print run does show certain peculiarities. First of all, the printer took the freedom of changing Tartaglia's text. The syntax, which Tartaglia wrote with no regard for any rules, is slightly improved. Some of the wording is also changed to improve readability. Tartaglia himself had already implemented similar changes. For instance, while the first edition still shows a considerable number of Latinisms and a heavy use of titles when referring to people, the edition published thirteen years later in 1550 already replaced Latin with Italian wording and deleted the titles.

As mentioned while discussing the second book of the *Nova scientia* in Section 2.3, the maker of the 1558 print run is responsible for systematically replacing the verb "*transire*." Tartaglia used this verb in order to denote any sort of movement. The printer replaced it with different verbs appropriate to the context defined in the sentence or in the paragraph. "*Transire*" was replaced, for instance, by "*andare*" (to go) or "*muovere*" (to move). Only in a couple of cases, and probably only because he overlooked them, did the original verb appear. Nevertheless, he never replaced "*transire*" when Tartaglia used it in its substantive form: "*transito*." The overall impression that emerges from these changes is that "*transito*" denotes a specific scientific meaning, a mechanical technical term. "Transit" indeed denotes the line that joins together the point where the violent motion starts, that is, the beginning of the first straight line that comprises the

trajectory of a projectile, with the point where the violent motion ends, that is, the last point of the curvilinear portion of the trajectory. While the use of such a term in the 1537 and the 1550 editions appears natural, the printer's work in the 1558 edition created the conditions for the emergence of a specific terminus and therefore for a specific concept inherent to the science of ballistics. This is one of the reasons why the 1558 edition was selected for the present work.

The same printer, however, is also responsible for a series of mistakes probably caused by insufficient editing before publishing. Particularly troublesome are a few mistakes concerning calculations (numbers) and references to the explanatory geometric diagrams (letters denoting lines or figures).

Abbreviations are present both in the 1537 and 1550 editions and in the 1558 print run, though different in each. On the basis of an overall consideration, however, the 1558 edition is certainly the most readable of the works because of a more open layout and a better selection of characters.

The present transcription and translation are compared with the texts of the previous editions and prints. The differences among them, when relevant in terms of content, are indicated in footnotes. All kinds of mistakes, whether caused by the printer or not, are highlighted either in the text or in the footnotes as well. A translation of a text of the sixteenth century consequently changes the structure of the original text. However, improvement to its readability was not the primary goal of this translation. In fact, the goal was to render the fundamental tension experienced by Tartaglia in connecting two previously disconnected domains of knowledge, and in using a language that was not yet sufficiently developed to function as scientific language. In a few cases, however, and especially while translating the third book, certain words that tend to denote a wide spectrum of meanings have been translated with less general terms. This has been done when a long and elaborated explanatory apparatus would have been necessary for the understanding of literal translations of particular procedures, such as for instance, actions to be accomplished whilst holding a mathematical instrument.

Chapter 8

Online Sources

This section presents a list of the works of Nicolò Tartaglia, which are available in digital reproductions through the open-access repository ECHO (European Cultural Heritage Online) of the Max Planck Institute for the History of Science (<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de>).

- Archimedes and Tartaglia, Nicolò, *Opera Archimedis Syracvsani philosophi et mathematici ingeniosissimi*, Venetia, 1543
- Tartaglia, Nicolò, *Regola generale da sulevare con ragione e misura non solamente ogni affondata nave: ma una torre solida di mettallo*, Venetia, 1551
- Tartaglia, Nicolò, *Quesiti et inventioni diverse de Nicolò Tartaglia. Di novo restampati con una gionta al sesto libro, nulla quale si mostra duoi modi di redur una citta inespugnabile. La divisione et continentia di tutta l'opra ne seguente foglio si trouara notata*, Venetia, appresso de l'auttore, 1554
- Tartaglia, Nicolò, *General trattato di numeri, et misure. 3 voll. Vol. 1: La prima parte del general trattato di numeri, et misure di Nicolo Tartaglia, nella quale in diecisette libri si dichiara tutti gli atti operativi, pratiche, et regole necessarie non solamente in tutta l'arte negotiaria, et mercantile, ma anchor in ogni altra arte, scientia, over disciplina, dove interuenghi il calculo. Vol. 2: La seconda parte del general trattato di numeri, et misure di Nicolo Tartaglia, nella quale in undici libri si notifica la piu ellevata, et speculativa parte della pratica Arithmetica, la qual è tutte le regole, et operationi praticali delle progressioni, radici, proportioni, et quantita irrationali. Vol. 3: La terza parte del general trattato de numeri, et misure di Nicolo Tartaglia. Nel quale si dechiarano i primi principii, et la prima parte della geometria, con bellissimo, et facilissimo modo; cose utilissime, et dilettevoli, per tutte quelle persone, che si diletmano di sapere. Dimostrasi oltra di cio, la pratica del Misurare ciascuna cosa, con brieve, et facile via*, Venetia, per Curtio Troiano, 1556–1560.

- Tartaglia, Nicolò, *La nova scientia de Nicolò Tartaglia: con una gionta al terzo libro*, Venetia, per Curtio Troiano, 1558
- Jordanus de Nemore and Tartaglia, Nicolò, *Iordani opusculum de ponderositate*, Venetia, per Curtio Troiano, 1565

Acknowledgments

The present work was accomplished at the Max Planck Institute for the History of Science in Berlin, in Department 1, and in the frame of the project “Long-Term Development of Knowledge.” The project aims to investigate the relations between practical and theoretical knowledge, in this case, mechanical knowledge. An abridged version of some of the sections of the present introductory text to the edition of Nicolò Tartaglia’s *Nova scientia* was first published in Italian in *La scienza delle armi. Luigi Fernando Marsili. 1658–1730* (2012, 93–108). In the first stages of this work, issues related to content were discussed with Massimiliano Badino and Vincenzo de Risi, while Juliet Cappetta assisted the author in surmounting the first difficulties concerning the rendering in English.

Acknowledgments then go to Paolo Galluzzi, director of the Museo Galileo, and the staff of its library, for placing the 1550 edition at the author’s disposal in order to proceed with its comparison to the 1558 print run considered here. In Florence, special thanks are due to Giorgio Strano, curator of the Museo Galileo, whose invaluable advice helped the author investigate the surveying instruments discussed in the third book of Tartaglia’s *Nova scientia* and their history.

The head of the library of the Max Planck Institute for the History of Science, Urs Schoepflin, and his staff provided decisive support for this work, first by providing exceptional scans of the original historical source and then a rough transcription of the text by means of the workflow developed in the frame of the ECHO project (<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de>). The images throughout the entire work are published by courtesy of the Library of the Max Planck Institute for the History of Science. Kai Surendorf programmed the layout which allows the transcription and translation to be presented in parallel and supported the entire project from the IT perspective. Special thanks go to Sabine Bertram for her critical support in archival research.

The comparison between the 1537, 1550 and 1558 editions and print runs was accomplished thanks to the fundamental support of Viola E. Schmidt, Anna Siebold and Irene Colantoni. The latter fundamentally helped also in the last phase of production of the transcription. Paul Stefan Trzeciok gave support to the research while “decoding” non-standard Latinisms. Gunthild Storeck helped while resolving arithmetic calculations to check Tartaglia’s results. Beatrice Hermann fundamentally contributed to the final layout of transcription and translation.

The translation was produced together with Lindy Divarci and Anna Siebold. At the same time, however, they also provided major support for the research concerning the historical positioning of Tartaglia's *Nova scientia*. During this research the discussions held with Jürgen Renn were of fundamental importance to obtain the results described in this work.

Bibliography

- Adelardus and Johannes Campanus (1482). *Opus elementorum Euclidis megarensis in geometriam artem in id quoque Campani perspicacissimi commentationes finiunt*. Venetiis: impressit Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus.
- Alberti, Leon Battista (15th century). *Ex ludis rerum mathematicarum*. MS Typ 422.2. Cambridge, MA: Houghton Library, Harvard University.
- Alliacus, Petrus (1495). *Sphaera mundi cum quaestionibus Alliaci*. Paris: Guy Marchand & Sean Petit.
- Anonymous (15th century). *Fortificationi. De Artiglieria*. Ms. XIX-62, Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
- Archimedes and Nicolò Tartaglia (1543). *Opera Archimedis Syracusani philosophi et mathematici ingeniosissimi*. Venetia.
- (1665). *Archimedis de insidentibus aquae*. Venetiis: apud Curtium Troianum.
- Arend, Gerhard (1998). *Die Mechanik des Nicolò Tartaglia im Kontext der zeitgenössischen Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*. Algorismus. Munich: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften.
- Aristotle (1934). *The Physics*. 4–5. Aristotle in Twenty-Three Volumes. The Loeb Classical Library. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- (1986). *On the Heavens*. 6. Aristotle in Twenty-Three Volumes. The Loeb Classical Library. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Aristotle and Averroes (1473). *De caelo et mundo*. Padua.
- (1520). *Lib. IIII De coelo & mundo: cum singulorum epitomis hactenus non impressis. Subnexis duobus illis De generatione & corr.p.* Papie: Burgofrancus.
- Arnold, Thomas F. (2002). *The Renaissance at War*. London: Cassell.
- Avicenna (1507). *Liber de canonis. Avicenne revisus et ab omni errore mendatusque purgatus summaque cum filigentia Impressus*. Venetia.
- Baldi, Bernadino (1998). *Le vite de' matematici*. Milano: Franco Angeli.
- Bennett, Jim (1998). Practical Geometry and Operative Knowledge. *Configurations* 6(2):195–222.
- Besana, Luigi (1996). La «Nova scientia» di Nicolò Tartaglia: una lettura. In: *Per una storia critica della scienza*. Ed. by Marco Beretta, Felice Mondella, and Maria Teresa Monti. Milano: Cisalpino. 49–71.

- Biagioli, Mario (1989). The Social Status of Italian Mathematicians, 1450–1600. *History of Science* 27:41–95.
- Blair, Ann (2010). The Rise of Note-Taking in Early Modern Europe. *Intellectual History Review* 20(3):303–316.
- Bruce, Moran (2005). Knowing How and Knowing That: Artisans, Bodies, and Natural Knowledge in the Scientific Revolution. *Studies in History and Philosophy of Science Part A* 36(3):577–585.
- Busca, Gabriele (1601). *Dell'architettura militare di Gabriele Busca*. Milano: presso Bordone e Locarni.
- Büttner, Jochen, Peter Damerow, Jürgen Renn, and Matthias Schemmel (2003). The Challenging Images of Artillery - Practical Knowledge at the Roots of the Scientific Revolution. In: *The Power of Images in Early Modern Science*. Ed. by Wolfgang Lefèvre, Jürgen Renn, and Urs Schoepflin. Basel: Birkhäuser. 3–38.
- Cardano, Girolamo (1545). *Hieronymi Cardani artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*. Nürnberg.
- Codex 51* (1410 ca.). k. k. Ambraser-Sammlung, Handschriften Abteilung, Österreichische Nationalbibliothek.
- Croix, Horst de la (1960). Military Architecture and the Radial City Plan in Sixteenth-Century Italy. *Art Bulletin* 42(2):263–290.
- Cuomo, Serafina (1997). Shooting by the Book: Notes on Nicolò Tartaglia's «Nova Scientia». *History of Science* 35(2):155–188.
- (1998). Nicolò Tartaglia, Mathematics, Ballistics and the Power of Possession of Knowledge. *Endeavour* 22(1):31–35.
- Damerow, Peter, Gideon Freudenthal, Peter McLaughlin, and Jürgen Renn (2004). *Exploring the Limits of Preclassical Mechanics. A Study of Conceptual Development in Early Modern Science: Free Fall and Compounded Motion in the Work of Descartes, Galileo and Beeckman*. 2nd ed. New York: Springer Verlag.
- Damerow, Peter and Jürgen Renn (2010). The Transformation of Ancient Mechanics into a Mechanistic Worldview. In: *Transformationen antiker Wissenschaften*. Ed. by Georg Töpfer and Hartmut Böhme. Berlin: DeGruyter. 239–263.
- (2012). *The Equilibrium Controversy: Guidobaldo del Monte's Critical Notes on the Mechanics of Jordanus and Benedetti and their Historical and Conceptual Backgrounds*. Berlin: Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge.
- Delbrück, Hans (2000). *Geschichte der Kriegskunst im Rahmen der politischen Geschichte*. Berlin: DeGruyter.

- Drake, Stillman and I. E. Drabkin (1969). *Mechanics in the Sixteenth-Century Italy. Selections from Tartaglia, Benedetti, Guido Ubaldo, & Galileo*. Madison: The University of Wisconsin Press.
- Duffy, Christopher (1996). *Siege Warfare. The Fortress in the Early Modern World*. 2nd ed. London: Routledge.
- Dürer, Albert (1527). *Etliche vnderricht, zu befestigung der Stett, Schloß vnd Flecken*. Nürnberg: Hieronymus Andreae.
- Echeverría, Virginia Iommi (2011). Hydrostatics on the Fray: Tartaglia, Cardano and the Recovering of Sunken Ships. *British Journal for the History of Science* 44(4):479–491.
- Egg, E., J. Jobé, H. Lachouque, Ph. E. Cleator, and D. Reichel (1971). *Kanonien. Illustrierte Geschichte der Artillerie*. Bern: Scherz.
- Ekholm, Karin J. (2010). Tartaglia's *Ragioni*: A maestro d'abaco's mixed approach to the bombardier's problem. *The British Journal for the History of Science* 43(2):181–207.
- Endress, Gerhard (1995). Averroes' «De caelo». Ibn Rushd's Cosmology in His Commentaries on Aristotle's «On the Heavens». *Arabic Sciences and Philosophy* 5:9–49.
- Essenwein, August von and Germanisches Museum (1873). *Quellen zur Geschichte der Feuerwaffen*. Leipzig: F. A. Brockhaus.
- Euclid and Nicolò Tartaglia (1543). *Euclide Megarende philosopho. Solo introduttore delle scientie mathematiche*. Vinegia: Venturino Roffinelli.
- Favaro, Antonio (1913). Di Nicolò Tartaglia e della stampa di alcune delle sue opere con particolare riguardo alla “Travagliata Inventione”. *Isis* 1(3):329–340.
- Gabrieli, Giovanni Battista (1986). *Nicolò Tartaglia. Invenzioni, disfide e sfortune*. Siena: Università degli Studi di Siena.
- Goldthwaite, Richard A. (1985). The Renaissance Economy: The Preconditions for Luxury Consumption. In: *Aspetti della vita economica medievale*. Firenze: Università degli Studi di Firenze. 659–675.
- Guerre horrende d'Italia. Tutte le guerre d'Italia, comenzando dala venuta di re Carlo del mille quatrocento nonantaquattro, fin al giorno presente. Nouamente stampate in ottaua rima. Et con diligentia corrette* (1535). Vineggia: per Gulielmo da Fontaneto.
- Hale, J. R. (1977). *Renaissance Fortification. Art or Engineering?* London: Thames and Hudson.
- Hall, A. R. (1952). *Ballistics in the Seventeenth Century: A Study in the Relations of Science and War with Reference Principally to England*. New York: Cambridge University Press.

- Hall, Bert S. (1997). *Weapons and Warfare in Renaissance Europe. Gunpowder, Technology, and Tactics*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press.
- Keller, A. G. (1975). Mathematicians, Mechanics and Experimental Machines in Northern Italy in the Sixteenth Century. In: *The Emergence of Science in Western Europe*. Ed. by Maurice P. Crosland. London: The Macmillan Press. 15–34.
- Koyré, Alexander (1960). La dynamique de Nicolo Tartaglia. In: *La science au seizième siècle. Colloque international de Royamont. 1–4 Juillet 1957*. Paris: Hermann. 91–116.
- La scienza delle armi. Luigi Fernando Marsili 1658–1730* (2012). Pendragon, Bologna: Museo di Palazzo Poggi.
- Lefèvre, Wolfgang, Jürgen Renn, and Urs Schoepflin, eds. (2002). *The Power of Images in Early Modern Science*. Basel: Birkhauser.
- Lewis, M. J. T. (1994). The Origins of Wheelbarrow. *Technology and Culture* 35(3):453–475.
- Nemore, Jordanus de and Nicolò Tartaglia (1565). *Iordani opusculum de ponderositate*. Venetia.
- Pacioli, Luca (1509). *De divina proportione*. Venetia: M. Antonio Capella, Paganus Paganinus.
- Pepper, Simon and Nicholas Adams (1986). *Firearms & Fortifications. Military Architecture and Siege Warfare in Sixteenth-Century Siena*. Chicago: University of Chicago Press.
- Peuerbach, Georg (1516). *Quadratum geometricum praeclarissimi Mathematici Georgij Burbachij*. Nurenberge.
- Piotti, Mario (1997). *La lingua di Nicolò Tartaglia. La «Nova scientia» e i «Questi et inventioni diverse»*. Milano: LED.
- Pizzamiglio, Pierluigi (2004). Nicolò Tartaglia. *Nuova Secondaria* 7:37–49.
- Ramelli, Agostino (1588). *Le diverse et artificiose machine*. Parigi: In casa del Autore.
- (1620). *Schatzkammer / Mechanischer Künste*. Durch Henning Großen den Jüngern.
- Renn, Jürgen, Peter Damerow, and Simone Rieger (2011). Hunting the White Elephant: When and how did Galileo discover the Law of Fall? In: *Galileo in Context: An Engineer-Scientist, Artist, and Courtier at the Origins of Classical Science*. Ed. by Jürgen Renn. Cambridge: Cambridge University Press. 29–152.
- Renn, Jürgen and Matteo Valleriani (2001). Galileo and the Challenge of the Arsenal. *Nuncius* 16(2):481–503.
- Rose, Paul Lawrence (1968). The Origins of the Proportional Compass from Mor-dente to Galileo. *Physis* 10:53–69.

- (1975). *The Italian Renaissance of Mathematics*. Geneva: Libraire Droz.
- Schemmel, Matthias (2006). The English Galileo: Thomas Harriot and the Force of Shared Knowledge in Early Modern Mechanics. *Physics in Perspective* 8:360–380.
- (2008). *The English Galileo: Thomas Harriot's Work on Motion as an Example of Preclassical Mechanics*. Boston Studies in the Philosophy of Science. Dordrecht: Springer.
- Schmidtchen, Volker (1977). *Bombarden, Befestigungen, Büchsenmeister. Von den ersten Mauerbrecher des Spätmittelalters zur Belagerungsartillerie der Renaissance. Eine Studie zur Entwicklung der Militärtechnik*. Düsseldorf: Droste Verlag.
- Tartaglia, Nicolò (1537). *Nova scientia inventa da Nicolo Tartalea*. Venetia: Per Stephano da Sabio.
- (1546). *Quesiti et inventioni diverse de Nicolo Tartalea Brisciano*. Venetia: Ruffinelli.
- (1551a). *Ragionamenti di Nicolò Tartaglia sopra la sua travagliata inventione*. Venetia: In casa dall'autore.
- (1551b). *Regola generale da sulevare con ragione e misura non solamente ogni affondata nave: ma una torre solida di metallo*. Venetia.
- (1554). *Quesiti et inventioni diverse de Nicolò Tartaglia. Di novo restampati con una gionta al sesto libro, nulla quale si mostra duoi modi di redur una citta inespugnabile. La divisione et continentia di tutta l'opra ne seguente foglio si trouara notata*. Venetia.
- (1556–1560). *General trattato di numeri, et misure*. 3 voll. Vol. 1: *La prima parte del general trattato di numeri, et misure di Nicolo Tartaglia, nella quale in diecisette libri si dichiara tutti gli atti operativi, pratiche, et regole necessarie non solamente in tutta l'arte negotiaria, et mercantile, ma anchor in ogni altra arte, scientia, over disciplina, dove intervenghi il calculo*. Vol. 2: *La seconda parte del general trattato di numeri, et misure di Nicolo Tartaglia, nella quale in undici libri si notifica la piu ellevata, et speculativa parte della pratica Arithmetica, la qual è tutte le regole, et operationi praticali delle progressioni, radici, proportioni, et quantita irrationali*. Vol. 3: *La terza parte del general trattato de numeri, et misure di Nicolo Tartaglia. Nel quale si dechiarano i primi principii, et la prima parte della geometria, con bellissimo, et facilissimo modo; cose utilissime, et dilettevoli, per tutte quelle persone, che si dilettono di sapere. Dimostrasi oltra di cio, la pratica del Misurare ciascuna cosa, con brieve, et facile via*. Venetia: Per Curtio Troiano.
- (1558). *La nova scientia de Nicolò Tartaglia con una gionta al terzo libro*. Venetia: per Curtio Troiano.

- Valleriani, Matteo (2008). Galileo in the Role of the Caster's Assistant: The 1634 Bell of the Torre del Mangia in Siena. *Galileana* 5:89–112.
- (2010a). *Galileo Engineer*. Boston Studies in the Philosophy of Science. Dordrecht: Springer.
 - (2010b). The Garden of Pratolino: Ancient Technology Breaks Through the Barriers of Modern Iconology. In: *Ludi Naturae - Spiele der Natur. Transformationen eines antiken Topos in Wissenschaft und Kunst*. Ed. by Natascha Adamowsky, Robert Felfe, and Hartmut Böhme. München: Fink Verlag. 120–141.
 - (2012). Galileo's Abandoned Project on Acoustic Instruments at the Medici Court. *History of Science* 50(1):1–31.
- Williams, Kim, Lionel March, and Stephen Wassell (2010). *The Mathematical Works of Leon Battista Alberti*. Geschichte der Mathematik. Basel: Springer.
- Zinner, E. (1968). *Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg genannt Regiomontanus*. 2nd ed. Osnabrück: Otto Zeller.

Part 2

The *Nova scientia*: Transcription and Translation

FRONTESPIZIO - Primo folio (non numerato), recto

Frontispiece



Disciplinæ Mathematicæ loquuntur[.] Qui cupitis Rerum varias co-
gnoscere causas[.] Discite nos, cunctis hac patet una uia.

FRONTISPICE - First folio (unnumbered), recto



The Mathematical Disciplines say, whoever strives to investigate the reasons to think, study us, this way is open to everyone.

INCIPIT - Primo folio (non numerato), verso

Incipit

INVENTIONE DE NICOLO TARTAGLIA

Brifciano Intitolata Scientia Noua diuifa in V libri, nel Primo di quali se dimostra theoricamente, la natura, & effetti de corpi egualmente graui, in li dui contrarii moti che in effi puon accadere, & de lor contrarii effetti.

In lo fecondo (geometricamente) se approua, e dimostra la qualita fimilitudine, et proportionalita di tranfiti loro fecondo li uarij modi, che puono effer eietti, ouer tirati uiolentemente per aere, et fimilmente delle lor distantie.

In lo terzo se infegna una noua pratica de mifurare con l'alpetto, le altezze distantie ypothumiffale, et orizzontale delle cofe apparente, giontoui anchora la theorica, cioe la ragione et caufa di tal operare.

In lo quarto se dara la proportionione de l'ordine dil crefcere callar che in ogni pezzo di artegliaria nelli fuoi tiri, alzandolo ouer arballandolo, fopra il pian de l'orizzonte, et fimilmente ogni mortaro, anchora se infegnara il modo di trouar tutte le dette uarieta, ouer quantita de tiri in ogni pezzo de artegliaria, ouer mortaro mediante la notitia dun tiro folo. Anchora fi mostrara il modo come fi debbia gouernar un bombardiero quando defidera, di battere ouer di percottere in qual che luoco apparente.

Oltra di quefto se infegnara anchora il modo come fi debbia gouernar il detto bombardiero quando gli fuffe fatto un riparo dauanti al luoco doue percote uolendo pur percottere nel medemo luoco per altra uia, ouer elleuatione quantunque piu non ueda quel tal luoco.

Anchora se dara il modo di fapere percottere continuamente la ofcura notte in un luoco appoftato il giorno auanti.

INCIPIT - First folio (unnumbered), verso

INVENTION OF NICOLO TARTAGLIA

from Brescia entitled *Nova scientia*, divided into five books.¹ In the first book, the nature and effects of equally heavy bodies are theoretically demonstrated as well as the two contrary motions that can affect such bodies and the contrary effects of such motions.

In the second [book], the qualities, similarities and proportions of the transits, and therefore of the distances, of such bodies are shown and demonstrated (geometrically) according to the various ways in which the bodies can be ejected, that is, thrown violently through the air.

In the third [book], a new practice to measure by sight the height and the diametral and horizontal distances of the perceptible objects is taught. The theory, that is, the reason and the cause of such operations, is also added.

In the fourth [book], the ratio is described between the increase [and] decrease of the shots of each piece of artillery and the elevating or lowering of the piece above the plane of the horizon. Similarly [the same will be shown] for each [type of] mortar. Moreover, the method of how to find all the mentioned varieties is taught, that is, the quantitative information concerning the shots of each piece of artillery and mortar on the basis of information concerning one single shot. In addition, the method is given of how a bombardier must proceed when he intends to hit or strike a certain perceptible place.

In addition, the method is also taught of how the mentioned bombardier should proceed when the place he intends to strike has been covered with a protective shield [so that he can] strike it using another path, that is, using another elevation, even though he is no longer able to see that place.

Again, the method is shown of how to continuously strike during the night a place that has been targeted earlier in the day.

¹1537 edition: "Invention newly found by Nicolo Tartaglia from Brescia, very useful for all speculative mathematical bombardiers and for others, entitled *Nova scientia*, divided into five books."

INCIPIT - Primo folio (non numerato), verso - cont.

In lo quinto libro se dechiarira (secondo l'autorita de molti Eccellentissimi Naturali) la natura, et origine de diuerse specie di gome, olei, acque stillate, anchora de diuerfi simplici minerali et non minerali dalla natura prodotti, et da l'arte fabricati, anchora se manifestara alcune sue particolare proprieta circa a larte de fuochi. Et similmente se delucidara quale sono quelle materie chi se conuiengono et che se accordano et quale sono quelle che non si conuiengono ne se accordano, a ardere insieme, et consequentemente se dara il modo di componere, uarie et diuerse specie de fuochi, non solamente alla defensione de ogni murata terra utilissimi, ma anchora in molte altre occorentie molto a proposito.

INCIPIT - First folio (unnumbered), verso - cont.

The fifth book discloses (according to the authority of many very Excellent Naturals²) the nature and the origin of several kinds of gum, oil, distilled water, and also several simple and not simple minerals produced by nature and manufactured by art. Then, some particular characteristics of the art of the fires³ are clarified. Similarly, it is then explained which materials burn well together and which materials are not appropriate for this purpose. Consequently, the method is described of how to compound various and different kinds of fires, which are not only very useful for defending fortified land, but also very appropriate for many other occasions.

²“Naturals” means natural philosophers. In the 1537 edition, the following words are inserted here: “according to the authority of Galen, Avicenna and many other very excellent physicists.”

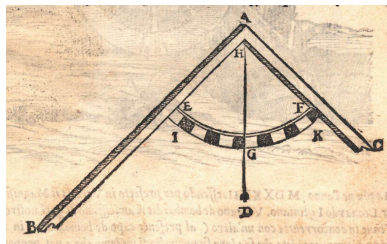
³“Fires” means fireworks.

EPISTOLA - Secondo folio (non numerato), recto

ALLO ILLVSTRISSIMO ET INVICTISSIMO Signor Francescomaria Feltrense dalla Rouere Duca Eccellentissimo di Urbino et di Sora, Conte di Montefeltro, et di Durante. Signor di Senegaglia, et di Pesaro. Prefetto di Roma, et dello Inclito Senato Venetiano Dignissimo General Capitano.

Epistle

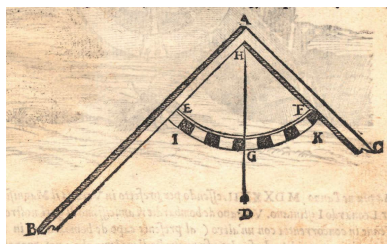
HABITANDO in Verona l'Anno MDXXXI Illuistrissimo. S. Duca mi fu adimandato da uno mio intimo et cordial amico Peritisimo bombardiero in castel uecchio (huomo atempato et copioso di molte uirtu) dil modo di mettere a segno un pezzo de artegliaria al piu che puo tirare. E a ben che in tal arte io non hauessè pratica alcuna (perche in uero Eccellente Duca) giamai disfgargeti artegliaria, archibufo, bombarda, ne schioppo niente dimeno (desideroso di feruir l'amico) gli promisfi di darli in breue risoluta risposta. Et dipoi che hebbi ben masticata et ruminata tal materia, gli conclusi, et dimostrarai con ragioni naturale, et geometriche, qualmente bisognaua che la bocca del pezzo stessè elleuata talmente che guardassè rettamente a 45 gradi sopra a l'orizzonte, et che per far tal cosa ispedientemente bisogna hauere una squara de alcun metallo ouer legno fodo che habbia interchiuso un quadrante con lo suo perpendicolo come di sotto appar in disegno, et ponendo poi una parte della gamba maggiore di quella (cioe la parte BE) ne l'anima ouer bocca dil pezzo distesa rettamente per il fondo dil uacuo della canna, alzando poi tanto denanti il detto pezzo che il perpendicolo HD segghi lo lato curuo EGF (dil quadrante) in due parti eguali (cioe in ponto G) All'hora se dira che il detto pezzo guardara rettamente a 45 gradi sopra a l'orizzonte. Perche (Signor clarissimo) il lato curuo EGF del quadrante (secondo li altronomi)



EPISTLE - Second folio (unnumbered), recto

TO THE MOST ILLUSTRIOUS AND HIGHLY RESPECTED Lord
 Francescomaria Feltrense Della Rovere, Very Excellent Duke of Urbino and of
 Sora, Count of Montefeltro and of Durante, Lord of Senigallia and of Pesaro,
 Prefect of Rome and Very Worthy General Captain of the Illustrious Senate of
 Venice.

During the year 1531, when the Most Illustrious Lord Duke was living in Verona, I was asked by a close and kind friend of mine, a very skilled bombardier at the Castel Vecchio⁴ (an aged man with many virtues), about the method to set up a piece of artillery in such a way that it shoots the farthest. Although I did not have any experience in such an art (because the truth is, Very Excellent Duke, I have never discharged any artillery, or harquebus, or bombard or rifle⁵), I nevertheless (as I wished to serve a friend) promised to quickly provide him with a resolute answer. After I had carefully contemplated and ruminated this subject, I concluded and demonstrated to him by means of natural and geometrical arguments that the mouth of the piece had to be elevated so that it addresses straightly [the inclination of] 45 degrees above the horizon. Moreover, [I told him] that to accomplish this quickly, a square of whichever metal or hardwood is needed. The square must contain a quadrant with its plumb line [positioned] as it appears below in the drawing. Then, one inserts part of the longer side of the square (that is the part BE) into the bore or mouth of the piece, laying it flat along the bottom of the empty barrel, and one lifts up the front of the mentioned piece until the plumb line HD divides the curved side EGF (of the quadrant) into two equal parts (that is at the point G). At this point, one can say that the mentioned piece is straightly elevated at 45 degrees above the horizon. Since (Very Illustrious) the curved side EGF of the quadrant is (according to the astronomers)



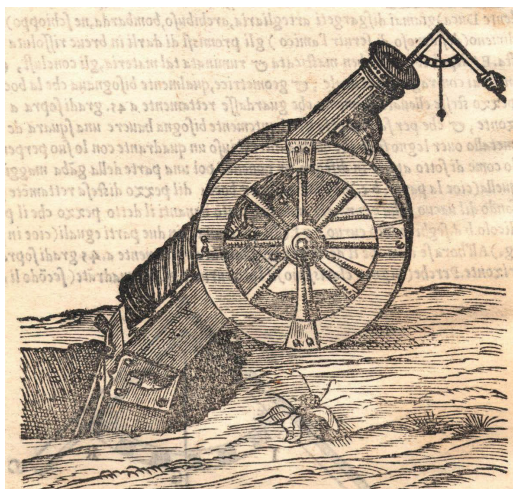
⁴Tartaglia is referring to Castel Vecchio in Verona.

⁵“Schioppo” can also be translated with “blunderbuss.”

EPISTOLA - Secondo folio (non numerato), verso

fe diuide in 90 parti eguale, et cadauna di quelle chiamano grado. Pero la mita di quello (cioe GF) uerria a esser gradi 45. Ma per acordarse con quello che se ha da dire lo hauemo diuiso in 12 parti eguali, et accioche uostra Illustrissima D. S. ueda in figura quello che disopra hauemo con parole depinto hauemo qua disotto designato il pezzo con la squara in bocca affettato secondo il proposito da noi conchiuso al detto nostro amico. La qual conclusion a effo parfe hauer qualche consonantia pur circa cio dubitaua alquanto parendo a lui che tal pezzo guardasse troppo alto. Il che procedea per non esser capace delle nostre ragioni, ne in le Mathematiche ben corroborato, niente di meno con alcuni isperimenti particolari in fine se uerifico totalmente cosi essere.

Pezzo elleuato alli 45 gradi sopra a l'orizzonte.

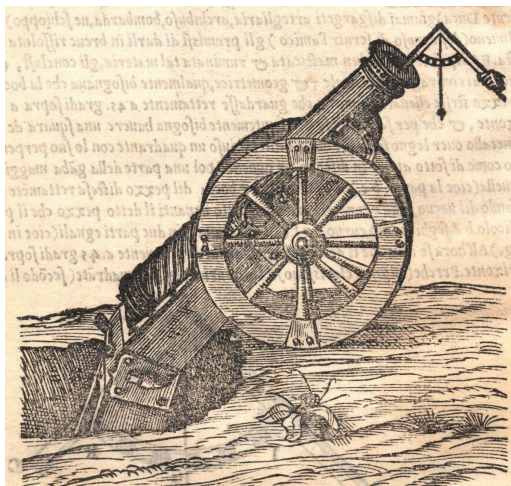


Ma piu ne l'anno MDXXXII essendo per prefetto in Verona il Magnifico misser Leonardo Iustiniano. Vn capo de bombardieri amicissimo di quel nostro amico. Venne in concorrentia con un'altro (al presente capo de bombardieri in Padoa) et un giorno accadete che fra loro fu proposto il medemo che a noi proposse quel nostro amico, cioe a che segno si douesse affettare un pezzo de artegliaria che facesse

EPISTLE - Second folio (unnumbered), verso

divided into ninty equal parts and each of these is called a degree, then its half (that is GF) is 45 degrees. Appropriately to what we have to say,⁶ we [however] divide it [the quadrant] into twelve equal parts. To let Your Most Illustrious Ducal Lordship see in a figure what we have described above in words, we have drawn the piece [of artillery] with the square placed in the mouth of the piece in a figure below, positioned according to the argument concluded for our mentioned friend. Although it seemed to him that this conclusion contains some truth, he nevertheless suspected that the piece was elevated too much. This occurred because he was unable to understand our arguments and because he was not practiced in mathematics. In the end, however, the truth of the argument was verified by means of certain specific experiments.

A piece elevated at 45 degrees above the horizon.



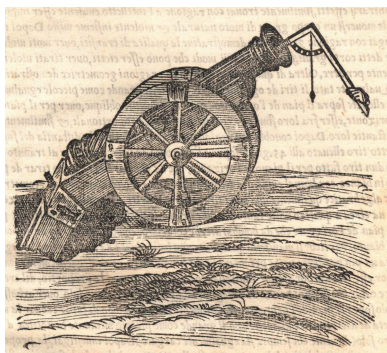
During the year 1532, moreover, the Prefect of Verona was the Magnificent Sir Leonardo Iustiniano, chief bombardier and very close friend of our friend. He and another (now chief bombardier in Padoa) challenged each other and one day happened to argue about the same question suggested to us by our friend, that is, the elevation at which a piece of artillery has to be set in order to accomplish

⁶In the 1537 edition, “Highly Respected Lord” is inserted here.

EPISTOLA - Terzo folio (non numerato), recto

il maggior tiro che far possà sopra un piano. Quel amico di quel nostro amico gli concluse con una squara in mani il medemo che da noi fu terminato cioe come di sopra hauemo detto et delignato in figura.

L'altro disse che molto piu tiraria a dui ponti piu basso di tal squara (la quale era diuisa in 12 parti) come difotto appare in disegno.

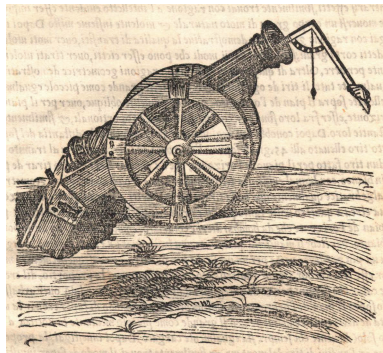


Et sopra di questo fu deposta una certa quantita de danari, et finalmente ueneno alla speriencia, et fu condotta una colobrina da 20 a Santa Lucia in campagna, et cadauno di loro tiro secondo la proposta senza alcun auantaggio di poluere ne di balla, onde Quello che tiro secondo la nostra determinatione, tirò di lontano (secondo che ne fu referto) pertiche 1972 da piedi 6 per pertica, alla ueronesà, l'altro che tirò li dui ponti piu basso, tirò di lontano solamente pertiche 1872 per la qual cosa tutti li bombardieri, et altri se uerificorno della nostra determinatione, che auanti di questa isperientia staseuano ambigui imo la maggior parte haueuano contraria opinione parendoli che tal pezzo guardassè troppo alto. Ma piu forte uoglio che uostra preclarissima Signoria sappia che di tre cose è forza che ne sia una, ouer che li misuranti ferno errore nel misurare, ouer che a me non fu refferto il uero, ouer che il secondo cargo piu diligentemente dil primo. Perche la ragione ne dimostra

EPISTLE - Third folio (unnumbered), recto

the longest possible shot over a plane. That friend of our friend with a square in his hands came to the same conclusion we did, that is, as we said above and drew in the figure.

The other [bombardier] said that it would project much further were it set two points lower within that square (which was divided into twelve parts) as it appears in the drawing below.



A certain quantity of money was bet on this [question] and they finally arrived at the experiment. A culverin of twenty [libra] was brought to the countryside around Santa Lucia.⁷ Each of them shot according to what they suggested and without any difference in reference to the ball and to the charge. The one who shot according to our conclusion reached (according to what was referred) 1972 perches, [where] each perch is [constituted] of six feet of [the measurement system of] Verona. The other, who shot two points lower, reached only 1872 perches. For this reason, all the bombardiers and the other persons recognized the truth of our conclusion, although before the experiment they had doubted it and most of them had been of the contrary opinion as it seemed to them that the piece was elevated too much. But I want Your Most Illustrious Lordship to understand the subject better and of the three [following] statements it is necessary that only one is true: either the measurers made a mistake while measuring, or I was not told the truth, or the second charge was more diligently prepared than the first. Because⁸ according to the argument it is demonstrated

⁷Santa Lucia is an old town close to Verona.

⁸In the 1537 edition, "Distinguished Lord" is inserted here.

EPISTOLA - Terzo folio (non numerato), verso

che il fecondo (cioe quello che tirò li dui ponti piu baffo[] [tirò] alquanto piu dil dovere alla proportion del primo, ouer che il primo tirò alquanto manco di quello che doueua tirare alla proportion del fecondo, come nel quarto libro (doue trattaremo de la proportion di tiri) in breue quella potra conofcere e uedere. Et fappia uoſtra Magnanimita che per eſſer ſtato all'hora in tal materia deſto deliberaſi di uoler piu oltra tentare. Et cominciai (et non fenza ragione) a inuiſtigare le ſpecie di moti che in un corpo graue poteſſe accadere, onde trouai quelle eſſere due cioe naturale, et uiolente, et quegli trouai eſſer totalmente in accidenti contrarij mediante li lor contrarij effetti, ſimilmente trouai con ragione a l'intelletto euidente eſſer impoſſibile mouerſi un corpo graue di moto naturale et uiolente inſieme miſto. Dapoi inueſtigai con ragione geometrica demoſtratiue la qualita di tranſiti, ouer moti uiolenti de detti corpi graui, ſecondo li uarij modi che pono eſſer eiecti, ouer tirati uiolentemente per aere. Oltra di queſto me certificaſi con ragioni geometrica demoſtratiue. Qualmente tutti li tiri de ogni forte artegliarie, ſi grande come piccole egualmente elleuate ſopra il pian de l'orizzonte, ouer egualmente oblique, ouer per il pian de l'orizzonte, eſſer fra loro ſimili et conſequentemente proportionali, et ſimilmente le diſtantie loro. Dapoi conobbi con ragion naturale qualmente la diſtantia del ſopra detto tiro elleuato alli 45 gradi ſopra a l'orizzonte, era circa decupla al tramito retto dun tiro fatto per il piano de l'orizzonte, che da bombardieri è detto tirar de ponto in bianco, con la qual euidentia Magnanimo Duca trouai con ragioni geometriche et algebratice qualmente una balla tirata uerſo li detti 45 gradi ſopra a l'orizzonte ua circa a quattro uolte tanto per linea retta di quello che ua eſſendo tirata per il pian de l'orizzonte che da bombardieri è chiamato (come ho detto) tirar de ponto in bianco. Per il che ſi manifeſta qualmente una balla tirata da una medema artegliaria ua piu per linea retta per un uerſo che per un'altro, et conſequentemente fa maggior effetto.

EPISTLE - Third folio (unnumbered), verso

that according to the ratio of the first [shot], the second [shot] (that is, the one that was shot two points lower[]) was shot farther or that according to the ratio of the second [shot] the first one was shot less far, as you will soon know and see in the fourth book (where we will speak about the ratios among the shots). Your Magnanimity should also know that, as I had entered [the investigation of] this matter by that time, I decided to investigate⁹ further. I started (not without reason) to investigate the kinds of motions that take place when a heavy body is involved. I found that there are two kinds [of motion]:¹⁰ the natural and the violent. I also found that, in reference to their accidents,¹¹ they are completely contrary to each other because of their contrary effects. Similarly, with an argument evident to the intellect, I found it is impossible for a heavy body to move according to natural and violent motion mixed together. Then¹² by means of geometrical and demonstrative arguments, I investigated the qualities of the transits, that is, of the violent movements of the mentioned heavy bodies in reference to the different ways in which they can be projected or violently thrown through the air. Besides this, using geometric and demonstrative arguments, I certified that all the shots of all kinds of artillery, large as well as small and equally elevated above the horizon or equally oblique¹³ or parallel to the plane of the horizon, are similar to each other and consequently also proportional to each other. Similarly, [the same is true] for their ranges. Then,¹⁴ using natural arguments,¹⁵ I found that the range of the above-mentioned shot elevated at 45 degrees above the horizon was ten times the straight transit of a shot made parallel to the plane of the horizon, which is said by the bombardiers shooting at the blank point. On the basis of this evidence, Magnanimous Duke, using means of geometric and algebraic arguments, I found that a ball thrown along the mentioned 45 degrees above the horizon moves along a straight line which is about four times the straight line along which a ball moves when thrown parallel to the plane of the horizon, called by the bombardiers (as I said) shooting at the blank point. From this, it also becomes clear¹⁶ that a ball thrown by the same artillery follows a longer straight line in a certain way than in others and, consequently, produce more [destructive] effect.

⁹1537 edition: “ratiocinare” instead of “investigare.”

¹⁰In the 1537 edition, “videlicet” is inserted here.

¹¹According to Medieval Aristotelian terminology, “accidents” means “qualities” here.

¹²In the 1537 edition, “Very Serene Lord” is inserted here.

¹³Here, “oblique” means that the cannon points to a point lower than the place where the artillery is located.

¹⁴In the 1537 edition, “Very Benevolent Lord” is inserted here.

¹⁵1537 edition: “Archimedane.”

¹⁶In the 1537 edition, “Very Excellent Duke” is inserted here.

EPISTOLA - Terzo folio (non numerato), verso - cont.

Anchor Signor Illustrissimo calculando trouai la proportion, dil crescere e calar che fa ogni pezzo de artegliaria (nelli suoi tiri) alzandolo ouer arbassandolo sopra il pian de l'orizzonte, et similmente trouai il modo di saper trouar la uarieta de detti tiri in cadaun pezzo li grande come piccolo mediante la notitia d'un tiro solo (damente che sempre sia egualmente cargato) Dapoi inuestigai, la proportion et l'ordini di tiri del mortaro, et similmente trouai il modo di saper inuistigare sotto breuita la uarieta de detti tiri pur per mezzo d'un tiro solo. Oltra di questo con ragioni euidentissime conobbi qualmente un pezzo de artegliaria possueua per due diuerse uie (ouer elleuationi) percottare in un medemo luoco, et trouai il modo di mandar tal cofa (accadendo) a effecutione (cofe non piu audite ne d'alcun'altro antico ne moderno cogitate) Ma dapoi confiderai (Signor Magnifico) che tutte queste cofe erano di puoco giouamento a un bombardiero quando che la distantia dil luoco doue gli occoreffe di battere non gli fusse nota. Essempi gratia occorrendogli a tirare in un luoco apparente che la distantia di quello gli fusse occulta Che gli giouaria (O Magnanimo Duca) in questo caso che lui sapesse che il suo pezzo tirasse alla tal elleuatione passa 1356 et alla tal altra passa 1468, et alla tal altra passa 1574 et cosi discorrendo de grado in grado, certo nulla li giouaria, perche non sapendo la distantia

EPISTLE - Third folio (unnumbered), verso - cont.

Moreover, Most Illustrious Lord, I found by means of calculations the proportion according to which the [ranges of] the shots of each piece of artillery increase and decrease when the piece is elevated or lowered above the plane of the horizon. Similarly,¹⁷ I also found the method of how to ascertain¹⁸ the characteristics of the mentioned shots in each piece, both large and small, solely on the basis of the information concerning one single shot (provided the piece is always charged in the same manner). Then,¹⁹ I investigated the proportions and characteristics of the shots of the mortar and, similarly, I found the method of how to ascertain the characteristics of the mentioned shots in a short time on the basis of the information concerning one single shot. Besides this, I found with a very evident argument that a piece of artillery can hit one place along two different paths (or at two different elevations) and I found the method of how to execute this in reality (a subject never heard²⁰ or conceived by anyone else, ancient or modern). But then I realized that all these subjects (Magnificent Lord) are not really useful to the bombardier if he does not know the distance to the place he needs to strike. For example, if he needs to shoot at a place at a distance that is unknown, how could he make use (Magnanimous Duke) of the knowledge that allows him to shoot at 1356 steps if his piece is set at a certain elevation, or at 1468 steps at another elevation, or at 1574 at another elevation again, and so on, degree upon degree? It would not be at all useful because, unless he knows the distance, he will

¹⁷In the 1537 edition, "Very Liberal Duke" is inserted here.

¹⁸1537 edition: "ratiocinar" instead of "saper."

¹⁹In the 1537 edition, "Very Prudent Lord" is inserted here.

²⁰In the 1537 edition, "Very Open Minded Lord" is inserted here.

EPISTOLA - Quarto folio (non numerato), recto

manco sapra a che fegno, ouer elleuatione debba affettar tal suo pezzo de artegliaria che percotta nel defiderato loco, Seguita adonque due effer le principal parti neccessarie a un real bombardiero (uolendo tirar con ragione et non a caso) delle quale l'una senza l'altra quasi niente gioua (Dico nelli tiri lontani) La prima è che grosso modo sappia conoscere et inuestigare (con l'aspetto) la distantia dil luoco doue gli occorre de tirare. La seconda è che sappia la quantita di tiri della sua artegliaria, secondo le sue uarie elleuationi, le qual cose sapendo non errara de molto nelli suoi tiri ma mancandoui una di quelle non puo tirar (in conto alcuno) con ragione ma solamente a discretione et se per caso percotte al primo colpo nel luoco, ouer apresso al luoco doue defidera, è piu presto per forte che per scientia (dico pur nelli tiri lontani) Perilche (Signor Illustrißimo) trouai un nouo modo da inuestigar sotto breuita le altezze, profondità, larghezze, distantie ypothumiffale, ouer diametrale, et ancora le orizzontale delle cose apparente, non in tutto come cosa noua, Perche in uero Euclide nella sua perspettiua sotto breuita theoricamente in parte ne linfegna, fimilmemte Giouanne Stoflerino, Orontio, Pietro Lombardo. et molti altri hanno dato a tal materie norma, chi con il sole, chi con un specchio, chi con il quadrante, chi con lo astrolabio, chi con due uirgule, chi con un bastone (intitolato baculo de Iacob) et in molti altri uarij modi, Ma io dico (Signor Clarißimo) che trouai un nouo modo ispidiente e presto et facile da capire a cadauno (et a men errori fuggetto de qualunque altro) da inuestigare le dette distantie, il quale da niun altro è stato posto maßime delle distantie ypothumiffale ouer diametrale ancora delle orizzontale, le quale inuero sono le piu neccessarie al bombardiero de tutte le altre forte di dimenfioni, perche a quello non è molto neccessario a sapere la altezza duna cosa perpendicolarmente elleuata sopra al orizzonte, ne anchora la profondita duna cosa profunda, ne anchora la larghezza duna cosa lata, Ma solamente le dette distantie ypothumiffale, et orizzontale gli sono molto al proposito, come nel quarto libro (a uostra Illustrißima Signoria) li fara manifesto.

EPISTLE - Fourth folio (unnumbered), recto

not know at which point or elevation he has to set his piece of artillery so as to strike the place he desires. Therefore there are two²¹ fundamental subjects necessary to the real bombardier (if he does not want to shoot casually, but with cognition) and one subject without the other is not really useful (I say this concerning long shots).²² The first thing is that he has to be able to find out and investigate (by sight) the distance to the place he needs to shoot.²³ The second is that he needs to know the quantities²⁴ of the shots of his artillery according to the various elevations. If he knows both of these subjects, he will not make any major mistakes while shooting, but if one of these subjects is missing, he cannot shoot with cognition in any way but subjectively, and if he casually strikes the place he would like to strike, or if he strikes close to that place, this would be through luck rather than science (I repeat that this concerns long shots). For this reason, Very Illustrious Lord, I found a new method to measure in a short time the heights, depths, widths,²⁵ diametral distances, or hypotenuses, and also the horizontal [heights] of the perceptible objects, though it is not a completely new subject. Euclid briefly explains the theory of parts of this subject in his *Perspective*. Similarly, Giovanne Stoflerino,²⁶ Orontio,²⁷ Pietro Lombardo and many others have standardized this subject. Someone used the Sun, others a mirror, a quadrant, an astrolabe or two rods, someone also used a stick (called a Jacob's staff) and many other means were also used. But I say (Most Illustrious Lord) that I have found a new and fast method, easily understandable to everyone (and less subject to mistakes than any other method), to measure the mentioned distances. This method has not been suggested by anyone else, especially concerning the diametral distances or hypotenuses and horizontal distances. These measurements are indeed more essential²⁸ to the bombardier than any other kind of measurement, because to him it is not particularly useful to know the height of an object elevated perpendicularly to the horizon, the depth of a low object or the width of a wide object. Particularly useful to him are only the hypotenusal and horizontal distances, as will be manifested (to the Most Illustrious Lordship) in the fourth book.

²¹In the 1537 edition, "Very Respected Lord" is inserted here.

²²The last sentence was added in the 1550 edition.

²³1537 edition: "battere" instead of "tirare."

²⁴Here, to "know the quantities" means to calculate transits and ranges.

²⁵The words "depths" and "widths" were added in the 1550 edition.

²⁶Johann Stöffler.

²⁷Orontio Fineo (Oronce Fine).

²⁸1537 edition: "utile" instead of "necessarie."

EPISTOLA - Quarto folio (non numerato), recto - cont.

Oltra di questo per curiosita, me messe a scorrere li uarij modi offeruato da nostri antiqui Naturali, et anchor da moderni nelle compositioni de fuochi et fra naturali inuestigai la natura di quelle gumme, bitumi, grassì, olei, sali, acque stillate, et altri simplici minerali, et non minerali dalla natura prodotti, et da l'arte fabricati, componenti quelli, et consequentemente trouai il modo di componere molte altre uarie et diuerse specie de fuochi non solamente alla diffensione de ogni murata terra utilissimi, ma anchora in molte altre occurrentie molto al proposito. Per le qual cose haueua deliberato de regular l'arte de bombardieri, et tirarla a quella sottilita, che fusse possibile de tirare (mediante alcune particolar isperientie) perche in uero (come dice Aristotile nel settimo della *Phyfica* testo uigesimo) dalla isperientia di particolari pigliamo la scientia uniuersale. Ma poi fra me pensando un giorno, mi parue cose bialmeuole, uituperosa, e crudele, et degna di non puoca punitione apresso a Iddio, et alli huomini a uoler studiare di affotigliare tal effercitio dannoso al proximo, anzi destruttore della specie humana, et massime de Christiani in lor continue guerre. Perilche non solamente posposi totalmente il studio di tal materia et attesi a studiar in altro, ma anchor strazai, et abrusciai ogni calculatione, et scrittura da me

EPISTLE - Fourth folio (unnumbered), recto - cont.

Besides this and out of curiosity, I began to read the various methods, observed by our ancient ancestors and also by the moderns, to compound fires. Among the natural [subjects] I investigated the nature of those gums, bitumens, greases, oils, salts, distilled waters and other simple and not simple minerals, of which the above-mentioned things are constituted and that are produced by nature and manufactured by art. Consequently, I found the way to compound many other and different kinds of fires that are very useful not only for defending fortified land, but also for many other occasions.²⁹ I had deliberated regulating the art of the bombardiers and achieving the perfection that can be achieved (by means of certain particular experiments) because (as Aristotle says in the seventh [book] of *Physics*, twentieth text), we reach universal science through the experience of the particulars. One day, however, I was thinking to myself³⁰ and it seemed to me that working toward the perfection of such an art, harmful to the neighbor or even destructive for the human species and especially for the Christians because of their continuous wars, was a reproachful, vituperative and cruel thing, worthy of heavy punishment by God and by human beings.³¹ For this reason,³² not only did I completely postpone the investigation of such matters and begin to work on another subject, I also shredded and burned all the calculations and writings that I had

²⁹Following the 1537 edition, the last two sentences read: "Besides this, Very Calm Lord, out of curiosity I began to read the Pandects, Avicenna and many other very excellent physicists in order to understand the origin and nature of different kinds of gum, salt, oil, distilled water and also of simple minerals and other non mineral [products] produced by nature and manufactured by art. I also found some of their peculiar characteristics pertinent to the art of fires. Moreover, I investigated which of the mentioned materials are suitable to be joined together and which are not able to burn together."

³⁰In the 1537 edition, "Very Magnanimous Duke" is inserted here.

³¹The words "human beings" were added in the 1550 edition.

³²In the 1537 edition "Oh Very Excellent Duke" is inserted here.

EPISTOLA - Quarto folio (non numerato), verso

notata, che di tal materia parlasse. Et molto mi dolli, et auergognai del tempo circa a tal cosa spesso, et quelle particolarita, che nella memoria mi restorno (contra mia uolunta) iscritte mai ho uoluto palesarle ad alcuno, ne per amicitia, ne per premio (quantunque sia stato da molti richiesto) perche insignandole mi pareva di far naufragio, e grande errore. Ma hor uedendo il luppo desideroso de intrar nel nostro armento, et accordato insieme alla difesa ogni nostro pastore non mi par licito al presente di tenere tal cose occulte, anzi ho deliberato di publicarle parte in scritto, et parte uiua uoce a ogni christiano, accioche cadauno sia meglio atto si nel offendere, come nel diffenderli da quello. Et molto mi doglio uedendo il bisogno che tal studio all'ora abandonai, perche son certo che hauendo seguito fin hora harei trouato cose di maggior ualore come spero in breue anchora di trouare. Ma perche il presente è scerto (e al tempo breue) il futuro è dubbio uoglio impedire prima quello che al presente mi trouo, et per mandar tal cosa impartire a effecutione ho composto imprebia la presente operina la quale si come ogni fiume naturalmente cerca di accostarse, et unirle col mare, cosi essa ([)conoscendo uostra Illust. D. S. effer la somma fra mortali de ogni bellica uirtu) ricerca di accostarse, et unirle con essa amplitudine. Pero si come lo abondante mare, il quale non ha di acqua bisogno non se sdegna di receuer un picol fiume, cosi spero che uostra D. S. non se sdegnara di accettarla, accioche li peritissimi bombardieri di questo nostro Illustrissimo Dominio fugetti a uostra Sublimita, oltra il suo ottimo, et practical ingegno, siano meglio di ragion istrutti, et atti a eseguire li mandati di quella. Et se in questi tre libri non satisfaccio plenariamente uostra Eccellentissima Signoria insieme con li predetti suoi peretissimi bombardieri, spero in breue con la pratica del quarto et quinto libro non gia in stampa (per piu rispetti) ma ben a pena, ouer uiua uoce di fadisfar in parte uostra Sublimita insieme con quegli alla cui gratia da Infimo, et humilissimo Seruitore Diuotamente mi raccomando.

Data in Venetia in le case noue di San Saluatore alli XX di Decembrio
MDXXXVII.

De uostra Illustrissima D.S. Infimo Seruitore.

Nicolo Tartaglia Brisciano.

EPISTLE - Fourth folio (unnumbered), verso

annotated concerning such matters. I was very upset and ashamed about the time I had spent [working on] this subject. Also, I did not want to tell anyone of those particular things that remained on my mind (against my will), neither because of friendship nor reward (though I was asked by many people to do so) and this was because, had I taught them, it seemed to me that I would be making a big mistake. But now, as I see the wolf³³ wishing to join our flock and since each shepherd agrees with the need for defense, it does not seem licit to me to keep these things hidden and I have deliberated published them, partly in written form and partly viva voce with every Christian, so that everyone is better prepared to both attack [the wolf] and to defend himself. I now deeply regret³⁴ abandoning such an investigation at that time, now that such knowledge is so necessary, and I am sure that had I continued I would have disclosed even more relevant subjects, as I hope to do in the near future. However, as the present is certain³⁵ and the future is uncertain, I want to make public first what I have at disposal now. To realize this idea, at least partially, I quickly prepared the present short work. Just as all rivers tend naturally to get closer and join the sea, this short work tries to get closer and join You, as Your Illustrious Ducal Lordship is the sum, among mortals, of every virtue of war. Therefore, like the abundant sea that, though it needs no more water, nevertheless does not disdain from accepting a small river, I hope that Your Ducal Lordship does not disdain from accepting this work. In this way, the very skilled bombardiers of this our very illustrious Dominion, subject to Your Sublimity, besides being instructed by Your excellent and practical wisdom, will be better instructed also by the intellect and thus, better able to execute your orders. If, by means of these three books, I do not entirely satisfy Your Most Excellent Lordship and your mentioned very skilled bombardiers, I do hope that I will partly satisfy Your Sublimity and the others with the instructions contained in the fourth and fifth book, which are not yet in print (because of several reasons) but only handwritten, or by viva voce. As a small and humble servant, I devotedly recommend myself to You.

Delivered in Venice at the new house of San Salvatore on the 20th of December
1537.

Lowest Servant of Your Most Illustrious Ducal Lordship.

Nicolo Tartaglia from Brescia.

³³Tartaglia refers here to the Ottomans.

³⁴In the 1537 edition, "Very Magnanimous Lord" is inserted here.

³⁵In the 1537 edition, "Most Illustrious Lord" is inserted here.

LIBRO PRIMO - 1r

First Book

COMINCIA IL PRIMO LIBRO DELLA NOVA SCIENTIA DI NICOLÒ
TARTAGLIA BRISCIANO, dalle diffinitioni, ouer dalle descriptioni delli
principij, per se noti delle cose premesse.

DIFFINITIONE PRIMA.

Corpo egualmente graue è detto quello, che secondo la grauita della
materia, et la figura di quella è atto à non patire sensibilmente la op-
position di l'aere in alcun suo moto.

OGNI corpo (come uoleno li naturali) ò che egli semplice ò che egliè composto, li
semplici sono cinque, cioe, terra, acqua, aere, fuoco, et cielo. Tutti li altri dicono
esser composti dalli preditti, et questi tali sono li huomini, li animali, le piante,
le pietre, li sette metalli. Et ogni altra specie di corpo. Delli detti cinque corpi
semplici, quattro sono detti elementali, cioè la terra, lacqua, laere, e il fuoco, Laltro
è chiamato quinta essentia, cioè il cielo. Delli detti quattro elementali (come uol
Aucena in la seconda dottrina della prima fen del suo primo libro) dui sono leui
et dui graui. Li leui sono il fuoco e laere. Li graui sono la terra, et lacqua, ma
Auerrois sopra il quarto de celo et mundo (teste 29) uol che tutti li detti corpi
in li suoi luochi habbino alcuna grauita, eccetto che il fuoco, etiam alcuna leuita
eccetto che la terra. Onde seguiria che laere nel proprio luoco partecipasse de
grauita. Per ilche seguita che ogni corpo composto di 4 elementi in aere participa
de grauita. Niente di meno per corpo egualmente graue in questo luoco se intende
solamente quello che secondo la grauita de la materia, et la forma di quella è atto
a non patire sensibilmente la oppositione de laere in alcun suo moto. Secondo la
materia, cioè che sia di ferro, ouer di piombo, ouer di pietra, ouer di altra materia
simile in grauita. Secondo la forma, cioe ch'l sia unito di tal qualita, ch'l sia atto
a non patire sensibilmente (per uigor della forma) la detta opposition de l'aere in
alcun suo moto. Onde fra le figure, ouer forme de corpi, la forma Cunea, ouer
Pyramidale faria la prima, che faria piu atta a temere meno la detta opposition de
laere de qual si uoglia altra forma, damente che con arte la fusse conseruata

FIRST BOOK - 1r

THE FIRST BOOK OF THE NEW SCIENCE OF NICOLO TARTAGLIA
FROM BRESCIA STARTS with the definitions, the descriptions of the
principles, [which are] self evident as premises.

FIRST DEFINITION.

An equally heavy body is said to be a body which, according to the heaviness and shape of the matter, is not perceptibly influenced by air opposition during its motion.

All bodies, as the Naturals say, are either simple or compounded. The simple bodies are five, that is, earth, water, air, fire and sky. All other bodies are said to be compounded of the mentioned simple ones. The compounded ones are humans, animals, plants, stones, the seven metals and every other kind of body. Four of the mentioned five simple bodies are said to be elementary, that is, earth, water, air and fire. The other body is called the fifth essence, that is, the sky. Of the four elementary elements (as is said by Avicenna in the second doctrine of the first Fen³⁶ of his first book) two are light and two are heavy. The light ones are fire and air. The heavy ones are earth and water. However, in the fourth [book] of *De caelo et mundo* (text twenty-nine), Averroes states that all the mentioned bodies have in their places³⁷ a certain gravity, except for fire, and a certain levity, except for earth. Consequently, air in its place has a certain gravity. From this follows that each body, compounded of four elements, one of which is air, shares gravity.³⁸ Nevertheless, an equally heavy body is univocally understood in this work as the body that, in reference to the heaviness and shape of its matter, is not perceptibly influenced in each of its motions by the opposition of the air. Concerning the matter, [it can be] of iron, of lead, of stone or of another material similar in reference to its heaviness. Concerning the shape, this is characterized by such a quality that makes it appropriate to not be influenced (because of its shape) by the opposition of the air during all of its motions. Therefore, among the figures and shapes of the bodies, the wedge-shaped object, that is the pyramidal shape, is the most appropriate among all possible shapes in order [for it] not to be influenced by the mentioned air, provided that by means of a contrivance the body would remain

³⁶Fen is an old denomination for the sections of Avicenna's work *Liber canonis* and of other works translated into Latin from Arabic.

³⁷The bodies are considered to be in the places where they naturally belong.

³⁸Gravity is considered here as a quality shared by the bodies.

LIBRO PRIMO - 1v

che la uertice, ouer acutezza di quella sempre procedesse auanti contra limpeto del detto aere. Ma per che se la non fusse conferuata, come è detto, non segueria il proposito, per non esser egualmente graue, Poremo la figura ouer forma spherica senz'altra conditione esser la piu atta a patire meno la detta oppositione de l'aere in ogni specie di moto di qual si uoglia altra forma per esser piu agile al moto da tutte le bande, et egualmente graue de qual si uoglia altra.

Diffinitione. II.

Li corpi egualmente graui sono detti simili et eguali quando che in quegli non è alcuna sustantial ne accidental differentia.

Diffinitione. III.

Lo instante e quello che non ha parte.

Lo instate in el tempo e in el moto e si come il ponto geometrico in le magnitudine, cioe chel non ha parte ma e indiuisibile et consequentemente non e tempo ne anchora mouimento, ma ben e principio e fine de ogni tempo, et dogni mouimento terminato. Et e proprio l'ultimo fine del tempo preterito, et non e parte del tempo futuro. Et è principio del tempo futuro et non è parte del tempo preterito come Arif. nel 6 della Physi. (testo 24) ci manifesta.

Diffinitione. IIII.

Il Tempo e una misura del mouimento, et della quiete, li termini del quale son dui istanti.

IL tempo da scientifici è stato in diuersi modi diffinito, cioe alcuni dicono (come hauemo detto di sopra) que'lessen una misura del mouimento, Et della quiete. Altri determinan esser inducia del moto delle cose uariabile. Alcuni conchiudano esser uicissitudine de cose: le quale in molti modi per sottil indagatione se cognoscono.

FIRST BOOK - 1v

in a position so that its top would always proceed while remaining in front against the impetus of the mentioned air. If the object does not retain such a position, as has been said, it would not work properly as it would not be equally heavy.³⁹ Without further investigation, we define the spherical figure or shape as the most appropriate among all possible shapes in order to avoid the mentioned opposition of the air in the frame of each kind of motion. This [spherical] shape is most appropriate for the motion on all of its sides and it is equally heavy on all of its sides as well.

Second definition.

Equally heavy bodies are said to be similar and equal when they do not show [among each other] any substantial or accidental differences.

Third definition.

The instant is that which does not have parts.

The instant of time and of motion is like the geometrical point in the frame of magnitudes. It does not have parts and it is indivisible. Consequently, it is neither time nor motion but the beginning and end of each time and motion that are finite. It is the last end of the past time and this is not part of the future time. It is the beginning of the future time and this is not part of the past time, as Aristotle shows us in the sixth [book] of *Physics* (text twenty-four).

Fourth definition.

Time is a measure of motion and of the state of rest; its ends are two instants.

Time has been defined by the scientific fellows in different ways. Certain [persons] say, as we have said above, that time is a measure of movement and rest. Others say it is the end of the motion of things that vary. Others conclude that it is the vicissitude of things and [such vicissitude] can be known in many ways by means of acute investigation.

³⁹The suggestion concerning the wedge-shaped object was inserted in the 1550 edition.

LIBRO PRIMO - 1v - cont.

Et altri dicono effer una eta uolubile che presto manca. Delle quali diffinitioni hauemo tolto la prima per effer piu accomodata al nostro propofito. Digando che il tempo è una mifura del mouimento, et della quiete: perche fi come per mezzo de una mifura materiale (in piu terre chiamata perticha diuifa in piedi 6. Et ciafcun pie in once 12) fe uiene in cognitione della longhezza, larghezza, et altezza di corpi materiali. Similmente per mezzo de una mifura di tempi (chiamata anno diuifo in mefi 12 e ciafcun mefe comunamente in giorni 30 e ciafcun giorno in hore 24 e ciafcuna hora in minuti 60) fe conofce la differentia di moti de corpi; cioe la uelocita. et tardita de quelli. Perche fe conofciuto in le sette ftelle erratice una effer di moto piu ueloce de l'altra? Se non per la mifura de effi mouimenti chiamata anno

FIRST BOOK - 1v - cont.

Others say it is an inconstant age that is soon missed. We have chosen the first of these definitions because it is more appropriate for our purpose. In the same way as the length, width and height of the material bodies can be known by means of a material unity of measurement (which is called perch in many countries and is divided into six feet and each foot into twelve inches), it is said that time is the measure of movement and of quiet. Similarly, by means of a unity of measurement for time (which is called year, divided into twelve months, and each month commonly [divided] into thirty days, each day into twenty-four hours and each hour into sixty minutes), the differences of the motions of the bodies can be known, that is, their velocity and slowness. How could it be known that one of the seven erratic stars has a faster motion than the others? By means of the measurement of their movements which is called year

PRIMO LIBRO - 2r

con le sue parti (cioe mēfi giorni hore e minuti) come chiaro appare in le determinationi Astronomatice. Et li termini di questo anno, cioe il principio e fin di quello sono dui istanti, il medemo si deue intendere in le altre sue parti et in ogni altro tempo terminato.

Diffinitione. V.

Il mouimento dun corpo egualmente graue e quella tranfmutatione, che alle uolte fa da uno loco a un altro, li termini dil qual son dui istanti.

Il mouimento da tutti li scientifici e massime da Aristotile nel quinto della *Physica* (testo 9) è stato diffinito esser una mutatione, ouer trafmutatione. Ma le specie di questo mouimento, ouer trafmutatione alcuni uoleno che siano 6 cioe Generatione, Corrottione, Augmentatione, Diminutione, Alteratione, et mutation di luoco. Ma Aristotile in lo preallegato loco uole che le mutationi siano 3 e non piu, cioe mutation de quantita: de qualita, et secondo il luoco. Delle qual specie hauemo tolto folamente la ultima (perche le altre non fanno al proposito) dicendo, che il mouimento dun corpo egualmente graue e quella trafmutatione, che alle uolte fa da un luoco a uno altro, come faria a dir di fufo in giufo, et di giufo in fufo, di qua e di la dal'a banda destra alla sinifira et e conuerfo. Et li termini de tali mouimenti (cioe in principio e fin di quelli[]) sono dui istanti.

Diffinitione. VI.

Mouimento naturale di corpi egualmente graui e quello che naturalmente fanno da un luogo superiore a un'altro inferiore perpendicolarmente senza uiolenza alcuna.

Diffinitione. VII.

Mouimento uiolente di corpi egualmente graui e quello che fanno sforzatamente di giufo in fufo, di fufo in giufo, di qua et di la, per caufa di alcuna possanza mouente.

Diffinitione. VIII.

Li mouimenti de corpi egualmente graui, se dicono eguali quando che li detti corpi son simili, et uanno de equal uelocita

FIRST BOOK - 2r

with its parts (that is months, days, hours and minutes) as it clearly appears in the astronomical⁴⁰ investigations. The ends of such a year, that is its beginning and end, are two instants. The same is true for all other parts of it and for all finite times.

Fifth definition.

The movement of an equally heavy body is the transmutation that it sometimes accomplishes from one place to the other, whose ends are two instants.

All the scientific fellows and especially Aristotle in the fifth [book] of *Physics* (text nine) have defined movement as a mutation, that is, a transmutation. Someone counts six kinds of movements or transmutations: generation, corruption, augmentation, diminution, alteration and mutation of place. Aristotle, however, in the mentioned place defines the mutations as three and not one more: mutation of quantity, of quality and of place. From these sorts here we use only the last (because the others are not useful for our purpose) and we say that the movement of an equally heavy body is the transmutation, that it sometimes makes from one place to the other, as for instance downwards, upwards, from right to left and vice-versa. The end of such movements (that is their beginnings and their ends[]) are two instants.

Sixth definition.

The natural movement of equally heavy bodies is the movement they accomplish from a higher place to a lower one, perpendicularly and without any violence.

Seventh definition.

The violent movement of equally heavy bodies is the movement they accomplish with effort either upwards or downwards, to the right or the left, and is caused by a moving power.

Eighth definition.

The movements of equally heavy bodies are said to be equal when the mentioned bodies are similar and move with the same velocity,

⁴⁰ 1537 edition: "astrologice" instead of "astronomatice."

LIBRO PRIMO - 2v

cioe che in tempi eguali tranſiſcono interualli eguali.

Diffinitione. IX.

Reſiſtente ſe chiama qualunque corpo manente, che per far reſiſtentia a un corpo egualmente graue in alcun ſuo moto uien da quello offeſo.

Diffinitione. X.

Reſiſtenti ſimili, ſe dicono quelli corpi, che reſtariano egualmente offeſi, da corpi ſimili egualmente graui, in mouimenti eguali, et in mouimenti ineguali inegualmente offeſi, cioè che quello, che faceſſe reſiſtentia al piu ueloce reſtaſſe piu offeſo.

Diffinitione. XI.

Lo effetto dun corpo egualmente graue ſe dice la offeſſione, ouer percuoſione, ouer il bucco che in ogni moto cauſa in un reſiſtente.

Diffinitione XII.

Et quando le percuoſioni, ouer bucchi de corpi ſimili egualmente graui, ſono eguali, ſe dicono effetti eguali, et ſe ineguali, ineguali effetti.

Diffinitione. XIII.

Poſſanza mouente uien detta qualunque artificial machina, ouer materia, che ſia atta a ſpingere, ouer tirare un corpo egualmente graue uiolentemente per aere.

Diffinitione. XIV.

Le poſſanze mouente, uengono dette ſimile et eguale quando che in quelle non é alcuna ſuſtantia ne accidental differentia nel ſpingere de corpi egualmente graui ſimili et eguali,

FIRST BOOK - 2v

that is, they move along equal intervals in equal times.

Ninth definition.

A body that is at rest and opposes resistance to an equally heavy body during its motion and is damaged by the latter is called resistant.

Tenth definition.

Those bodies that are damaged in the same way by similar equally heavy bodies during equal movements are called similar resistants. If the movements are unequal, they are unequally damaged so that the body that is damaged by the faster one is damaged more.

Eleventh definition.

The effect of an equally heavy body is called damage or percussion or the hole that is caused in each resistant during each motion.

Twelfth definition.

When the percussions or holes of similar equally heavy bodies are equal, the effects are said to be equal. If they are unequal, the effects are unequal.

Thirteenth definition.

The moving power is said to be any artificial machine or matter that is able to push or throw an equally heavy body violently through the air.

Fourteenth definition.

The moving powers are said to be similar and equal when there is no substantial or accidental difference [in their motions] while pushing equally heavy bodies which are similar and equal.

LIBRO PRIMO - 3r

Ma quando in quelle e alcuna accidental differentia sono dette dißimile, et ineguale.

Suppoſitione prima.

El ſe ſuppone che il corpo egualmente graue (in ogni mouimento) uada piu ueloce doue fa, ouer faria (per comuna ſententia) maggior effetto in un reſiſtente.

Suppoſitione. II.

El ſe ſuppone che dui corpi egualmente graui ſimili et eguali, habbino tranſito, ouer che trapafferanno in tempi eguali ſpacij eguali terminanti in dui iſtanti, doue detti corpi paſſerebbono di egual uelocita.

Suppoſitione. III.

Et ſe ſuppone doue che corpi egualmente graui ſimili et eguali, fariano (per commune ſententia) eguali effetti in reſiſtenti ſimili, paſſerebbono per tai iſtanti, ouer luochi de egual uelocita.

Suppoſitione. IIII.

Ma doue fariano ineguali effetti ſe ſuppone, che quelli paſſerebbono de ineguali uelocita, et che quello, che faria maggior effetto paſſeria piu ueloce.

Suppoſitione V.

Li effetti de corpi egualmente graui ſimili et eguali fatti nelli ultimi iſtanti di lor moti uiolenti in reſiſtenti ſimili

FIRST BOOK - 3r

But if there is some substantial or accidental difference they are called dissimilar and unequal.

First supposition.

It is supposed that an equally heavy body (during each motion) moves faster when it produces or would produce (for common judgement) a greater effect against a resistant.

Second supposition.

It is supposed that two equally heavy bodies similar and equal to each other have the [same] transit, that is, they cover equal spaces in equal times that end with two instants, if the mentioned bodies move with the same velocity.

Third supposition.

It is supposed that if two equal and similar equally heavy bodies produce (for common judgement) equal effects in similar resistants, they go through the same instants, that is, places with the same velocity.

Fourth supposition.

But if they produce unequal effects, it is supposed that they go through unequal velocities and the one that produces the greater effect goes through faster.

Fifth supposition.

The effects produced in similar resistants by equally heavy bodies, which are equal and similar to each other during the last instants of their violent motions,

LIBRO PRIMO - 3v

ſe ſuppongono eſſer eguali.

Comune ſententie. Prima

Quanto piu un corpo egualmente graue uera da grande altezza di moto naturale, tanto maggior effetto fara in un reſiſtente.

Seconda.

Se corpi egualmente graui ſimili et eguali ueranno da egual altezza ſopra a reſiſtenti ſimili di moto naturale faranno in quegli eguali effetti.

Terza.

Ma ſe uerranno da ineguale altezza, faranno in quegli ineguali effetti, et quello che uera da maggior altezza fara maggior effetto.

Ma biſogna notare che le dette altezze ſi deueno intendere reſpetto alli reſiſtenti.

Quarta.

Se un corpo egualmente graue nel moto uiolento trouara alcun reſiſtente, quanto piu el detto reſiſtente fara propinquo al principio di tal moto, tanto maggior effetto fara il detto corpo in lui.

Propoſitione. Prima.

Ogni corpo egualmente graue nel moto naturale, quanto piu el ſe andara aluntanando dal ſuo principio, ouer appropinquando al ſuo fine, tanto piu andara veloce.

FIRST BOOK - 3v

are supposed to be equal.

First common sentence.⁴¹

The greater the height from which an equally heavy body descends in natural motion, the greater the effect it produces on a resistant.⁴²

Second [common sentence].

If equally heavy bodies, similar and equal to each other, descend from an equal height on similar resistants in natural motion, they produce equal effects on them.

Third [common sentence].

But, if they descend from unequal heights, they produce unequal effects and the one that descends from a greater height produces a greater effect.

One has to note, however, that the mentioned heights have to be conceived in respect of [the position] of the resistants.

Fourth [common sentence].

If an equally heavy body finds a resistant along its violent motion, the closer the resistant is to the beginning of the motion, the greater the effect is that the mentioned body produces on it.

First proposition.

The farther each equally heavy body goes along its natural motion from its beginning, or the closer it comes to its end, the faster it travels.

⁴¹A common sentence is an axiom.

⁴²In the 1537 and 1550 editions, the first common sentence was followed by a short commentary: "One has to note that the mentioned height has to be conceived in respect of [the position] of the resistant." A similar sentence follows the third common sentence.

LIBRO PRIMO - 4r

Essempio fel fusse le 3 diuerse altezze A B C in retta linea, come di sotto appare, et che dalla altezza A per cafo cascaffè da se vn corpo egualmente graue, senza dubbio quello tal corpo, non trouando refistentia andaria di moto naturale fin in terra facendo il viazzo suo alla similitudine de la linea DEFG hor dico che il moviment[o] di quello tal corpo faria di tal conditione che quanto piu el se andassè aluntanando dal suo principio (cioe da lo istante, ouer ponto D) ouer appropinquando al suo fine (cioe allo istante, ouer ponto G[)] tanto piu andaria ueloce. Perche il detto corpo in tal mouimento (per la prima comuna sententia) faria maggior effetto in vn refistente, il qual fusse fuor dalla altezza A⁴³ che dalla altezza B. Seguitaria adunque, che il detto corpo (per la prima suppositione) andaria piu ueloce per lo spacio EF che per lo spacio DE. Similmente perche lo detto corpo (per la detta prima comuna sententia) faria maggior effetto in un refistente, che fusse nel ponto G, che fel fusse alla altezza C. Seguiria adoncha (per la medema prima suppositione) che lo detto corpo andaria piu veloce per lo spacio FG che per lo spacio EF et se passar potesse il ponto G cioè che la terra gli andassè cedendo loco, como fa l'aere andaria continuamente augumentando in uelocita, fin al centro dil mondo poi in effo centro se ripofaria (per comuna sententia de Philosophi) fi che quando lo detto corpo fusse propinquo al detto centro, ueria a esser di moto piu uelocissimo, che in alcun passato spacio fusse stato che é il proposito. Questo medemo se uerifica ancora in cadauno che vada uersò un loco desiato che quanto piu se ua approbimando al deto loco, tanto piu se ua allegrando, e piu se sforza di camminare, como appar in un peregrino, che uenga dalcun luoco lontano che quando è propinquo al suo paese, se sforza naturalmente al caminar a piu potere tanto piu quanto piu uien di lontan paesi pero il corpo graue fa il medemo andando uersò il suo proprio nido, che è il centro dil mondo, et quando piu vien di lontano in effo centro, tanto piu (giongendo a quello) andaria veloce.

ANcor che la opinione de molti sia che fel fusse un forame che penetraffè diametralmente tutta la terra, et che per quello fusse lassato andar un corpo egualmente graue, come disopra e stato detto, che quel tal corpo gionto che fusse al centro del mondo immediate iui se fermaria, la qual openione, dico non esser uera che cosi immediate che ui fusse agionto ui se gli fermassè,

⁴³Il testo originale riporta erroneamente la lettera "C" al posto della lettera "A."

FIRST BOOK - 4r

For example, let there be three different heights A, B, C along a straight line, as it appears below. Casually, an equally heavy body falls down from the height A. That body, as it does not find any resistance, certainly moves along a natural motion down to the bottom and travels in a way similar to the line DEFG. I say that the movement of that body has that characteristic according to which the farther it moves away from its beginning (that is, from the instant or point D), or the closer it comes to its end (that is, to the instant or point G)], the faster it goes. This occurs because the mentioned body that moves with such a motion (because of the first common sentence) produces a greater effect on a resistant if it falls from height A⁴⁴ than from height B. It follows from the foregoing that the mentioned body⁴⁵ (because of the first supposition) travels faster along space EF than along space DE. Similarly, as the mentioned body (because of the mentioned first sentence) produces a greater effect on a resistant at point G than if it were at [the point of] height C, it follows that (because of the same first supposition) the mentioned body travels faster along space FG than along space EF. If it could then travel beyond point G, that is, if the earth gave free space to it as the air does, it would continuously increase its velocity until [it reaches] the center of the Earth. Then it would rest at that center (according to the common judgement of the Philosophers). Thus, when the mentioned body is close to the mentioned center, it has [reached] a faster motion than in any other space through which it has traveled before, which was to be demonstrated. The same happens each time one moves toward the place that one aspires to, and the closer one comes to that place, the happier one is and the more effort one puts into walking fast. It appears to be similar for the pilgrim who comes from a distant place and who is approaching his village. The closer he gets, the greater effort he naturally makes to walk in the fastest way possible, and the faster he goes, the more distant the place is from which he came. The heavy body behaves in the same way when it moves toward its nest, that is, the center of the world: the farther it moves from that center from which it came, the faster it travels (the closer it gets to it).⁴⁶

It is the opinion of many that if a hole diametrically penetrated the entire Earth and if an equally heavy body was allowed to travel through that hole, as has been said above, the mentioned body would immediately rest as soon as it reached the center of the world. I claim that the opinion that it would stop immediately when it arrived there is not true.

⁴⁴The original text mistakenly reads "C" instead of "A."

⁴⁵The body that falls from point A.

⁴⁶From this point until the end of the proposition, the text was added in the second edition of 1550.

LIBRO PRIMO - 4r - cont.

anci per la grande uelocita che in quello si trouasse faria sforzato a passare di moto uiolente molto, e molto oltra il detto centro scorendo uerso il cielo del nostro subteraneo emisferio, da poi retornaria di moto naturale uerso il medemo centro, et gionto a quello lo passaria ancor per le medesime ragioni di moto uiolente uerso di noi, Et pur di nouo retornaria pur di moto naturale uerso il medesimo centro, et pur di nouo lo passaria di moto uiolente, et da poi retornaria di moto naturale, et cosi andaria un tempo passando di moto uiolente, et ritornando di moto naturale fminuendosi continuamente in lui la uelocita, et finalmente se fermaria poi nel detto centro.

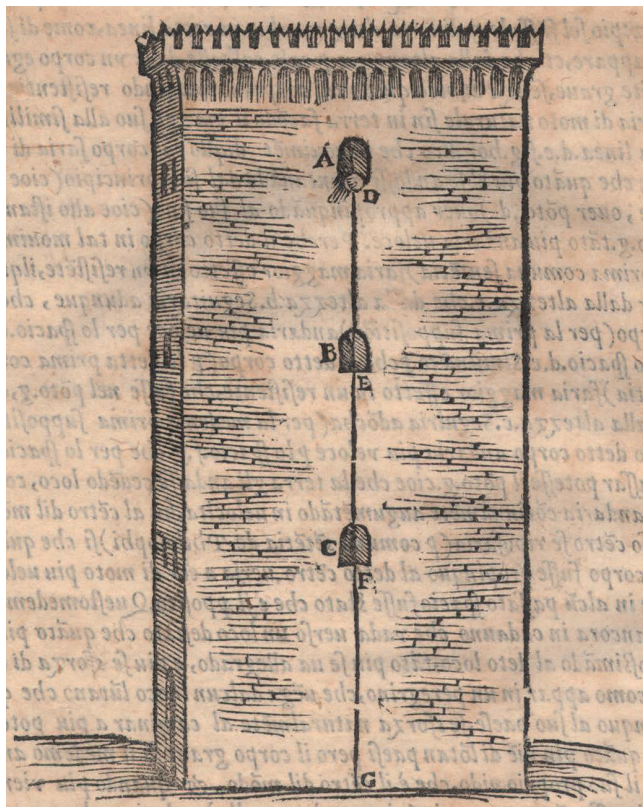
Per il che egliè cosa manifesta che dal moto naturale si causa il uiolente, et non è conuerso, cioe che dal uiolente giamai uien causato il naturale, anzi si causa per se.

FIRST BOOK - 4r - cont.

Because of the great velocity that it has at that [point], it would be forced to go through [the hole] according to its violent motion for longer and longer [space] beyond the mentioned center and toward the sky of the hemisphere beneath us. It would then move back along a natural motion toward the same center, and once it arrived would pass it again for the same reason, but along a violent motion toward us. And again it would move back along a natural motion toward the same center and again would pass it due to the violent motion. In this way, a certain time would elapse during which it would pass [the center] with its violent motion and then come back because of its natural motion, continuously decreasing its velocity and, finally, coming to rest at the mentioned center.

Therefore, it is evident that the violent motion is caused by the natural one, but not the opposite. That is, the natural motion is never caused by the violent one. This is caused by itself.

LIBRO PRIMO - 4v



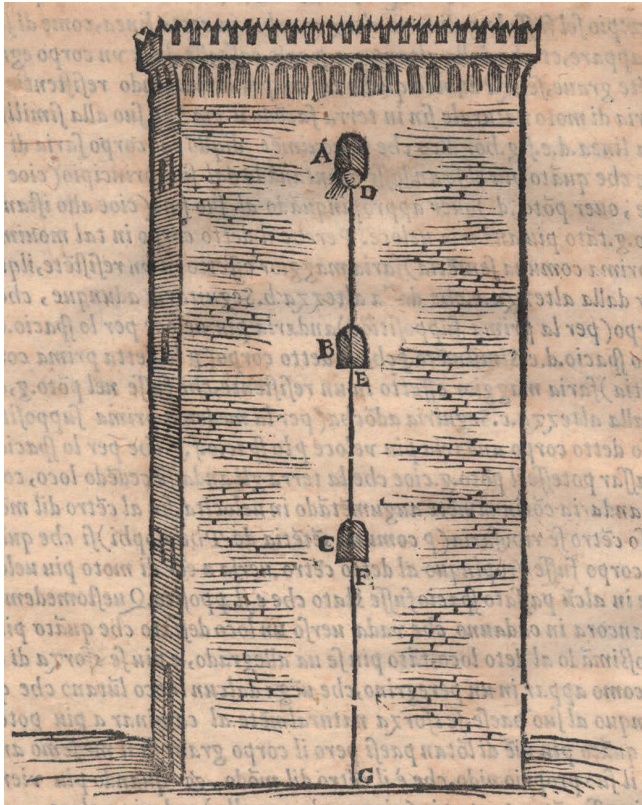
Correlario Primo.

Onde el si manifesta ancora qualmente ogni corpo egualmente graue in el principio del mouimento naturale ua piu tardiſſimo, et in fin piu uelociſſimo che in ogni altro luoco, et quanto piu paſſera per longo ſpacio tanto piu in fine andara uelociſſimo.

Correlario. II.

Anchora è manifeſto qualmente un corpo egualmente graue di moto naturale non puo paſſare per dui diuerſi iſtanti

FIRST BOOK - 4v



First corollary.

It is therefore manifest that every equally heavy body travels slowest at the beginning of its natural motion and is faster at the end [of its motion] than at any other place, and the longer the space is that it has traveled, the faster it is at the end.

Second corollary.

It is also manifest that an equally heavy body [moving] with natural motion cannot pass through two different instants with

LIBRO PRIMO - 5r

di egual uelocita.

Propositione. II.

Tutti li corpi egualmente graui simili, et eguali dal principio delli lor mouimenti naturali, se partiranno de egual uelocita, ma giongendo al fine di tali lor mouimenti, quello che hauera passato per piu longo spacio andara piu ueloce.

SEI fusse le quatro diuerse altezze A, B et C, D poste a due a due in retta linea come di sotto appare, et che la altezza A fusse tanto lontana dalla



FIRST BOOK - 5r

the same velocity.

Second proposition.

If all equally heavy bodies, similar and equal to each other at the beginning of their natural motions, start [moving] with the same velocity, when they arrive at the end of their movements, the one that has passed a longer space will have traveled faster.

Let the four different heights A, B and C, D be placed in twos on a straight line as it appears below, and let height A be as far from



LIBRO PRIMO - 5v

altezza B quanto è la altezza C dalla altezza D et che per cafo dalla altezza A⁴⁷ calcaffè un corpo egualmente graue, et un'altro ne calcaffè dall'altra altezza C li quai corpi fuffeno fimili, et eguali. Le noto che queglii tai corpi andariano di moto naturale in terra, et li tranfiti loro fariano retti e perpendicolari alla terra cioe alla fimilitudine delle due linee GF et IE. Hor dico che quefti tai corpi fe partiriano dal fuo principio (cioe l'uno dallo iftante, ouer ponto G et l'altro dallo iftante ouer ponto I) de equal uelocita, ma giongendo al fine di tali mouimenti, cioe alli dui iftanti E et F quello che ueniffe dalla altezza A andaria piu ueloce di l'altro perche quello haueria tra[n]fito per piu longo fpacio el quale è il fpacio AF. Perche l'altezza B é tanto lontana dalla altezza A quanto che è l'altezza D dall'altezza C (dal profupofito) adonque il corpo: che cadeffe dalla altezza A percottendo in uno refiftente, che fuße fuora dalla altezza B el non faria in quello maggior effetto (per la feconda comuna fententia) di quello che faria quello, chi cadeffe dalla altezza C fopra dun'altro fimile che fuße fuora della altezza d[']onde (per la terza fuppoftione) li detti dui corpi andaranno l'uno per l'altezza B in ponto H et l'altro per l'altezza D in ponto K de equal uelocita. dil che (per la feconda fuppoftione) li detti dui corpi andarranno l'uno il fpacio GH et l'altro il fpacio IK in tempi eguali. Adonque li detti dui corpi fe partiriano dal principio de lor mouimenti (cioè l'uno da lo iftante G et l'altro da lo iftante I) de equal uelocita che é il primo propofito. Et perche il corpo, che ueniffe dall'altezza A faria maggior effetto in un refiftente, che fuße in lo iftante F (per la terza comuna fententia) di quello che faria quello che ueniffe dalla altezza C in un'altro fimile chi fuße in ponto E. Onde (per la prima fuppoftione) lo detto corpo che uerria dall'altezza A giongendo al fin dil fuo mouimento (cioé allo iftante, ouer ponto F) andaria piu ueloce di quello che uerria dall'altezza C giongendo al fuo fine, cioè allo iftante, ouer ponto E che è il fecondo propofito. A dimoftrar el medemo fecondo propofito per un altro modo: de tutta la linea, ouer tranfito GF maggiore, ne taglieremo (per la terza del primo de Euclide) la parte GM equal al tranfito, ouer linea IE minore et perche tutti li corpi egualmente graui fimili, et eguali dal principio delli loro mouimenti naturali fe parteno de equal uelocita (come di fopra fu dimontrato) lo corpo adonque che fe parteffe dall'altezza A andaria tanto ueloce per lo fpacio GM quanto faria quello che fe partiße dall'altezza C per lo fpacio IE cioè ambi doi tranfiriano in tempi eguali.

⁴⁷La stampa del 1558 riporta erroneamente la lettera "D" al posto della lettera "A."

FIRST BOOK - 5v

height B as height C is from height D. Let an equally heavy body casually fall from height A⁴⁸ and another one from the other height C; these bodies are similar and equal [to each other]. I point to the fact that those bodies would move toward the ground with a natural motion and their transits would be straight and perpendicular to the ground, as lines GF and IE show. I claim that these two bodies start off from their beginning (that is, one from the instant or point G and the other from the instant or point I) with equal velocities. Then, when they come to the end of their movements, that is, at the two instants E and F, the one that comes from the height A moves faster than the other because it has transited a longer space, that is, the space AF. Since the height [of point] B is as far from the height [of point] A as the height [of point] D is from the height [of point] C (as has been supposed), the body that falls from height A, if it hits a resistant placed in front of height B, would not produce a greater effect (because of the second common sentence) than that produced by the [body] that falls from height C over a similar resistant placed in front of height D. Therefore (because of the third supposition), the mentioned two bodies travel at the same velocity when they pass the first [body] at height B, [that is,] at point H, and the other [body] at height D, [that is,] at point K. Consequently (because of the second supposition), the mentioned two bodies travel in equal times, one [through] the space GH and the other [through] the space IK. Therefore, the mentioned two bodies begin their movements (one at instant G and one at instant I) with equal velocity. Which was to be shown first. Since the body that comes from height A produces a greater effect on a resistant placed at instant F (because of the third common sentence) than the effect produced by the [body] that comes from height C on a similar resistant placed at point E, (because of the first supposition) the mentioned body coming from height A, when it arrives at the end of its movement (that is, at the instant or point F), moves faster than the [body] that comes from height C, and when it arrives at the end of its movement, that is, at the instant or point E. Which was to be shown secondly. This second point [of the argument] can be demonstrated also by means of another method. Of the entire longer line or transit GF, we take (because of the third [proposition] of the first [book] of Euclid) the part GM which is equal to the transit or shorter line IE. Since equally heavy bodies, similar and equal to each other, all begin their natural motions with the same velocity (as demonstrated above), the body that starts at height A travels along the space GM as fast as the body that starts at height C along the space IE, that is, they travel in equal times.

⁴⁸The original text of the 1558 print run mistakenly reads "D" instead of "A." This mistake was introduced in the 1558 print run of the 1550 second edition.

LIBRO PRIMO - 5v - cont.

Et perche lo detto corpo: che se partiße dall'altezza A (per la precedente propofitione) andaria piu ueloce per lo fpacio MF che per lo fpacio GM (per comuna fcientia) andaria anchora piu ueloce per lo detto fpacio MF che l'altro per lo fpacio IE che il medemo fecondo propofito.

Propofitione III.

Quanto piu un corpo egualmente graue se andara luntanando dal fuo principio, ouer propinquando al fuo fine, nel

FIRST BOOK - 5v - cont.

Since the mentioned body that starts from height A (because of the previous proposition) travels faster along the space MF than along the space GM, (because of the common knowledge) it also travels faster along the mentioned space MF than along the other space IE, which is the same as the second point [of the argument].

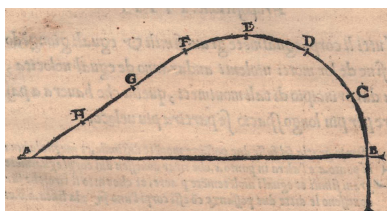
Third proposition.

The more an equally heavy body moves away from its beginning in a violent motion, that is, the closer it gets to its end,

LIBRO PRIMO - 6r

moto uiolente, tanto piu andara pigro e tardo.

ESfempi gratia, fel fusse una poßanza mouente in ponto A che tirare uoleße, ouer doueße un corpo egualmente graue uiolentemente per aere, et che tutto il tiro che far poteße, ouer doueße la detta poßanza con eßo corpo fuße tutta la linea AB. Dico che quello tal corpo quanto piu il fe andaeße aluntanando dal suo principio (cioè da lo istante A) ouer approßimando al suo fine (cioè allo istante B) tanto piu fe andaria alentando de uelocita, la qual coßa fe dimoßtrara in queßto modo. Diuideremo tutta la detta linea, ouer tranßito AB in piu fpacij, et fiano BC, CD, DE, EF, FG, GH et HA. Hor perche il detto corpo (per la quarta comuna ſententia) faria maggior effetto in un reßißtente eßendo quello in ponto C che non faria eßendo in ponto B dilche



(per la prima ſuppoßitione) lo detto corpo andaria piu ueloce per lo ponto C che per lo ponto B et ſimilmente per lo ſpacio D[C] che per lo ſpacio CB coßi per le medeme raggioni lo detto corpo andaria piu ueloce per lo ſpacio ED che per lo ſpacio DC et per lo ſpacio FE che per lo ſpacio ED et per lo ſpacio GF che per lo ſpacio FE et per lo ſpacio HG che per lo ſpacio GF et per lo ſpacio AH⁴⁹ che per lo ſpacio HG et fe piu auanti fuße il principio di tal moto uiolente, tanto piu nelli ſeguenti ſpaccii andaria ueloce, che è il propoßito. Queßto medemo fe uerifica in cadauno che ſia uiolentemente menato uerßo a un luoco da eßo odiato: che quanto piu fe ua approßimando al detto luoco, tanto piu fe ua atriffando in la mente, et piu cerca de andar tardigando.

Correlario Primo.

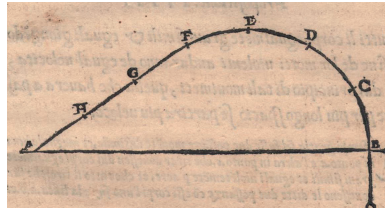
Onde el fe manifeßta qualmente un corpo egualmente graue in lo principio d'ogni moto uiolente, ua piu uelocißimo, et

⁴⁹La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “AB” al poßto di “AH.”

FIRST BOOK - 6r

the slower it travels.

For example, let the moving power that wants or has to throw an equally heavy body violently through the air be at point A, and let the entire shot that the mentioned power could or should make be the entire line AB. I say that the farther away this body travels from its beginning (that is, from the instant A) or the closer it gets to the end (that is, to the instant B), the slower its velocity is, and this is demonstrated in the following way. We divide the entire mentioned line, or transit, AB into several spaces and these are BC, CD, DE, EF, FG, GH and HA. Now, since the mentioned body (because of the fourth common sentence) produces a greater effect on a resistant at point C than at point B, it follows



(because of the first supposition) that the mentioned body travels faster through point C than through point B and likewise through the space D[C]⁵⁰ than through the space CB. Therefore, and for the same reasons, the mentioned body travels faster through the space ED than through the space DC, and through the space FE than through the space ED, and through the space GF than through the space FE, and through the space HG than through the space GF, and through the space AH⁵¹ than through the space HG. The farther away the beginning of the violent motion is, then likewise the faster it would travel in the previous spaces, which is to be shown. This same [effect] happens to everyone who has to go to an odious place: the closer he gets to that mentioned place, the sadder he becomes and the more he tries to slow down his journey.

First Corollary.

Hence, it is manifest that an equally heavy body travels fastest at the beginning of its violent motion and

⁵⁰“C” is missing in the 1558 print run.

⁵¹The 1558 print run mistakenly reads “AB.”

LIBRO PRIMO - 6v

in fin piu tardisfimo che in ogni altro luoco, et quanto piu hauera a paffare per piu longo fpacio tanto piu in lo principio di tal mouimento andara uelocisfimo.

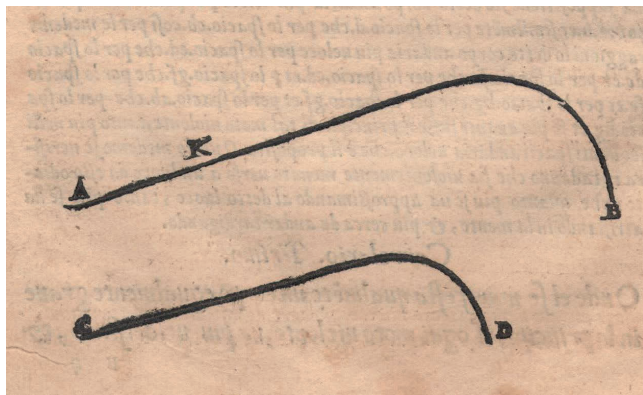
Correlario. II.

Anchor è manifefto qualmente un corpo egualmente graue di moto uiolente non puo paffare per dui diuerfi iftanti de egual uelocita.

Propofitione. IIII.

Tutti li corpi egualmente graui fimili et eguali giongendo al fine de lor motti uiolenti andaranno de egual uelocita, ma dal principio di tali mouimenti, quella che hauera a paffare per piu longo fpacio fe partira piu ueloce.

ESfempi gratia fel fuße due poßanze mouente dißimile, et ineguale luna in ponto A e l'altra in ponto C che tirar doueffen dui corpi egualmente graui fimili et eguali uiolentemente per aere, et che tutto il tiro: che far doueffeno le ditte due poßanze con eßi corpi l'uno fuße la linea AB et



FIRST BOOK - 6v

slower than in any other place at the end. The longer the space is to travel, the faster it is at the beginning of its movement.

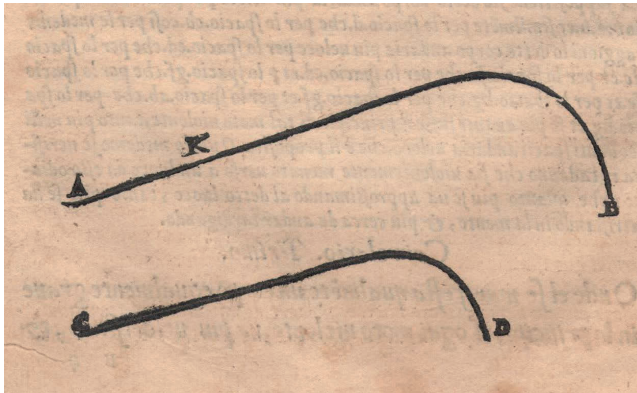
Second corollary.

It is also manifest that an equally heavy body [that moves] with violent motion cannot travel through two different instants with the same velocity.

Fourth proposition.

All equally heavy bodies, similar and equal to each other, travel with the same velocity when they arrive at the end of their violent motions. But, at the beginning of such movements those [bodies] that travel along longer spaces start off faster.

For example, let there be two different and unequal moving powers, one at point A and the other at point C, that have to throw two equally heavy bodies, similar and equal to each other, violently through the air, and let the entire shots that the mentioned two powers realize with the mentioned bodies be line AB the first and



LIBRO PRIMO - 7r

l'altro la linea CD. Dico che questi dui corpi giongendo al fine di questi dui lor mouimenti uiolenti, cioe l'uno allo istante, ouer ponto B et l'altro allo istante, ouer ponto D andariano de equal uelocita. Ma dal principio di tali loro mouimenti cioe, l'uno da lo istante A et l'altro da lo istante C se partiriano de inegual uelocita, perche quello che doueria paßare per lo transito, ouer spacio AB (per esser piu longo di l'altro) se partira piu veloce da lo istante A che non fara l'altro da lo istante C la qual cosa se dimostrara in questo modo. Perche se li detti dui corpi trouaßeno alcun refistente in li dui istanti D et B li quali fußeno simili et eguali in refistentia. fariano in eßi dui effetti (per la quinta suppositione) eguali onde (per la tertia suppositione) andariano de equal uelocita, che è il primo propofito. A dimonstrar il secondo dal transito, ouer linea AB maggiore ne segaremo con la imaginatione la parte BK equal al transito, ouer linea CD, minore, et perche li detti dui corpi giongendo alli dui istanti D et B andariano de equal uelocita (come di sopra è sta dimoftrato) haueriano transito de equal uelocita spacij egualmente distanti da li preditti dui lochi, ouer istanti B et D (per la seconda suppositione) Adonca li detti dui corpi transiriano de equal uelocita l'uno per lo spacio KB parziale, et l'altra per lo spacio CD totale, cioè. Paßariano quegli in tempi eguali. Et perche quanto piu un corpo graue (nel moto uiolente) se andara aluntanando dal suo principio (per la terza propofitione) tanto piu andara pigro e tardo. Adonque il corpo che uenisse da lo istante A andaria piu veloce per lo spacio AK che per alcun luoco del spacio KB parziale, seguita adonca (per comuna scientia) che il corpo che uenisse dallo istante A andaria piu ueloce per lo spacio AK che non andaria l'altro in alcun luoco di spacio CD totale. Il corpo adonque, che uenisse dal ponto, ouer istante A si parteria piu ueloce da eßo istante A, che non faria quello che se partiße da lo istante C da eßo istante C che è il secondo propofito.

Propofitione. V.

Niun corpo egualmente graue, puo andare per alcun spacio di tempo, ouer di loco, di moto naturale, e uiolente insieme misto.

Esfempi gratia, fel fuße una poßanza mouente in ponto A la qual doueße tirare un corpo egualmente graue uiolentemente per aere, et che tutto il transito: chi far doueße il detto corpo de quella spinto: fuße tutta la linea ABCDEF.

FIRST BOOK - 7r

line CD the other. I say that those two bodies, when arriving at the end of their violent movements, that is, the first at the instant or point B and the other at the instant or point D, they travel with the same velocity. But, at the beginning of their movements, that is, the one at the instant A and the other at the instant C, they start with unequal velocities. [This happens] because the one that has to travel along the transit or space AB (as this is longer than the other) starts off faster at the instant A than the other [body] does at the instant C, and this is demonstrated in the following way. If the mentioned two bodies met a resistant at the two instants D and B, where the resistants have a similar and equal resistance, (because of the fifth supposition) they would produce two equal effects. Therefore, (because of the third supposition) they travel with the same velocity [at D and B], which was the first to be shown. In order to demonstrate the second [point of the argument], using our imagination we cut the portion BK from the longer transit or line AB, so that BK is equal to the shorter transit CD. Since the mentioned two bodies, when arriving at the instants D and B, travel with the same velocity (as demonstrated above), then spaces that are equally distant from the mentioned two places or instants D and B have a transit with the same velocity (because of the second supposition). Therefore, the mentioned two bodies travel with the same velocity, the first through the partial space KB and the other through the total space CD, that is, they travel along them in equal times. Since a heavy body travels (with violent motion) more slowly the farther away it is from its beginning, (because of the third supposition), then the body that comes from the instant A travels faster through the space AK than through any other space within the partial space KB. Thus, (according to common knowledge) the body that comes from the instant A travels faster through the space AK than through any other space of the total space CD. The body that comes from the point or instant A therefore starts at this instant A faster than if it had started from the instant C, which was the second [point] to be shown.

Fifth proposition.

No equally heavy body can travel for an interval of time or a space with a motion mixed of violent and natural motion.

For example, let there be a moving power at point A which has to throw an equally heavy body violently through the air, and let it be so that the entire transit accomplished by the mentioned body as pushed by the power is the entire line ABCDEF.

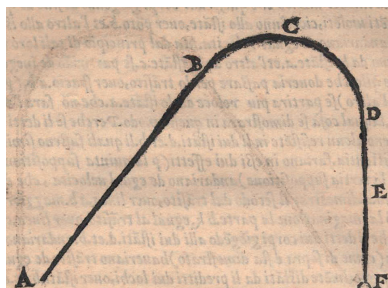
LIBRO PRIMO - 7r - cont.

Dico che il detto corpo non paßara parte alcuna di tal suo tranßito di moto uiolente, naturale inßieme mißto, ma paßara per quello, ouer totalmente di moto uiolente puro, ouer parte di moto uiolente puro, et parte di moto naturale puro, et quello ißtante, che terminara il moto uiolente, quel medemo fara principio dil moto naturale, et fe poßibel fuße (per laduerßario) che quello poteße paßare alcuna parte di moto uiolente, et naturale inßieme mißto, poniamo, che quella ßia la parte CD. Seguiria adonque che il detto corpo paßando

FIRST BOOK - 7r - cont.

I say that the mentioned body does not travel any part of its transit with a motion mixed of violent and natural motions, but travels either only with a pure violent motion, or a part of it with a pure violent motion and another part with a pure natural motion. The instant at which the violent motion stops is the instant at which the natural motion starts. Assuming (as the opponent says) the [body] could travel some part with violent and natural motions mixed together, which may be part CD, it follows therefore that the mentioned body, while going

LIBRO PRIMO - 7v



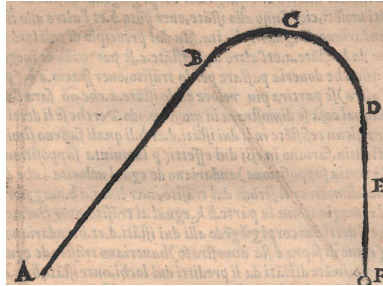
dal ponto C al ponto D andaebe augmentando in uelocita, per quella parte che participa del moto naturale (per la prima propositione) et similmente che andaebe calando de uelocita per quella parte che participa del moto uiolente (per la terza propositione) che faria una cosa absforda, che tal corpo in un medemo tempo debbia andar augmentando, et diminuendo de uelocita, destrutto adonque l'oppofito, rimane il propofito.

Propofitione. VI.

Ogni refiftente men uerra offefo, da un corpo egualmente graue eiecto uiolentemente per aere, in quel iftante che diftingue il moto uiolente dal naturale, che in ogni altro luoco.

ESfempio fel fue una poßanza mouente in ponto A la qual doueue tirare un corpo egualmente graue uiolentemente per aere, et che tutto il tranfito: che tranfir doueffe quel tal corpo da quella fpinto, foße tutta la linea ABCDEF, et che il ponto D fue il luoco de lo iftante doue fe separara il moto uiolente dal naturale. Dico che ogni refiftente men uerra offefo dal detto corpo in ponto D che in ogni altro luoco del detto tranfito. Perche il detto corpo andaria piu tardißimo per lo iftante D che in ogni altro luoco del tranfito uiolente ABCD (per lo primo correlario della terza propositione) et confequentemente faria menor effetto in lui. Similmente perche il detto corpo andaria piu tardißimo per lo iftante D (per lo primo correlario della prima propositione) che in ogni altro luoco del tranfito naturale DEF confequentemente faria menor effetto in lui, e pero fel detto refiftente fueße

FIRST BOOK - 7v



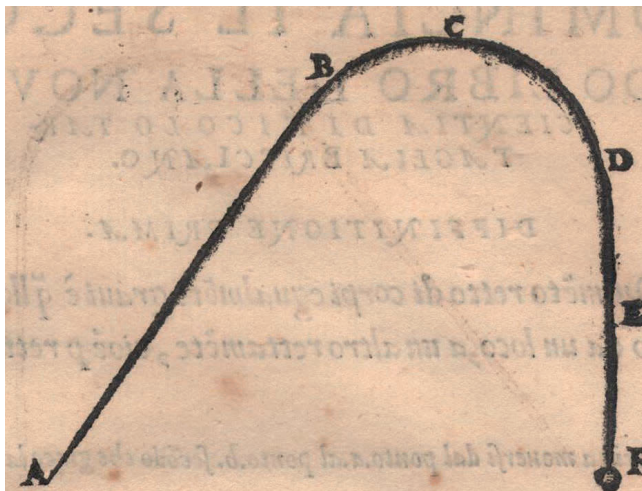
from point C to point D, increases its velocity according to the ratio by means of which it shares a natural motion (because of the first proposition). Likewise, it decreases its velocity according to the ratio by means of which it shares a violent motion (because of the third proposition). It is absurd that the mentioned body increases and decreases its velocity at the same time. The argument of the opponent is destroyed, therefore only the [previous] argument remains, which was to be shown.

Sixth proposition.

All resistants are less damaged by an equally heavy body that is violently ejected through the air at the instant that distinguishes the violent from the natural motion than at any other place [on the trajectory].

For example, let there be a moving power at point A that has to throw an equally heavy body violently through the air, and let the entire transit to be traveled by that body, pushed by the power, be the entire line ABCDEF. Let point D be the place of the instant where the violent motion separates from the natural one. I claim that each resistant is less damaged at point D than at any other place of the mentioned transit. Since the mentioned body moves slower at point D than at any other place along the violent transit ABCD, (because of the first corollary of the third proposition), it consequently produces the smallest effect on it. Similarly, since the mentioned body (because of the first corollary of the first proposition) travels slower through the instant D than at any other place of the natural transit DEF, then consequently it produces a smaller effect on it. But, if the mentioned resistant were

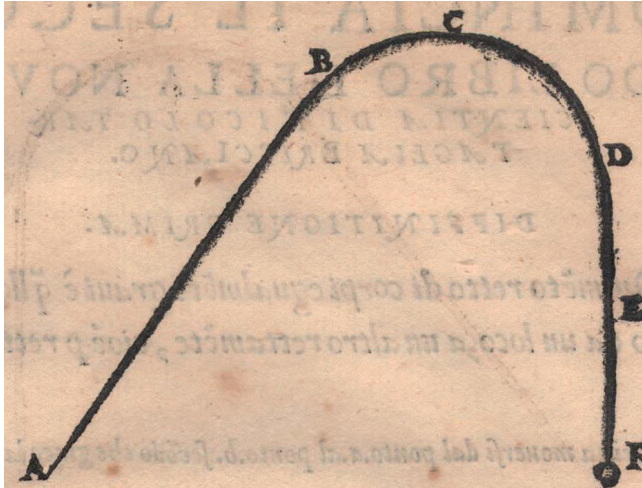
LIBRO PRIMO - 8r



percollo in ponto C ouer in ponto E dal detto corpo faria piu offeso, che eßendo percoßo in lo detto ponto D perche il detto corpo andaria piu ueloce per lo ponto C (di moto uiolente) et per lo ponto E di moto naturale, che per lo ponto D che è il propofito.

FINE DEL PRIMO LIBRO.

FIRST BOOK - 8r



hit at point C or at point E by the mentioned body, it would be more damaged than if it were hit at point D because the mentioned body travels faster through point C (with violent motion) and through point E (with natural motion) than through point D, which was to be shown.

END OF THE FIRST BOOK.

LIBRO SECONDO - 8v

Second Book

COMINCIA IL SECONDO LIBRO DELLA NOVA SCIENTIA DI NICOLO
TARTAGLIA BRISCIANO.

DIFFINITIONE PRIMA.

MOuimento retto di corpi egualmente graui è quello, che fanno da
un loco, a un altro rettamente, cioè per retta linea.

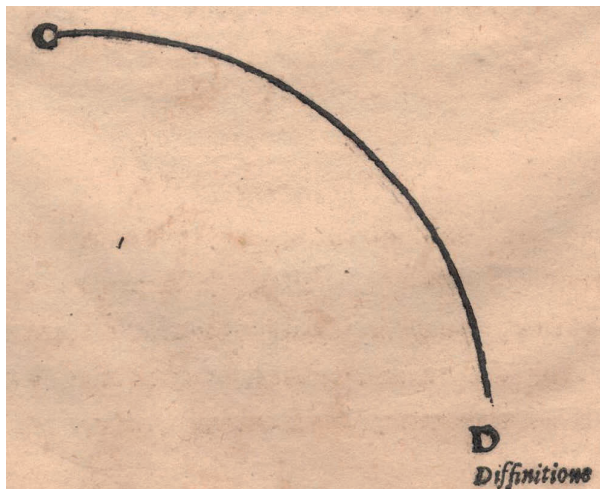
Come faria a mouerfi dal ponto A al ponto B secondo che giace la linea AB.



Diffinitione. II.

Mouimento curuo di corpi egualmente graui è quello, che fanno da
uno luoco a un'altro curuamente, cioè per curua linea.

Come faria a mouerfi dal ponto C al ponto D fi come sta la linea CD.



SECOND BOOK - 8v

THE SECOND BOOK OF THE NEW SCIENCE OF NICOLO TARTAGLIA
STARTS.

FIRST DEFINITION.

The straight movement of equally heavy bodies is accomplished by them moving straightly from one place to the other, that is, along a straight line.

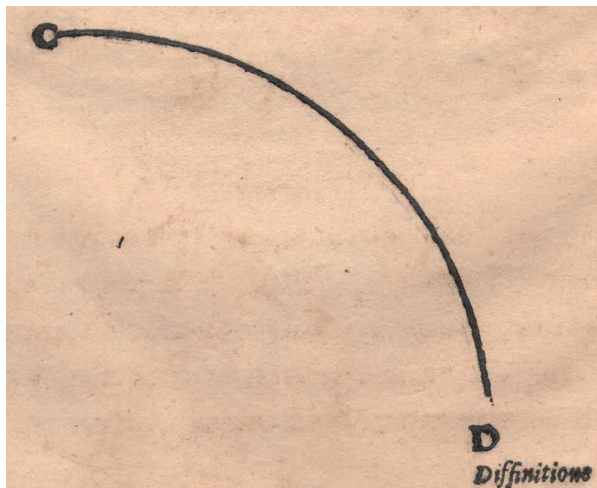
This is a movement from point A to point B according to the way line AB lies.



Second definition.

A curved movement of equally heavy bodies is accomplished by them moving curvilinearly from one place to the other, that is, along a curved line.

This is the movement from point C to point D, according to the line CD.

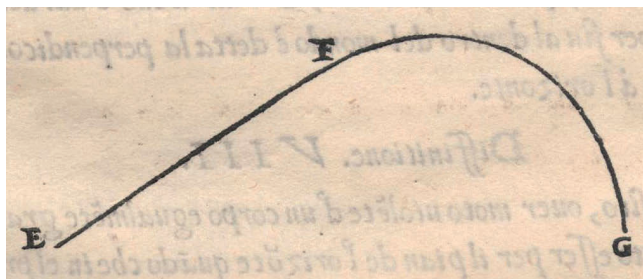


LIBRO SECONDO - 9r

Diffinitione. III.

Mouimento in parte retto e in parte curuo di corpi egualmente graui, è quello, che fanno da uno luoco, a un altro parte rettamente, et parte curuamente, cioe per linea in parte retta, e in parte curua.

Come faria a dire mouendofi dal ponto E al ponto G fi come giace la linea EFG intendando pero che le dette due parte cioe la parte retta EF fia congiunta in diretto con la parte curua FG cioe che non faciano angolo in ponto F perche se cauasseno angolo non se potria dire che fusse un moto continuo anzi fariano dui vari moti, fi come che anchora non se potria dire che tutta la quantita EFG fusse vna sol linea, ma due linee, cioe vna retta, e laltra curua, et questo bifognaua delucidare.



Diffinitione. III [I].

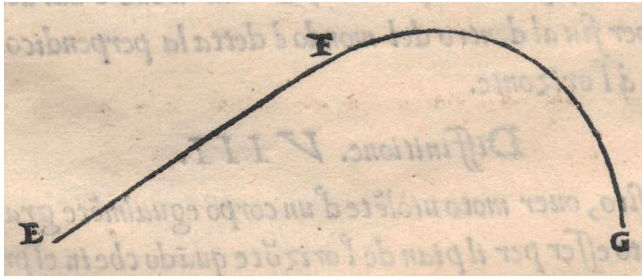
Orizonte è detto quel piano circolare, che diuide (non solamente) lo hemisferio inferiore dal superiore, ma anchora ogni corpo egualmente graue, quando che è per effer eiecto, ouer tirato uiolentemente per aere, in due parti eguali, et è concentrico con il detto corpo.

SECOND BOOK - 9r

Third definition.

A movement partially straight and partially curved of equally heavy bodies is accomplished by them moving from one place to the other partially straightly and partially curvilinearly, that is, along a line partially straight and partially curved.

This is the movement from point E to point G, according to the way line EFG lies. It is noted, however, that the mentioned two parts, that is, the straight part EF joined together directly with the curved part FG, do not compose any angle at point F. If they did compose an angle, the motion could not be said to be continuous and these would be two different motions. In the same way, the entire quantity EFG could not be said to be one single line but two lines, one straight and the other curved, and this is what was to be elucidated.

Fourth definition.⁵²

The horizon is the circular plane that not only divides the upper hemisphere from the lower, but also divides each equally heavy body into two equal parts. When [the body] is to be ejected, that is, violently thrown through the air, the horizon is concentric to the mentioned body.

⁵²The 1558 edition mistakenly repeats "Third definition."

LIBRO SECONDO - 9v

Diffinitione. V.

Semidiametro del orizzonte, uien detta quella linea, che li parte dal centro, e ua a terminare nella circonferentia di quello rettamente per quel uerfo, doue chi debbe esser tirato un corpo egualmente graue uiolentemente per aere.

Diffinitione. VI.

Perpendicular de l'orizzonte è detta quella linea, che li parte dal polo de l'orizzonte (cognominato zenith) et uien perpendicolarmente sopra il centro di quello, et continuata per fin al centro dil mondo.

Diffinitione. VII.

Ma quella parte, che è dal centro al polo, uien detta la perpendicolare sopra a l'orizzonte, et l'altra che è dal detto centro per fin al centro⁵³ del mondo è detta la perpendicolare sotto à l'orizzonte.

Diffinitione. VIII.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue uien detto esser per il pian de l'orizzonte quando che in el principio se istente in parte per il semidiametro de l'orizzonte.

Diffinitione. IX.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue, uien detto esser elleuato sopra a l'orizzonte quando che in el principio se istende talmente che quello cauli in parte angolo acuto con el semidiametro de l'orizzonte, disopra a

⁵³La stampa del 1558 riporta erroneamente “dentro” al posto di “centro.”

SECOND BOOK - 9v

Fifth definition.

The semidiameter of the horizon is the line that starts from the center and ends on its circumference, straight in the direction toward which an equally heavy body has to be thrown violently through the air.

Sixth definition.

The perpendicular to the horizon is the line that starts from the pole of the horizon (called Zenith) and arrives perpendicularly at its center and then continues to the center of the world.

Seventh definition.

That part, which comes from the center of the pole, is called perpendicular above the horizon. The other part, which moves from the mentioned center [of the horizon] to the center⁵⁴ of the world, is called perpendicular below the horizon.

Eighth definition.

The transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is defined to be the motion along the plane of the horizon when, during the first part [of its trajectory], it partially follows the semidiameter of the horizon.

Ninth definition.

The transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is said to be elevated above the horizon when, from its beginning, it partially follows a path so as to compose an acute angle with the semidiameter of the horizon, above

⁵⁴The 1558 print run reads “dentro.” A comparison of the 1537 and 1550 editions shows that the term “centro” was meant.

LIBRO SECONDO - 10r

l'orizzonte, et tanto piu se dice esser elleuato, quanto maggior angolo acuto caufa, ma quando caufa angolo retto se dice retto sopra al orizzonte.

Diffinitione. X.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue se dice esser elleuato 45 gradi sopra al orizzonte quando che in el principio se istende talmente, che diuide l'angolo retto, caufato dalla perpendicular sopra al orizzonte con il semidiametro del orizzonte, in due parti eguale.

Diffinitione. XI.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue, se dice esser obliquo sotto al orizzonte, quando che in el principio se istende talmente che quel caufa angolo acuto con il semidiametro del orizzonte di sotto a esso orizzonte, et tanto piu se dice esser obliquo quanto maggior angolo acuto caufa, ma quando caufa angolo retto, se dice retto sotto al orizzonte.

Diffinitione. XII.

Li transiti ouer moti uiolenti de corpi egualmente graui, se dicono egualmente elleuati sopra al orizzonte, quando che in el principio di quegli se istendono talmente che causano eguali angoli acuti con il semidiametro del orizzonte di sopra à esso orizzonte, et similmente egualmente obliqui, quando che in el detto principio causano eguali angoli acuti con il detto semidiametro di sotto a esso orizzonte.

SECOND BOOK - 10r

the latter. And the more it is said to be elevated, the greater the acute angle is. But when a right angle is composed, it is said to be at right angle above the horizon.

Tenth definition.

The transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is said to be elevated at 45 degrees above the horizon when, from its beginning, it follows [a line] that divides into two equal parts the right angle, which is between the perpendicular above the horizon and the semidiameter of the horizon.

Eleventh definition.

The transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is said to be oblique below the horizon when, from its beginning, it follows [a line] that composes an acute angle with the semidiameter of the horizon below the horizon. The greater the composed acute angle, the more oblique it is said to be. If it composes a right angle, it is said to be at right angle below the horizon.

Twelfth definition.

The transits, that is, the violent motions of equally heavy bodies, are said to be equally elevated above the horizon when, from their beginnings, they follow [lines] that compose equal acute angles with the semidiameter of the horizon, above the same horizon. Likewise, [they are said] to be equally oblique when, from the mentioned beginnings, [they follow a line that] composes equal acute angles with the mentioned semidiameter below the horizon.

LIBRO SECONDO - 10v

Diffinitione. XIII.

Il tranſito, ouer moto uiolente dun corpo egualmente graue uien detto eſſer per la perpendicular del orizzonte, quando che il principio, et fin di quello è in la detta perpendicular, cioe quando che quello è retto ſopra, ouer ſotto al orizzonte.

Diffinitione. XIII.

La diſtancia dun tranſito, ouer moto uiolente dun corpo egualmente graue, ſe piglia per quello interuallo: che è per retta linea dal principio al fine di tal moto uiolente.

Suppoſitione. Prima.

Tutti li tranſiti ouer mouimenti naturali de corpi egualmente graui ſono fra loro, et anchora alla perpendicular de lorizonte equidiſtanti.

ABenche dui tranſiti, ouer moti naturali de corpi egualmente graui mai poſſiano eſſer fra loro, ne anchora alla perpendicular de l'orizonte perfettamente equidiſtanti. Perche ſe la terra gli andafſe cedendo loco li come fa l'aere ſenza dubbio concorrariano inſieme nel centro del mondo onde (per la vltima diffinitione del primo de Euclide) non fariano com'ho detto equidiſtanti. Nientedimeno per eſſer error inſenſibile in vn poco ſpacio. li ſupponemo tutti equidiſtanti fra loro et anchora alla perpendicular de l'orizonte.

Suppoſitione. II.

Ogni tranſito, ouer moto uiolente de corpi egualmente graui che ſia fuori della perpendicular de l'orizonte ſempre ſara in parte retto e in parte curuo, et la parte curua ſara parte d'una circonferentia di cerchio.

SECOND BOOK - 10v

Thirteenth definition.

The transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is said to be moving along the perpendicular to the horizon when its beginning and its end are on the mentioned perpendicular, that is, when the transit is at a right angle above or below the horizon.

Fourteenth definition.

The length of a transit, that is, of the violent motion of an equally heavy body, is the interval along a straight line from the beginning to the end of the violent motion.

First supposition.

All transits, that is, natural movements of equally heavy bodies, are equidistant to each other and to the perpendicular to the horizon.⁵⁵

However, two transits, that is, two natural motions of equally heavy bodies, can never be perfectly equidistant to each other and to the perpendicular to the horizon. [This is the case] because, if the earth let them pass, as the air does, they would certainly meet at the center of the world. Therefore (because of the last definition of the first [book] of Euclid) they would not be equidistant, as I said. Nevertheless, as the error cannot be recognized in a short space, we assume them [the transits of natural motions] to be equidistant to each other and to the perpendicular to the horizon.

Second supposition.

Each transit, that is, each violent motion of equally heavy bodies that does not follow the perpendicular to the horizon, is always partially straight and partially curved. The curved part is a portion of the circumference of a circle.

⁵⁵“Equidistant” refers here to the distance between all points that compose the lines of the transits toward the center of the world. As these lines are parallel, all the corresponding points are equidistant to each other. The fact that in reality those transits are not parallel because they meet at the center of the world is discussed by Tartaglia in the following.

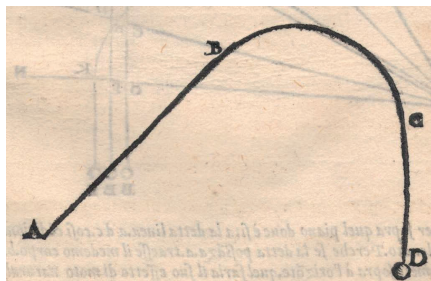
LIBRO SECONDO - 11r

ABenche niun tranfito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue che fia fuora delle perpendicolare de l'orizzonte mai puol hauer alcuna parte che fia perfettamente retta per caufa della grauita che fe ritroua in quel tal corpo, la quale continuamente lo ua stimolando, et tirando uerfo il centro del mondo. Niente di meno quella parte che è infenfibilmente curua, La fupponemo retta, et quella che è euidentemente curua la fupponemo parte duna circonferentia di cerchio, perche non preterifcono in cofa fenfibile.

Suppofitione. III.

Ogni corpo egualmente graue, in fine de ogni moto uiolente, che fia fuora della perpendicolare di l'orizzonte fi mouera di moto naturale, il qual fara contingente con la parte curua dil moto uiolente.

ESfempi gratia fe vn corpo egualmente graue fara eietto ouer tratto violentemente per aere, fuora della perpendicolar de l'orizzonte. Dico che in fine di tal moto uiolente, (non trouando refiftentia) fi mouerà di moto naturale, il quale fara contingente con la parte curua dil moto uiolente alla fimilitudine de tutta la linea ABCD de la quale tutta la parte ABC fara il tranfito dil moto uiolente, et la parte CD fara il tranfito fatto di moto naturale, il qual fara continuo, et contingente con la parte curua BC in ponto C.⁵⁶ queſto è quello che uolemo inferire.



Suppofitione. IIII.

Lo effetto piu lontano dal fuo principio, che far poſſà un

⁵⁶La stampa del 1558 riporta erroneamente “CE” al posto di “C.”

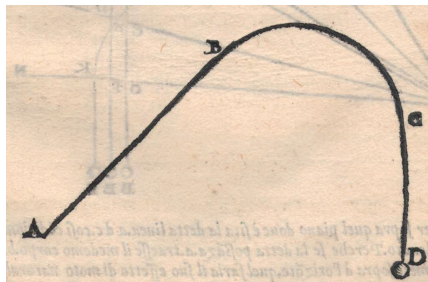
SECOND BOOK - 11r

Indeed, the transit, that is, the violent motion of an equally heavy body that does not follow the perpendicular to the horizon, never shows any perfectly straight part because of the gravity in that body which continuously pulls it toward the center of the Earth. Nevertheless, that part [of the transit] that is not perceived as being curved is assumed to be straight, and that part that is evidently curved is assumed to be part of the circumference of a circle, as this [assumption] does not influence the argument.

Third supposition.

Each equally heavy body that does not follow the perpendicular to the horizon after the end of each violent motion moves by natural motion, which is joined together with the curved part of the violent motion.

For example, let there be an equally heavy body ejected or thrown violently through the air so that it does not follow the perpendicular to the horizon. I say that at the end of such violent motion (if it does not meet resistance), it moves with natural motion, which is joined together with the curved part of the violent motion as is shown by the entire line ABCD. Of this line, part ABC is the transit of the violent motion and part CD the transit accomplished with natural motion. This is joined together and continuous to the curved part BC at point C.⁵⁷ This is what we want to infer.



Fourth supposition.

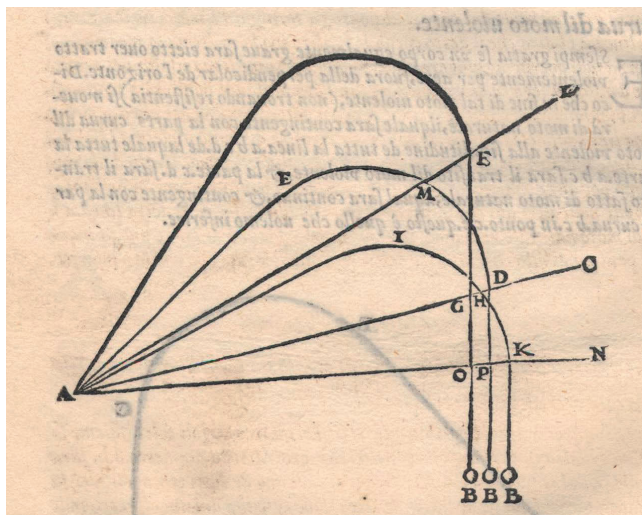
The farthest effect, produced by

⁵⁷The 1558 print run mistakenly reads "CE."

LIBRO SECONDO - 11v

corpo egualmente graue di moto uiolente sopra a qualunque piano, ouer sopra a qualunque retta linea, e quello che termina precisamente in esso piano, ouer in essa linea (essendo eiecto ouer tirato da una medema possanza mouente.)

ESempi gratia sia una possanza mouente in ponto A la qual habbia eiecto, ouer tirato il corpo B egualmente graue uiolentemente per aere, il cui transito sia la linea AEDB et il ponto D poniamo sia lo istante, che distingue il transito, ouer moto uiolente AED dal transito, ouer moto naturale DB et dal ponto A al ponto D sia protratta la linea ADC hor dico che il ponto D e il piu lontan effetto dal ponto A che far possa il detto corpo B sopra la linea

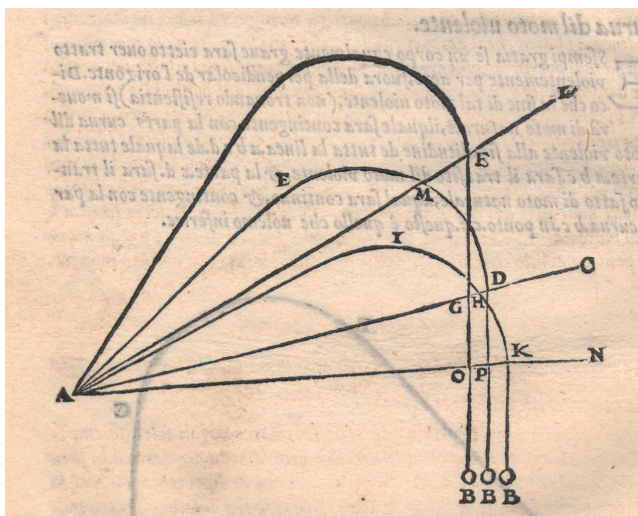


ADC ouer sopra quel piano doue è sita la detta linea ADC così conditionatamente eleuato. Perche se la detta possanza A traesse il medemo corpo B piu elleuatamente sopra à l'orizzonte, quel faria il suo effetto di moto naturale sopra la medema linea ADC come appar in la linea, ouer transito AFG in ponto G il qual effetto G dico che faria piu propinquo al ponto A cioe al principio di tal moto di quello, che fara lo effetto D perche il detto corpo B non

SECOND BOOK - 11v

an equally heavy body [that moves] with violent motion on whichever plane or whichever straight line, is the one that happens precisely on that plane or on that line (if it is ejected or thrown by the same moving power).

Let there be a moving power at point A which has ejected or thrown the equally heavy body B through the air. Its transit would be the line AEDB, where point D is assumed to be the instant that distinguishes the transit or violent motion AED from the transit or natural motion DB. Let line ADC be prolonged from point A to point D. I say that at point D the farthest effect from point A is produced by the mentioned body B above line



ADC, that is, above that plane where line ADC is placed and elevated like the same line. If the mentioned power A threw the same body B to a more elevated position above the horizon, it would produce its effect along the natural motion on the same line ADC, as the line or transit AFG shows, at point G. I say that the effect G is closer to point A, that is, to the beginning of that motion, than the effect D. This is because the mentioned point B does not

LIBRO SECONDO - 12r

ueneria a terminare in la detta linea ADC di moto uiolente, anzi terminaria di sopra di quella in ponto F et quanto piu fusse elleuatamente tirato, tanto piu se andaria accostando co'l suo effetto al detto ponto A sopra la detta linea ADC perche ancora il moto uiolente di quello, tanto piu se andaria scostando col suo termine dalla detta linea ADC cioè piu in alto terminando. Similmente se la medema possanza traessè il medemo corpo B men elleuato dil transito, ouer linea AED alla similitudine del transito, ouer linea AIHK quel faria il suo effetto di moto uiolente sopra la detta linea ADC alla similitudine dil ponto H il qual effetto H dico che faria piu propinquo al ponto A de quel fatto in ponto D perche il fin di tal moto uiolente andaria a terminare di sotto della detta linea ADC in ponto K et quanto piu la detta possanza A se andassè arbaßando in tirare il detto corpo B tanto piu il detto corpo B andaria facendo il suo effetto piu propinquo al ponto A sopra la detta linea ADC perche quanto piu la se andassè arbaßando, tanto piu il suo moto uiolente andaria a terminare di sotto della detta linea ADC il medemo si deue intendere in ogni altro tiro effempi gratia tirando dal ponto A al ponto F (termine dil moto uiolente AF) la linea AFL dico che il detto corpo B in altro modo tirato dalla medema possanza mai potria aggiungere al detto ponto F come si manifesta nel transito AEDB il qual sega la detta linea AFL in ponto M il qual ponto M e molto piu propinquo al ponto A di quello che è il detto ponto F. Similmente ancora tirando una linea dal detto ponto A al ponto K (termine dil moto uiolente AIK) quala sia AKN dico che il detto corpo B in altro diuerfo modo tirato dalla medema possanza mai potria aggiungere al detto ponto K come per effempio appar nelli altri dui tiri superiori che ciascaduno segan la detta linea AKN di moto naturale nelli dui ponti O et P che cadauno di loro è piu propinquo al ponto A di quello chi è il detto ponto K è questo è quello che uolemo inferire.

Propositione. Prima.

Li quatro angoli d'ogni quadrilatero rettilineo sono eguali a quatro angoli retti.

Sia il quadrilatero ABCD dico tutti li suoi quatro angoli tolti insieme sono eguali a quatro angoli retti. Perche protrato lo diametro DB fara diuiso in dui triangoli, et li trei angoli di cadauno de detti triangoli (per la seconda parte della 32 del I di Euclide) sono eguali a dui angoli retti, onde tutti li 6 angoli de detti dui triangoli sono eguali a quatro angoli retti, et perche li detti 6 angoli di detti 2 triangoli sono eguali alli 4 angoli del detto quadrilatero,

SECOND BOOK - 12r

end its violent motion on the mentioned line ADC. But it ends that motion higher than that line at point F. The more elevated [the angle at which] the body is thrown, the closer its effect is to the mentioned point A on the mentioned line ADC, because the end of its violent motion is farther away from the mentioned line ADC, that is, the motion ends at a higher point. Similarly, if the same power threw the same body B along a less elevated transit or line than AED, like the transit or line AIHK, it would produce its effect by violent motion above the mentioned line ADC at point H. I say that such effect [at point] H is closer to point A than the effect at point D because the end of such violent motion ends below the mentioned line ADC at point K. [This happens] because the lower the mentioned power A is, the deeper its violent motion ends below the mentioned line ADC. The same is valid for any other shot. For example, let line AFL be produced from point A to point F (which is the end of the violent motion AF). I say that the mentioned body B, thrown in whichever way by the same power, will never be able to reach the mentioned point F. This is manifested by the transit AEDB that cuts the mentioned line AFL at point M, and this point M is much closer to point A than the mentioned point F. Similarly, a line from the mentioned point A to point K is produced (which is the end of the violent motion AIK) so as to achieve line AKN. I say that the mentioned body B will never be able to reach the mentioned point K, no matter how it is thrown by the same power. This is clear, for example, in reference to the other two upper shots which cut the mentioned line AKN of natural motion at the two points O and P. Each of these points are closer to point A than to the mentioned point K. This was what we wanted to infer.

First proposition.

The four angles of each rectilinear quadrilateral are equal to four right angles.

Let there be the quadrilateral ABCD. I say that all of its four angles considered together are equal to four right angles. Given the diameter DB, [the quadrilateral] is divided into two triangles. The three angles of each of the mentioned triangles (because of the second part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid) are equal to two right angles. Therefore all six angles of the mentioned two triangles are equal to four right angles. Then, the mentioned six angles of the mentioned two triangles are equal to the four angles of the mentioned quadrilateral.

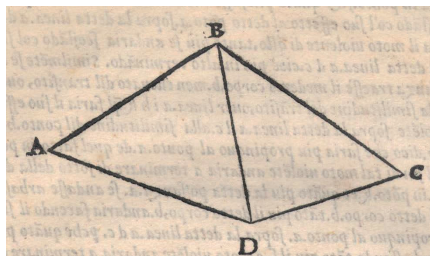
LIBRO SECONDO - 12r - cont.

effempi gratia langolo ABD del triangolo ABD gionto con langolo DBC del triangolo DBC se egualiano a tutto langolo ABC del quadrilatero, et fimilmente li altri dui, che terminano al ponto D se egualiano a tutto langolo ADC del detto quadrilatero, et li altri dui, cioè langolo A et C sono quelli istessi del quadrilatero, onde il propofito è manifesto.

SECOND BOOK - 12r - cont.

Let there be, for example, the angle ADB of triangle ADB joined together with angle DBC of triangle DBC. They are equal to the entire angle ABC of the quadrilateral. Likewise, the other two, which are placed at point D, are equal to the entire angle ADC of the mentioned quadrilateral. The other two angles, that is, the angles at point A and at point C, are the same as the angles of the quadrilateral. Therefore it is manifested what was to be shown.

LIBRO SECONDO -12v

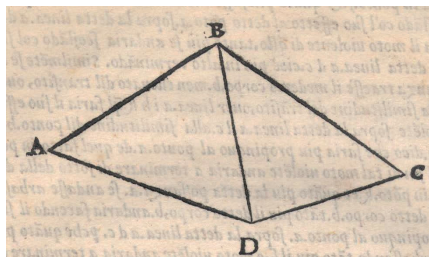


Propositione. II.

Se dal centro dun cerchio faran protrate due linee fina alla circonferentia, tal proportione hauer a tutta la circonferentia del cerchio à l'arco che interchiuden le dette due linee qual hauera quatro angoli retti a langolo contenuto dalle dette due linee fopra il centro.

Sia il cerchio ABC il centro dil quale sia il ponto D et dal centro D fian protrate le due linee DA et DB. Dico che tal proportione ha tutta la circonferentia del detto cerchio a l'arco AB che interchiude le dette due linee qual ha quatro angoli retti, à langolo ADB. Perche protraro vna delle dette linee fina alla circonferentia et sia AD fina in E onde (per la vltima dil festo de Euclide) la proportione de l'arco EB a l'arco BA è fi come l'angolo EDB a l'angolo BDA et (per la 18 del quinto de Euclide) il congiunto delli detti dui archi EB et BA (cioe tutto l'arco EBA) a l'arco BA fara fi come il congiunto delli dui angoli EDB et BDA a l'angolo BDA et perche l'arco EBA è la mitade della circonferentia di tutto il cerchio, et il congiunto delli dui angoli EDB et BDA (per la decimatertia del primo de Euclide) è eguale a dui angoli retti seguita adonque che fi come è la mita della circonferentia del detto cerchio al detto arco BA cofi fara dui angoli retti a l'angolo BDA et perche tutta la circonferentia dil cerchio alla mitade di quella (cioe a l'arco EBA) è fi come quatro angoli retti, a due angoli retti, donque (per la uicefimafeconda del quinto de Euclide) fi come tutta la circonferentia del detto cerchio a l'arco AB cofi faran quatro angoli retti a l'angolo BDA che è il propofito.

SECOND BOOK - 12v

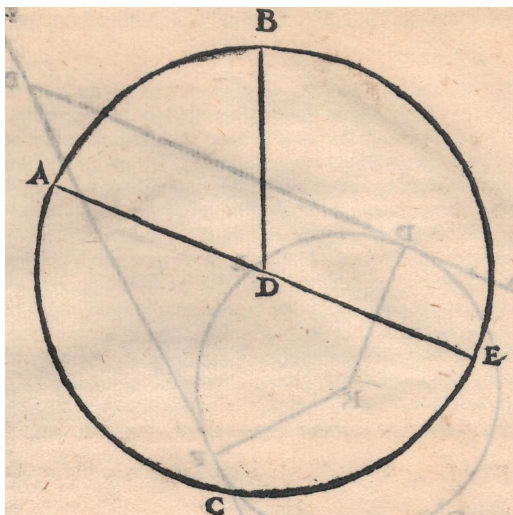


Second proposition.

If two lines are produced from the center of a circle to the circumference, the ratio between the entire circumference of the circle and the arc delimited by the mentioned two lines is the same as it is between four right angles and the angle contained by the mentioned two lines at the center.

Let there be the circle ABC whose center is point D. From center D two lines are produced, that is, DA and DB. I say that the entire circumference of the mentioned circle has the same ratio to the arc AB, delimited by the mentioned two lines, as four right angles have to the angle ADB. I prolong one of the mentioned lines to the circumference and AD to E. Therefore, (due to the last [proposition] of the sixth [book] of Euclid) the ratio of arc EB to arc BA is the same as the ratio of angle EDB to angle BDA and (because of the eighteenth [proposition] of the fifth [book] of Euclid) the ratio of the sum of the mentioned two arcs EB and BA (that is, the entire arc EBA) to arc BA is the same as the ratio of the sum of the two angles EDB and BDA to angle BDA, and since the arc EBA is half of the circumference of the entire circle, and since the sum of the two angles EDB and BDA (because of the tenth [proposition] of the first [book] of Euclid) is equal to two right angles, it follows that the ratio between half of the circumference of the mentioned circle to the mentioned arc BA is the same as that of two right angles to the angle BDA. Since the ratio of the entire circumference to its half (that is, arc EBA) is like the ratio of four right angles to two right angles, (because of the twenty-second [proposition] of the fifth [book] of Euclid) the ratio of the circumference of the mentioned circle to arc AB is the same as the ratio of four right angles to angle BDA, which was to be shown.

LIBRO SECONDO - 13r

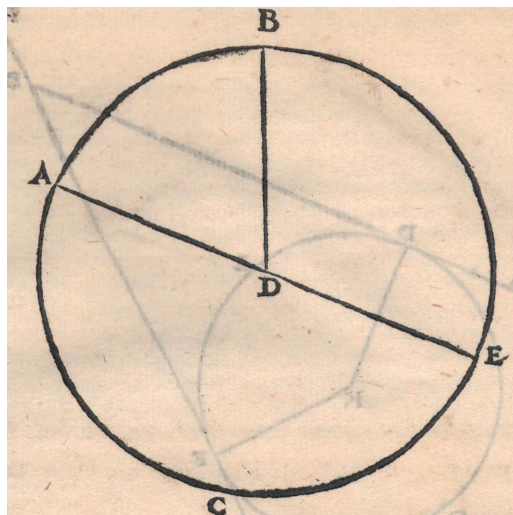


Propositione. III.

Se due linee rette congiunte angolarmente contingerano un cerchio, et produtta una di quelle dalla banda doue l'angolo, tal proportione hauerà la circonferentia dil cerchio à l'arco che interchiuderanno, qual haueranno quattro angoli retti à l'angolo exterior causato dalla linea protratta.

Siano le due linee AB et BC congiunte angolarmente in ponto B le quale contingano il cerchio DEFG in li dui ponti D et F et sia protratta una di quelle dalla banda uerso B et sia la FB protratta fina in ponto H. Dico che tal proportione hauerà la circonferentia dil cerchio a l'arco DEF qual ha quatro angoli retti à l'angolo DBH. Perche del centro del detto cerchio (qual pongo sia K) tiro le due linee KD et KF onde (per la prima propositione di questo) li quatro angoli del quadrilatero BDKF sono eguali a quatro angoli retti, et perche cadauno delli dui angoli KDB et KFB (per lo correlario della decimaquinta del tertio de Euclide) è retto. Seguita adonque

SECOND BOOK - 13r



Third proposition.

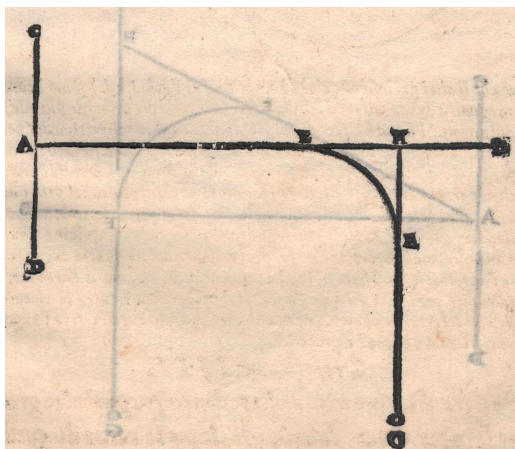
If two straight lines are angularly joined together and tangent to a circle and if one of the two lines is prolonged at the side where the angle is, the circumference of the circle has the same ratio to the arc delimited by the lines as the four right angles to the external angle built on the prolonged line.

Let the two lines AB and BC be angularly joined together at point B and let them be tangent to the circle DEFG at points D and F. Let one of the two lines on the side of B be prolonged and FB prolonged until H. I say that the circumference of the circle has the same ratio to the arc DEF as four right angles have to the angle DBH. From the center of the mentioned circle (which I call K), I produce the two lines KD and KF. Hence (because of the first proposition of this [book]), the four angles of the quadrilateral BDKF are equal to four right angles. Since each of the two angles KDB and KFB (because of the corollary of the fifteenth [proposition] of the third [book] of Euclid) is right, it follows

LIBRO SECONDO - 14r

fara la quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriua.

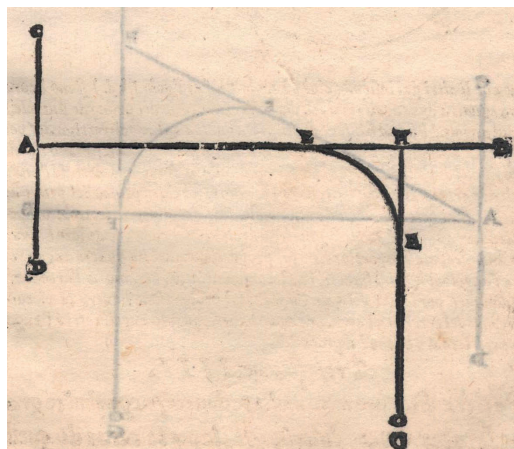
Sia el semidiametro del pian de l'orizzonte la linea AB et la perpendicolar del orizzonte la linea CAD et il tranfito uiolente d'un corpo egualmente graue la linea AEF la parte curua dil quale fia l'arco EF et la parte FG fia il tranfito fatto di moto naturale. Dico che la detta parte curua EF effer la quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriua. Perche produro il tranfito naturale GF uerso il semidiametro del orizzonte talmente che concorra con quello in ponto H et perche il tranfito FGH é equidistante (per la prima suppositione di questo) alla perpendicolar CAD l'angolo adonque FHA (per la prima parte della uigesimanona del primo de Euclide) fara eguale a l'angolo HAC il quale é retto, adonque l'angolo FHB exteriore (per la decimaterza del primo de Euclide) fara retto, onde quatro angoli retti uengono a effer quadrupli al detto angolo exteriore per il che la circonferentia del cerchio donde deriua la detta parte curua EF (per la terza propositione di questo) uien a effer quadrupla al detto arco EF adonque il detto arco EF uien a effer il quarto della circonferentia dil cerchio donde deriua, che é il propofito.



SECOND BOOK - 14r

is the fourth part of the circumference of the circle from which [that part] derives.

Let line AB be the semidiameter of the plane of the horizon and line CAD the perpendicular to the horizon. The line EAF is the violent transit of an equally heavy body and its curved part is the arc EF. Let the part FG be the transit accomplished by natural motion. I say that the mentioned curved part EF is the fourth part of the circumference of the circle from which [the curved part] derives. I prolong the natural transit GF toward the semidiameter of the horizon so that they meet at point H. Since the transit FGH (because of the first supposition of this [book]) is equidistant to the perpendicular CAD, (because of the first part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) angle FHA is equal to angle HAC, which is a right angle. Therefore, the external angle FHB (because of the thirteenth [proposition] of the first [book] of Euclid) is right and thus four right angles are quadruple the mentioned external angle. From this [it follows] that the circumference of the circle from which the mentioned arc EF derives (because of the third proposition of this [book]) is quadruple the mentioned arc EF. Therefore, the mentioned arc EF is a fourth of the circumference of the circle from which it derives, which was to be shown.

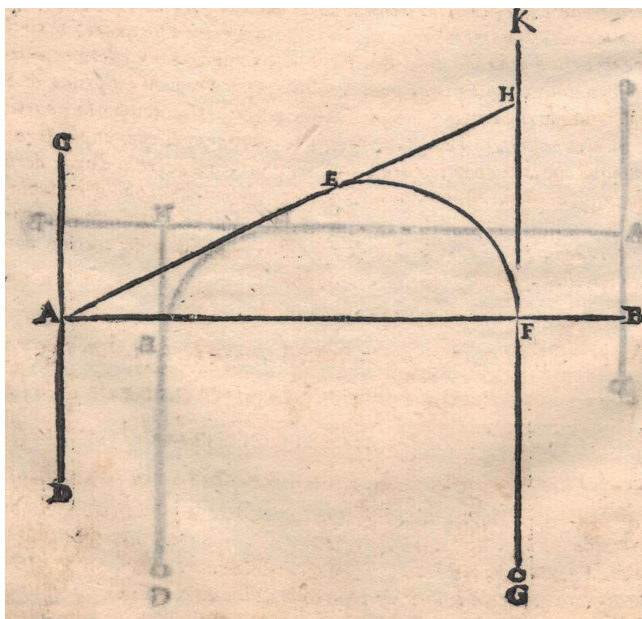


LIBRO SECONDO - 14v

Propositione. V.

Se il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue fara eleuato sopra a l'orizzonte, la parte curua di quello fara maggiore della quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriua, et quanto piu fara eleuato, tanto piu fara maggiore di la quarta parte de detta circonferentia, et tamen mai potra esser la mitade di essa circonferentia.

Sia il semidiametro del pian dell'orizzonte la linea AB et la perpendicular de l'orizzonte la linea CAD et il transito uiolente d'un corpo egualmente graue la linea AEF la parte curua dil quale sia l'arco EF et la parte FG sia il transito fatto di moto naturale. Dico l'arco EF esser maggiore della quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriua. Perche produco il transito naturale FG et la parte retta AE tanto che concorrano insieme in ponto H et produco FH fin in K costituendo l'angolo esteriore

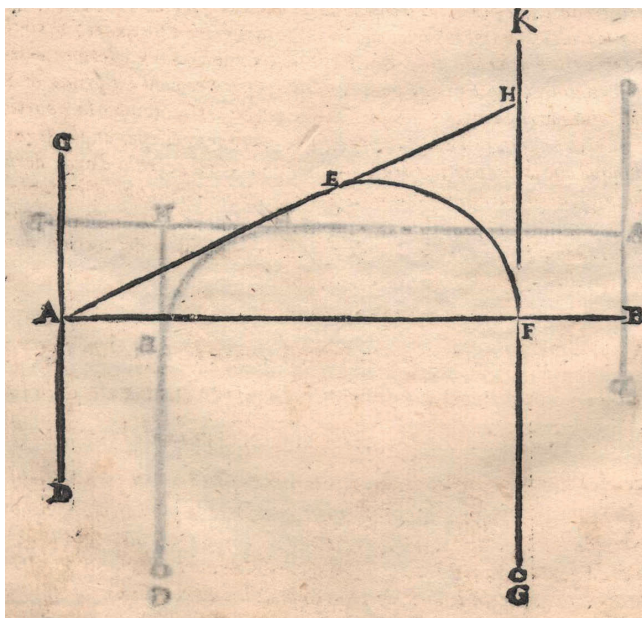


SECOND BOOK - 14v

Fifth proposition.

If the transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is elevated above the horizon, its curved part is bigger than the fourth part of the circumference from which it [the curved part] derives. And the more [the transit] is elevated, the bigger than the fourth part of the mentioned circumference [the curved part] is, and it can never be the half of that circumference.

Let line AB be the semidiameter of the plane of the horizon and line CAD the perpendicular to the horizon. Let line EAF be the violent transit of an equally heavy body and its curved part line EF. Let part FG be the transit accomplished by natural motion. I say that the arc EF is bigger than the fourth part of the circumference of the circle from which [that curved part] derives. I prolong both the natural transit FG and the straight part AE so that they meet at point H. Then I prolong FH until point K in order to compose the external angle



LIBRO SECONDO - 15r

EHK et perche l'angolo FHE è eguale (per la prima parte della uigefima nona del primo de Euclide) a l'angolo EAC et l'angolo EAC (per la ultima conceptione del primo de Euclide) è minore d'un angolo retto, adonque l'angolo EHF (per comuna sententia) farà minore d'un angolo retto, onde l'angolo EHK esteriore (per la 13 del primo de Euclide) fara maggiore d'un angolo retto, et (per la seconda parte della ottaua del quinto de Euclide) quatro angoli retti haueranno minore proportion che quadrupla al detto angolo esteriore, et fimelmente la circonferentia del cerchio donde deriua l'arco EF (per la terza propofitione di questo) hauera menor proportion che quadrupla, al detto arco, et (per la seconda parte della decima del 5. de Euclide) l'arco EF fara maggiore della 4 parte della circonferentia dil cerchio donde deriua che è il primo propofito. Et perche quanto piu se andara eleuando sopra a l'orizzonte la parte retta AE tanto piu menor angolo andara caufando la linea AE con la linea AC et consequentemente la linea EH con la linea FH et l'angolo EHK continuamente se andara agrandando et la proportion de quatro angoli retti a quello fminuendo di quadrupla et fimelmente la proportion della circonferentia del cerchio donde deriua l'arco EF al detto arco EF se andara fminuendo di quadrupla per il che il detto arco EF (per la detta seconda parte della decima del quinto di Euclide) andara continuamente crescendo in parte maggiore d'un quarto de circonferentia che è il secondo propofito. Et perche l'angolo EHK esteriore mai se puo egualiare (per la prima parte della trigefimaseconda del primo de Euclide aiutando con la 17 del medemo) a dui angoli retti, adonque la proportion de quatro angoli retti al detto angolo esteriore mai puo effer dupla seguita adonque che la proportion della circonferentia del cerchio d'onde deriva qualunque arco, ouer parte curua d'un moto uiolente, mai puo effer dupla al detto arco, ouer parte curua, et consequentemente il detto arco, ouer parte curua mai potra effer la mitade della circonferentia del cerchio donde deriua, che è il terzo propofito.

Propofitione. VI.

Se il tranfìto, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue fara obliquo sotto a l'orizzonte la parte curua di quello fara menor della quarta parte della circonferentia del cerchio d'onde deriua, et tanto piu fara minore quanto piu fara obliquo.

SECOND BOOK - 15r

EHK. Since angle FHE (because of the first part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) is equal to angle EAC and [this] angle EAC (due to the last common sentence [axiom] of the first [book] of Euclid) is smaller than a right angle, angle EHF (for common knowledge) is smaller than a right angle. Thus, the external angle EHK (because of the thirteenth [proposition] of the first [book] of Euclid) is greater than a right angle. Then (because of the second part of the eighth [proposition] of the fifth [book] of Euclid), four right angles have less than a quadruple ratio to the mentioned external angle and, likewise, the circumference of the circle from which the arc EF derives (because of the third proposition of this [book]) has less than a quadruple ratio to the mentioned arc. Therefore (because of the second part of the tenth [proposition] of the fifth [book] of Euclid), arc EF is bigger than the fourth part of the circumference of the circle from which it derives, which was to be shown firstly. Since the more the straight part AE is elevated above the horizon, the smaller the angle composed by line AE with line AC, consequently line EH together with line FH and the angle EHK continuously increase and the ratio of four right angles to that [angle] will also continuously decrease from the quadruple. Similarly, the ratio of the circumference of the circle from which arc EF derives to the same mentioned arc EF also decreases from the quadruple and, therefore, the mentioned arc EF (because of the mentioned second part of the tenth [proposition] of the fifth [book] of Euclid) becomes increasingly longer than one fourth of the circumference, which was to be shown secondly. Since the external angle EHK (because of the first part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid and with the help of the seventeenth of the same [book]) can never be equal to two right angles, the ratio of four right angles to the mentioned external angle can never be the double. Therefore, it follows that the ratio of the circumference of the circle from which any arc may derive, that is, whichever curved part of violent motion, can never be double the mentioned arc or curved part. Consequently, the mentioned arc or curved part, can never be half of the circumference of the circle from which [the curved part] derives, which was to be shown thirdly.

Sixth proposition.

If the transit, that is, the violent motion of an equally heavy body, is oblique below the horizon, its curved part is smaller than the fourth part of the circumference of the circle from which [that curved part] derives, and the smaller, the more oblique [the transit] is.

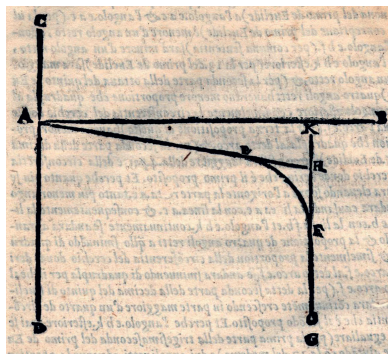
LIBRO SECONDO - 15r - cont.

Sia il femidiametro de l'orizzonte la linea AB et la perpendicolare de l'orizzonte la linea CAD, et il transito uiolente d'un corpo egualmente graue la linea AEF la parte curua, dil quale sia l'arco EF et la parte FG sia il transito fatto di moto naturale. Dico lo detto arco EF esser minore della quarta parte della circonferentia dil cerchio donde deriua. Perche produro il transito naturale

SECOND BOOK - 15r - cont.

Let line AB be the semidiameter of the horizon, line CAD the perpendicular of the horizon and line AEF the violent transit of an equally heavy body. Let arc EF be its curved part and part FG the transit accomplished by natural motion. I say that the mentioned arc EF is smaller than the fourth part of the circumference of the circle from which it derives. I prolong the natural transit

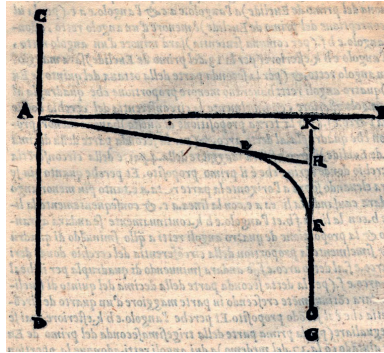
LIBRO SECONDO - 15v



FG et la parte retta AC tanto che concorrano insieme in ponto B et produro FH⁵⁸ fin in K costituendo l'angolo esteriore EHK et perche l'angolo FHE é eguale (per la I parte della 29 del I de Euclide) a l'angolo EAC et l'angolo EAC (per la ultima conceptione del primo de Euclide) è maggiore d'un angolo retto (cioe de l'angolo BAC sua parte) adonque l'angolo EHF sarà maggiore d'un angolo retto onde l'angolo EHK esteriore (per la decimaterza del primo de Euclide) sarà minore d'un angolo retto, et (per la seconda parte della ottaua del quinto di Euclide) quattro angoli retti haueranno a quello maggiore proportione che quadrupla, et similmente la circonferentia del cerchio donde deriua l'arco EF al detto arco EF hauerà maggior proportione che quadrupla (per la terza propofitione di questo) et (per la seconda parte della decima del quinto de Euclide) l'arco EF farà minore della quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriua che è il I propofito. Et perche quanto piu se andara arbaßando sotto a l'orizzonte tanto piu la linea EA maggior angolo andara caufando con la linea CA et consequentemente la linea FH con la linea EH et continuamente l'angolo EHK esteriore se andara sminuendo, et la proportione de 4 angoli retti a quello augumentando piu di quadrupla, et similmente la proportione della circonferentia del cerchio d'onde deriua l'arco EF al detto arco EF si andara augumentando piu di quadrupla, per il che il detto arco EF (per la detta seconda parte della decima del quinto de Euclide) andara continuamente

⁵⁸La stampa del 1558 riporta erroneamente "SH" al posto di "FH."

SECOND BOOK - 15v



FG and the straight part AE so that they meet at point B. I then prolong line FH⁵⁹ up to point K so that the external angle EHK is composed. Since angle FHE is equal (because of the first part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) to angle EAC and since angle EAC (because of the last common sentence [axiom] of the first [book] of Euclid) is greater than a right angle (that is, than the angle BAC which is a part of it), the angle EHF is greater than a right angle and therefore the external angle EHK (because of the thirteenth [proposition] of the first [book] of Euclid) is smaller than a right angle. (Because of the second part of the eighth [proposition] of the fifth [book] of Euclid) four right angles have a ratio greater than quadruple [the external angle EHK]. Similarly, the circumference from which the arc EF derives has a ratio greater than quadruple that same arc EF (because of the third proposition of this [book]). Then (because of the second part of the tenth [proposition] of the fifth [book] of Euclid), the arc EF is smaller than the fourth part of the circumference of the circle from which it derives, which was to be shown firstly. Then, the lower it is below the horizon, the bigger the angle composed by line EA with line CA and consequently, line FH with line EH. The external angle EHK continuously decreases and the ratio of the four right angles to that [external angle EHK] increases more than fourfold. Similarly, the ratio of the circumference of the circle from which the arc EF derives to the same arc EF increases more than fourfold. For these reasons, the mentioned arc EF (because of the mentioned second part of the tenth [proposition] of the fifth [book] of Euclid) becomes continuously

⁵⁹The 1558 print run mistakenly reads “SH.”

LIBRO SECONDO - 16r

fminuendo in parte minore d'un quarto della circonferentia del cerchio d'onde deriuara, che per il fecondo propofito.

Propofitione. VII.

TVtti li tranfiti, ouer moti uiolenti de corpi egualmente graui, fi grandi come piccoli egualmente eleuati fopra a l'orizzonte, ouer egualmente obliqui, ouer fiano per il pian de l'orizzonte fono fra lor fimili, et confequentemente proportionali, et fimilmente le diftantie loro.

Sia il femidiametro del pian de l'orizzonte la linea AB et la perpendicolare de l'orizzonte la linea CAD et li tranfiti di dui diuerfi corpi egualmente graui egualmente eleuati fopra a l'orizzonte, le due linee AEFG⁶⁰ et AHIK di quali le due parti AEF et AHI fian li tranfiti fatti di moto uiolente, et le due parti FG et IK fian li tranfiti fatti de moto naturale, et le due parti AE et AH fiano le lor parti rette, le qual parti rette (per effer quegli egualmente eleuati) formarono infieme una fol rettitudine, cioe una fol linea, la qual fara la linea AEH et dal ponto A fia dutta la linea AF et quella protratta et continuata direttamente de neceffita andara per il ponto I perche quando le parti rette de tranfiti, ouer moti uiolenti fi compongano infieme ancora le loro diftantie fe componeranno infieme (aliter fequiria inconueniente affai) hor. Dico che il tranfito AEF (fatto di moto uiolente) è fimile al tranfito AEHI (pur fatto di moto uiolente) et confequentemente proportionale, et fimilmente la diftantia AF alla diftantia AI. Perche produro li lor tranfiti naturali, et la lor comuna parte retta AEH fin a tanto che concorrano infieme in li dui ponti L, M et produro li detti tranfiti naturali fin in N, O (coftituendo li dui angoli efteriori ELN et LMO) et ducero le due corde EF et HI alle lor parte curue Et perche li dui tranfiti naturali GN et KO (per la prima fuppoftione di quefto) fono equidiftanti, adonque l'angolo ELN (per la feconda parte della 29 del I de Euclide[]) fara eguale a l[']angolo LMO onde (per la feconda parte della 7 del 5 de Euclide) quatro angoli retti haueran vna medema proportione à cadaun di loro, et fimilmente la circonferentia de cadauno di dui cerchij donde deriuano li dui archi EF et HI alli detti dui archi (cadauno al fuo relatiuo[]) (per la terza propofitione di quefto) haueranno una medema proportione per la qual cofa l'arco EF uien a effer fimile a l'arco HI et fimilmente la portion P alla portion Q

⁶⁰La stampa del 1558 riporta erroneamente "AEDG" al posto di "AEFG."

SECOND BOOK - 16r

smaller than the fourth part of the circumference of the circle from which it derives, which was to be shown secondly.

Seventh proposition.

All transits, that is, violent motions of equally heavy bodies, big and small, equally elevated above the horizon, or equally oblique, or moving along the plane of the horizon, are similar and consequently proportional to each other. Their distances are similar and proportional to each other.

Let line AB be the semidiameter of the plane of the horizon and line CAD the perpendicular to the horizon. Let lines AEF⁶¹ and AHK be the transits of two equally heavy bodies also equally elevated above the horizon. Let the two parts of AEF and AHI be the transits accomplished by violent motion and the parts FG and IK the transits also accomplished by natural motion. Let their parts AE and AH be straight. These straight parts (as they are equally elevated) together compose one straightness, that is, only one line and this line is AEH. Let line AF then be produced from point A and then let it be prolonged on the same line so that it inevitably meets point I because if the straight parts of the transits, that is, of the violent motions, are composed together [on the same line], then also their lengths are added together [on the same line] (otherwise a very relevant problem would follow). Now I say that transit AEF (accomplished by violent motion) is similar to transit AEHI (also accomplished by violent motion). Consequently, they have the same ratio to each other as distance AF has to distance AI. I prolong their natural transits and their common straight part AEH so that they meet at the two points L and M and then I prolong their natural transits to the points N and O (composing the two external angles ELN and LMO). Then I produce the two chords EF and HI to their curved parts. Since the two natural transits (because of the first supposition of this [book]) are equidistant, the angle ELN (because of the second part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid[]) is equal to angle LMO. Therefore (because of the second part of the seventh [proposition] of the fifth [book] of Euclid), four right angles have the same ratio to each of the [angles ELN and LMO]. Similarly, the circumference of each of the two circles from which the arcs EF and HI derive (correspondingly[]) have the same ratio to the mentioned two arcs (because of the third proposition of this [book]). For this reason, arc EF is similar to arc HI and, in the same way, portion P to portion Q.

⁶¹The 1558 print run mistakenly reads "AEDG."

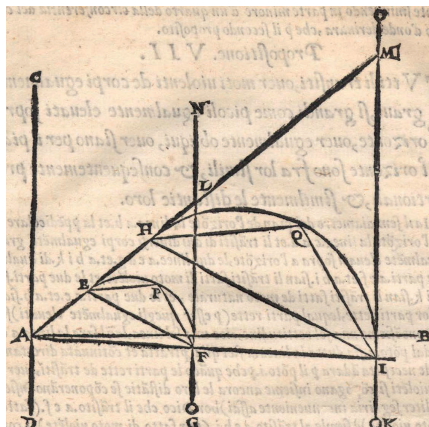
LIBRO SECONDO - 16r - cont.

onde costituendo fopra cadauno de detti archi un angolo quai fiano EPF et HQI li quai dui angoli (per il conuerfo delle due ultime diffinitione del terzo de Euclide) faranno fra loro eguali per la qual cofa l'angolo FEA (per la 31 del terzo de Euclide) fara eguale a l'angolo IHE onde (per la uigefimaottaua del I de Euclide) la corda EF fara equidiftante alla corda IH per la qual cofa l'angolo EFA fara eguale (per la feconda parte della uigefimanona del primo de Euclide) a l'angolo FIH adonque il triangolo AEF fara equiangolo al triangolo AHI et confequentemente fimile, onde tal proportionione é della

SECOND BOOK - 16r - cont.

Let there then be an angle composed above each of the mentioned arcs. These are EPF and HQI. These two angles (because of the converse of the two last definitions of the third [book] of Euclid) are equal to each other. For this reason, angle FEA (because of the thirty-first [proposition] of the third [book] of Euclid) is equal to angle IHE. Therefore (because of the twenty-eighth [proposition] of the first [book] of Euclid), chord EF is equidistant to chord IH. For this reason, angle EFA (because of the the second part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) is equal to angle FIH. Consequently, the triangle AEF has the same angles as the triangle AHI and thus they are similar to each other. Therefore,

SECOND BOOK - 16v



the straight part AE has the same ratio to the straight part AH as the chord EF to the chord HI and as the distance AF to the distance AI and as the arc EF to the arc HI, which was to be shown. By means of the same methods and paths, the similarity of the transits, that is, of the violent motions, is also demonstrated when they are positioned in the same place below the horizon or along the plane of the horizon. [This happens because] the two external angles are always equal to each other and the arcs, that is, the curved parts of those [transits], are always similar to each other because if equal parts are taken away from circumferences of circles, these parts are similar. If one argues, as it has been done above, it can be confirmed that the straight part of one [transit] has the same ratio of the straight part of the one to the straight part of the other as the distance of the one to the distance of the other and as the arc to the arc. Due to the inverted ratio, it is demonstrated that the ratio the straight part of one [transit] has toward the length of the same [transit] or toward the curved part of the same, is the same ratio the straight part of the other [transit] has toward the length or toward the curved part of the other, which was to be shown.

LIBRO SECONDO - 16v - cont.

Propofitione. VIII.

Se una medema poffanza mouente eiettara, ouer tirara corpi egualmente graui fimili, et eguali in diuerfi modi

SECOND BOOK - 16v - cont.

Eighth proposition.

If the same moving power ejects or throws equally heavy bodies, which are similar and equal to each other, violently through the air but in different manners,⁶²

⁶²“Different manners” means here at different elevations.

LIBRO SECONDO - 17r

uiolentamente per aere, Quello che fara il suo tranſito eleuato a 45 gradi ſopra a l'orizzonte fara ancora il ſuo effetto piu lontan dal ſuo principio ſopra il pian de l'orizzonte che in qualunque altro modo eleuato.

PER dimoſtrare queſta propoſitione ufaremo una argumentation naturale la qual è queſta, quella coſa che tranſiſſe dal minore al maggiore, et per tutti li mezzi, neceſſariamente tranſiſſe ancora per lo eguale, ouer queſt'altra. Doue accade trouar il maggiore, et ancora il minore di qualunque coſa, accade ancora retrouar lo eguale. Vero è che queſte tale argumentationi non ualeno, ne ſono accettate, ne conceſſe dal geometra, come euidentemente dimoſtra il comentatore ſopra la decimaquinta propoſitione del 3 de Euclide, et ſimilmente ſopra la trigefima del medemo, nientedimeno tai concluſioni ſe uerifican in le coſe che ſono realmente uniuoce, ma in quelle che partecipano de equiuocatione, alle uolte ſono mendace, eſempi gratia che diceſſe el ſi troua vna portione di cerchio che ne da l'angolo conſtituido ſopra l'arco, menor del angolo retto e, queſta è la portione maggiore dil ſemicerchio (per la detta trigefima del terzo di Euclide) ſimilmente el ſene troua un'altra che ne da il detto angolo maggior dil retto (et queſta è la portione minore dil ſemicerchio) [(]per la detta trigefima del 3 di Euclide) adonque el ſaria poſſibile per le dette argumentationi a trouarne una che ne dara il detto angolo eguale a l'angolo retto, hor dico che in queſto caſo la detta propoſitione, ouer argumentatione non fara mendace, cioè che glie poſſibile a trouar vna portione di cerchio, che ne dara realmente l'angolo conſtituido ſopra l'arco eguale a l'angolo retto, et queſto aduien perche nelli detti angoli non è alcuna equiuocatione.

SECOND BOOK - 17r

the one [equally heavy body] that accomplishes its transit at an elevation of 45 degrees above the horizon produces its effect farther away from its beginning and above the plane of the horizon than [if it were] elevated in any other way.

To demonstrate this proposition, we use a natural argument, which is the following: that thing that transits from the smallest to the greatest and through all that is in-between necessarily transits through the equal.⁶³ Or the following: if it happens to find the greatest and the smallest of any thing, it also happens to find the equal. It is true that this kind of argument is neither valid or accepted, nor conceded by the geometer, as is clearly demonstrated by the commentator⁶⁴ on the fifteenth proposition of the third [book] of Euclid and, similarly, on the thirtieth [proposition] of the same [book]. Nevertheless, such conclusions are verified in [reference to] the things that are univocal in reality, but when they are ambiguous, such [arguments] are sometimes mendacious. For example, if I say that there is a portion of a circle⁶⁵ whose angle composed on the arc is smaller than a right angle and that this portion is greater than the semicircle (because of the mentioned thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid), similarly another portion is found whose angle is greater than a right angle [(and this portion is smaller than the semicircle) [(because of the mentioned thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid). Then it is possible, based on the same [kind of] argument, to find a [portion] whose mentioned angle is equal to a right angle. In this case I say that the mentioned proposition, that is, argument, is not mendacious, which means that it is possible to find a real portion of circle whose angle composed on the arc is equal to a right angle. This happens because no ambiguity exists concerning the mentioned angles.

⁶³“Equal” means here at the middle point.

⁶⁴The commentator Tartaglia refers to is Johannes Campanus.

⁶⁵“Portion of a circle” means here sector of a circle.

LIBRO SECONDO - 17r - cont.

Ma che dicessè el si troua una portione di cerchio, che ne da l'angolo de detta portione minore de l'angolo retto (et questa è la portione minore del semicerchio) [(]per la detta trigesima del 3 di Euclide) Similmente el sene troua un'altra che ne da il detto angolo maggiore dil angolo retto (e questa è la portione maggiore del semicerchio[)] (per la detta trigesima del terzo) Adonque (per le dette argumentationi[)] el faria possibile a trouarne una che ne dessè il detto angolo eguale a l'angolo retto, hor dico che in questo caso la detta propositione, ouer argumentatione faria mendace perche l'angolo della portione dil cerchio non è realmente uniuoco con l'angolo retto perche l'angolo retto è contenuto da due linee rette, et l'angolo della portione è contenuto da una linea retta, et da una curua, cioè dalla corda et da l'arco di quella. Nondimeno dico che quella propositione, ouer argumentatione che è uera se uerifica sempre al senso, et a l'intelletto in quella qualita media fra quelle due diuersita, ouer qualita contrarie, cioe fra la portione minore, et la portione maggiore, del semicerchio, la qual qualita media è propriamente esso semicerchio (come per la detta trigesima del 3 de Euclide si proua) ma quella che mendace. Sempre se uerifica ancora lei in quanto al senso pur in lo detto termine, ouer qualita media, cioè nel semicerchio, perche tal sua mendacita non è sensibile, ne alcun senso da se è atto

SECOND BOOK - 17r - cont.

But, I say that if there is a portion of a circle whose angle is smaller than a right angle⁶⁶ (because this portion is smaller than the semicircle) [(]because of the mentioned thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid) and, similarly, if there is another [portion] whose angle is greater than a right angle (and this portion is greater than the semicircle[)] (because of the mentioned thirtieth [proposition] of the third [book]), then (because of the mentioned arguments[)] it is possible to find a [portion] whose angle is equal to a right angle. I say that in this case, the mentioned proposition, that is, argument, is mendacious because the angle of the portion of the circle is not unambiguous in reference to a right angle. For the right angle is composed of two straight lines, whereas the angle of the portion is composed of a straight line and a curved one, that is, by the chord and its arc. Nevertheless, I say that the proposition or argument, which is true, is always verified by the senses and by the intellect as the middle quality among those two diversities or contrary qualities. This means that, among the smaller and greater portion than the semicircle, the middle quality is exactly this semicircle (as is proved by the mentioned thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid). That [argument], which is mendacious, is also always verified by the senses in the same way as the middle quality, that is, as the semicircle. This is because its mendacity is not recognizable by the senses and none of the senses are appropriate to

⁶⁶To understand Tartaglia's argument, a distinction has to be made between his two different statements. In the first case, he specifies that it is the angle "composed on the arc," meaning the angle composed by the chord and the line that joins the point where the chord ends above the circumference and the point where the arc ends. According to the second statement, Tartaglia means the angle composed by the chord, where it ends, and the part of circumference, that is, the curved line. The meaning of the second statement becomes clear only at the end of the argument.

LIBRO SECONDO - 17v

a conofcerla in materia, ma folamente allo intelletto è nota, et ch'el fia il uero el fe fa che l'angolo contenuto dalla corda, et da l'arco del femicerchio é tanto uicino a l'angolo retto che'l non è poſibile à coſtituir uno angolo acuto de linee rette che fia piu uicino a l'angolo retto di lui, ne ancora tanto uicino quanto lui (come ſi proua ſopra la 15 del 3 de Euclide) ſeguita adonque che tai propoſitioni, ouer argumentationi ſempre ſe uerificano. In quanto al ſenſo in quel termine, ouer qualita media che giace fra due qualita contrarie in proprieta, ouer in effetti, cioè che egualmente partecipa di cadauna di quelle. Et per non ſtar in vn ſolo eſempio pigliamo queſt'altro. Il ſole girando continuamente per il zodiaco ne da alcune volte li giorni maggiori della notte, et alcune altre nelli da minori. Onde per le dette propoſitioni, ouer argumentationi ſeguiria che in alcun tempo, ouer luoco, ne doueſſe dar un giorno eguale alla notte, la qual coſa eſſendo vera ſe uerificara al ſenſo, et all'intelletto in quello tempo, ouer in quel loco medio fra li dui tempi, ouer luochi maſſimamente contrarij in tai effetti (li quai dui luochi maſſimamente contrarij l'uno ſi è il primo grada de cancer, è l'altro ſi è il primo grado di capricorno, perche quando il ſole intra nel detto primo grado de cancer ne da il giorno piu longhiſſimo di la notte che in niun altro luoco, ouer tempo, et quando intra in el primo grado di capricorno ne da il giorno piu cortiſſimo di la notte, che in niun altro luoco. Ma il ponto medio fra queſti dui eſtremi in effetto contrarij l'uno faria il primo grado di ariete e l'altro il primo grado de libra.) Ma ſe la detta argumentatione in queſto caſo fara mendace. Dico che ſimilmente la ſe verifìcarà ancora lei (in quanto al ſenſo) in li preditti luochi medij come continuamente uedemo che quando il ſole intra in vn di dui praeditti luochi il giorno ſe eguaglia alla notte, et ſe pur non ſe egualia perfettamente (come approua) et bene (il Reuerendiſſimo Cardinal Signor Pietro de Aliaco in la feſta queſtione ſopra Zuan di Sacrobuſto) tal differentia è inſenſibile. Hor tornando adonque al noſtro propoſito. Perche euidentemente ſapemo che ſe vn corpo egualmente graue fara eietto, ouer tirato uiolentemente per il pian de l'orizzonte quel andara a terminare il ſuo moto uiolente piu ſotto a l'orizzonte che in qualunque modo eleuato, ma ſe lo andaremo elleuando pian piano ſopra a l'orizzonte per vn tempo andara terminando il detto ſuo moto uiolente pur ſotto a l'orizzonte, ma continuando tal eleuatione euidentemente ſapemo che a tempo terminara di ſopra al detto orizzonte, et poi quanto piu ſe andara eleuando tanto piu andara a terminare piu in alto (ideſt piu lontano del detto orizzonte) e

SECOND BOOK - 17v

recognize it in the materiality [of the things]. This can only be known by means of the intellect because it recognizes that the angle composed by the chord and by the arc of the semicircle is so similar to a right angle that it is not possible to compose an acute angle with two straight lines more similar to a right angle than the first one and neither as similar as the first one (as is proved using the fifteenth [proposition] of third [book] of Euclid). Therefore, it follows that such propositions or arguments are always verified by the senses in the same way, that is, [they are verified] as the middle quality among two contrary qualities and this [middle quality] has the same characteristics or effects of them, that is, it shares those [characteristics] equally with each of those [contrary qualities]. In order to have not only one example, we will furnish a second one. Revolving continuously along the Zodiac, the Sun sometimes makes days longer than nights and sometimes days shorter than nights. Therefore, based on the mentioned propositions or arguments, it follows that at a certain time or place, [the Sun] should be able to make a day that is equal to the night. If this is true, it can be verified by the senses and the intellect at that certain time or in that certain place which is in the middle of the two times or places that are maximally contrary to each other in reference to these effects (these two places, maximally contrary to each other, are the first degree of Cancer and the first degree of Capricorn. Because when the Sun enters the mentioned first degree of Cancer, it makes the longest day in comparison to the night than in any other place or time. When it enters the first degree of Capricorn, it creates the shortest day in comparison to the night than in any other place. The point that lies in between these two extremes and contrary effects is both the first degree of Aries and, the other the first degree of Libra). But, if the mentioned argument is mendacious, I say that it is nevertheless verified (concerning the senses) at the above-mentioned middle places as we constantly see that when the Sun enters one of the above-mentioned places, the day is equal to the night and, also if they are not perfectly equal to each other (as is proved by the Most Reverend Cardinal Lord Petrus Alliatus in the sixth question on Giovanni Sacrobosco), such a difference is not recognized by the senses. Now we will go back to what we want to show. We clearly know that if an equally heavy body is ejected or thrown violently along the plane of the horizon, it ends its violent motion at the lowest point below the horizon than [if it is] elevated in any other way. But, if we slowly elevate it above the horizon, for a while it will end its mentioned violent motion also below the horizon. But, if we keep increasing such elevation, we clearly know that at a certain point it will end above the mentioned horizon and the more it is elevated, the higher [above the plane of the horizon] it will end (that is, the farthest from the mentioned horizon).

LIBRO SECONDO - 17v - cont.

finalmente giungendo alla perpendicolare sopra al orizzonte (cioè che tal suo moto, ouer transito sia retto sopra a l'orizzonte) quel terminara piu in alto ouer piu lontano di sopra del detto piano del orizzonte che in qualunque modo elleuato. Onde seguiria per le antedette propositioni, ouer argumentationi, che gli sia una elleuatione cosi conditionata che'l debbia far terminare precisamente in el proprio piano del orizzonte, la qual argumentatione essendo vera se verificara realmente al senso ancora al intelletto in quella eleuatione che è media fra quelle due massimamente contrarie in terminatione (cioè fra quella che è per il piano del orizzonte e quella che è retta sopra al orizzonte, perche l'una fa andare a terminare il detto

SECOND BOOK - 17v - cont.

Finally, once it arrives at the perpendicular above the horizon (so that its motion or transit is straight and at a right angle above the horizon), it ends at the highest and farthest [point] above the mentioned plane of the horizon than [if it is] elevated in any other way. From this and according to the above-mentioned propositions and arguments, it follows that there is an elevation characterized so that it ends precisely above the plane of the horizon.⁶⁷ If this argument is true, it is verified in reality by the senses and also by the intellect at that elevation at the middle [point] of those two maximally contrary to each other concerning their ends (that is, the one that is along the plane of the horizon and the one directly above the horizon, because the first lets the mentioned

⁶⁷For a better understanding of Tartaglia's argument, it should be considered that the violent motion is the composition of the straight and curved parts.

LIBRO SECONDO - 18r

corpo di moto uiolente piu di sotto, et l'altra piu disopra al orizzonte, che in qualunque modo elleuato) et questa eleuation media è quando il detto transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue è elleuato alli 45 gradi sopra al orizzonte (cioe quando la parte retta di quello diuide l'angolo retto caufato dalla perpendicolare sopra al orizzonte con el semidiametro del orizzonte in due parti eguale) Ma se la detta argumentatione fusse mendace (per l'aduersario geometrico) Se verificara pur ancora lei (in quanto al fenfo) in la detta eleuation media, cioè alli 45 gradi sopra a l'orizzonte, se'l corpo adonque eietto, ouer tirato talmente che faccia il transito suo elleuato 45 gradi sopra al orizzonte, terminara il suo moto uiolente in el proprio pian del orizzonte, et lo effetto che fara in el detto piano fara il piu lontano dal suo principio (per la quarta suppositione) che far possà sopra al pian del orizzonte, in altro modo elleuato, eietto, ouer tirato dalla medema possanza che è il propofito.

Correlario.

Da questa propositione, et dalla ultima del primo, se manifesta qualmente un corpo egualmente graue nel moto uiolente elleuato alli 45 gradi sopra al orizzonte fara menor effetto nel pian de l'orizzonte che in qualunque altro modo elleuato.

Propositione. IX.

Se una medema possanza mouente eiettara, ouer tirara dui corpi egualmente graui simili, et eguali l'uno elleuato alli 45 gradi sopra al orizzonte, e l'altro per il pian del orizzonte. La parte retta dil transito di quello che fara elleuato alli 45 gradi sopra al orizzonte, fara circa a quadrupla della parte retta di l'altro.

SECOND BOOK - 18r

body [that travels] with violent motion end at the lowest [point] and the other at the highest [point] in comparison to the horizon than [if it is] elevated in any other way). This middle elevation occurs when the mentioned transit or violent motion of an equally heavy body is elevated at 45 degrees above the horizon (that is, when its straight part divides the right angle, composed by the perpendicular above the horizon and the semidiameter of the horizon, into two equal parts). If the mentioned argument is mendacious (for the opposing geometer), it is still verified (in reference to the senses) at that mentioned middle elevation, that is, at 45 degrees above the horizon. Therefore, if the body is ejected or thrown so that it accomplishes its transit at an elevation of 45 degrees above the horizon, it ends its violent motion above its own plane of the horizon and the effect that it produces above the mentioned plane is the farthest away from its beginning (because of the fourth supposition) that it can produce above the plane of the horizon and than in any other way elevated, ejected or thrown by the same moving power, which was to be shown.

Corollary.

From this proposition and from the last of the first [book], it is manifest that an equally heavy body with a violent motion at an elevation of 45 degrees above the horizon produces a smaller effect above the plane of the horizon than [if it were] elevated in any other way.

Ninth proposition.

If the same moving power ejects or throws two equally heavy bodies similar and equal to each other, the first elevated at 45 degrees above the horizon and the other along the plane of the horizon, the straight part of the transit of the one elevated at 45 degrees above the horizon is about quadruple the straight part of the other.

LIBRO SECONDO - 18r - cont.

Per dimostrare questa propositione, pigliaremo per supposito quello che in el principio dicebimo hauer trouato, cioè che la distantia dil transito, ouer moto uiolente elleuato alli 45 gradi sopra a l'orizzonte esser circa a decupla al transito retto, fatto per il pian del orizzonte, che dal vulgo è detto tirar de ponto in bianco, la qual proportione se uedera così effere nel quarto libro doue se dara in numeri l'ordine, et la proportione di crescer e calar di tiri de ogni forte machine. Sia adonque il semidiametro del orizzonte la linea AB ella perpendicolar del detto orizzonte la linea CAD et il transito d'un corpo egualmente graue fatto per il pian del orizzonte la linea AEFG la parte retta dil quale sia la linea AE et la curua la linea EF et il transito di moto natural la linea FG. Et il transito d'un altro corpo simile et equal al primo, e dalla medema poßanza tirato

SECOND BOOK - 18r - cont.

To demonstrate this proposition, we assume what we said to have found at the beginning, that is, that the distance⁶⁸ of the transit or violent motion elevated at 45 degrees above the horizon is ten times the straight transit accomplished along the horizon, which is called shooting point blank in common parlance. This ratio is later shown to be true in the fourth book where the order and the ratios of the increasing and decreasing shots of each sort of machine are shown by means of numbers. Thus, let line AB be the semidiameter of the horizon and line CAD the perpendicular of the mentioned horizon. Let line AEFG be the transit of an equally heavy body accomplished along the plane of the horizon, whose straight part is the line AE and curved [part] the line EF and the transit of natural motion the line FG. Then, let there be the transit of the other body, similar and equal to the first, thrown by the same power.

⁶⁸“Distance” should be understood as range.

LIBRO SECONDO - 18v

elleuato alli 45 gradi sopra a l'orizzonte, la linea AHIK la parte retta dil quale sia la linea AH et la curua la linea HI transito di moto naturale la linea IK et la distantia la linea AEI la qual distantia uien a esser per il semidiametro del orizzonte. Dico che la parte retta AH è circa a quadrupla della parte retta AE. Perche produro il transito naturale IK et la parte retta AH tanto che concorrano insieme in ponto L et perche il semidiametro AB sega orthogonalmente il transito naturale IK in ponto I (per la decimaottaua del 3 de Euclide) quel andasse per il centro dil cerchio donde deriua la parte curua HI. Compiro adonque (per la 24 del 3 di Euclide) il detto cerchio donde deriua la detta parte curua HI qual sia HIMN et dal ponto A (per la 16 del 3 di Euclide) ducero una linea contingente al detto cerchio, quala pongo sia AM et quella produro in diretto fin a tanto che la concorra con il transito natural IK in ponto O et fara constituido il triangolo ALO hor dalli dui ponti H et M al centro del cerchio (qual pongo sia P) duco le due linee HP et MP (le qual faranno eguale fra loro)] (per la diffinitione dil cerchio posta da Euclide nel I) Similmente la linea AH (per la 35 del terzo de Euclide) fara eguale alla linea AM et l'angolo PHA fara eguale a l'angolo PMA perche l'uno e l'altro e retto (per la 17 del 3 di Euclide) e la bafa AP è comuna a l'uno e l'altro di dui triangoli AHP et AMP onde (per la 8 del I de Euclide) li detti dui triangoli faranno equiangoli, et perche l'angolo HAP e mezzo angolo retto (per esser la mita de l'angolo CAP dal profuppofito) adunque l'angolo APH (per la 2 parte della 32 del I de Euclide) fara ancora lui mezzo angolo retto. Seguita adonque, che l'angolo MAP de l'altro triangolo sia ancora lui la mita d'un angolo retto, per il che tutto l'angolo HMA del triangolo ALO fara retto, et perche langolo ALO è mezzo angolo retto (per esser eguale a l'angolo alterno LAC)] (per la 29 del I de Euclide) Seguita (per la 2 parte della trigefimaseconda del I de Euclide) che l'altro angolo LOA sia ancora lui mezzo angolo retto, onde (per la 6 del I de Euclide) lo lato AL fara eguale al lato AO per il che tutto il detto triangolo ALO uien a esser mezzo un quadrato et la distantia AI uien a esser la perpendicular del detto triangolo ALO ancora uien a esser egual alla mita della bafa LO cioe al LI

SECOND BOOK - 18v

elevated at 45 degrees above the horizon, AHIK, whose straight part is line AH, the curved [part] line HI and the transit of natural motion line IK. Let line AEI be the distance along the semidiameter of the horizon. I say that the straight part AH is about four times as long as the straight part AE. I prolong the natural transit IK and the straight part AH so that they meet at point L. Since the semidiameter AB orthogonally cuts the natural transit IK at point I (because of the eighteenth [proposition] of the third [book] of Euclid), it crosses the center of the circle, from which the curved part HI derives. I therefore draw (because of the twenty-fourth [proposition] of the third [book] of Euclid) the mentioned circle from which the curved part HI derives and this is HIMN. From point A (because of the sixteenth [proposition] of the third [book] of Euclid), I produce a line tangent to the mentioned circle, and this is AM. I then prolong this line so that it meets the natural transit IK at point O. As a result, the triangle ALO is produced. Now, from points H and M to the center of the circle (which I call P) I produce the two lines HP and MP (which are equal to each other[]) (because of the definition of the circle given by Euclid in the first [book]). Likewise, line AH (because of the thirty-fifth [proposition] of the third [book] of Euclid) is equal to line AM and angle PHA is equal to angle PMA, because both are right [angles] (because of the seventeenth [proposition] of the third [book] of Euclid). Since line AP is the common base to both triangles AHP and AMP, therefore (because of the eighth [proposition] of the first [book] of Euclid), the mentioned two triangles have the same angles. Because angle HAP is half of a right angle (because it is half of the angle CAP defined in the supposition), angle APH (because of the second part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid) is therefore also half of a right angle. From this it follows that angle MAP of the other triangle is also half of a right angle and therefore the entire angle HAM of the triangle ALO is right. Since angle ALO is half of a right angle (because it is equal to the opposite angle LAC[]) and (because of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid), it follows (because of the second part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid) that the other angle LOA is also half of a right angle. Therefore (because of the sixth [proposition] of the first [book] of Euclid), side AL is equal to side AO and thus the entire mentioned triangle ALO is half of a square and so the distance AI corresponds to the perpendicular of the mentioned triangle ALO and therefore it is also equal to half of the base LO, that is, to LI.

LIBRO SECONDO - 18v - cont.

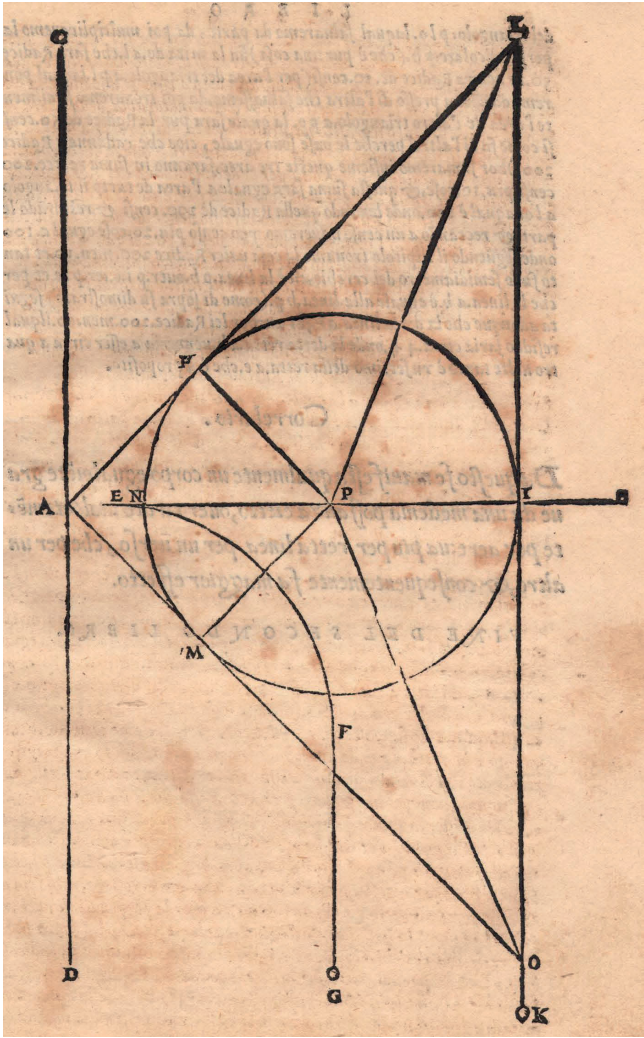
et perche la detta distantia AI è supposta effer decupla alla retta AE cioe diefe uolte tanto quanto è la retta AE onde l'area del triangolo ALO (per la quadragesimaprima del I de Euclide) ueneria a effer 100 cioè 100 quadrati della retta AE (la quale fumemo in questo loco per misura di quello che se ha a dire) et lo lato AL ueria a effer la radice quadrata de 200 (per la penultima del I de Euclide) et similmente l'altro lato AO. hor uolendo faper per numero la quantita della retta AH primamente del centro P duceremo le due linee PL et PO procederemo per algebra, ponendo che il femidiametro del cerchio sia una cofa, et perche il detto femidiametro uien a effer la perpendicolar del triangolo PLO (fopra la bafa LO) et similmente del triangolo APL (fopra la bafa AL) et similmente del triangolo APO (fopra la bafa AO) le quai perpendicolare fono PI, PH et PM hor trouaremo l'area de cadauno di detti tre triangoli (per la sua regola) multiplicando la perpendicolare contra la mita della bafa, ouer la mita della perpendicolar contra a tutta la bafa, onde multiplicando PI (che è pofto effer una cofa) fia la mita di LO che è 10 fara 10 cofe per l'area

SECOND BOOK - 18v - cont.

Since the mentioned distance AI is assumed to be tenfold the straight line AE, that is, ten times the length of the straight line AE, the area of the triangle ALO (because of the forty-first [proposition] of the first [book] of Euclid) therefore becomes 100, that is, 100 squares of the straight line AE (which we assume here to be the fundamental measurement of what has to be demonstrated) and side AL corresponds to the square root of 200 (because of the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid) and similarly the other side AO. Now, if we want to know the measurement of the straight line AH by means of numbers, we first of all produce two lines PL and PO from the center P and then proceed algebraically. We assume that the semidiameter of the circle is one *cosa*.⁶⁹ Since the mentioned semidiameter corresponds to the perpendicular of triangle PLO (to the base LO) and, likewise, of triangle APL (to the base AL) and, likewise, of triangle APO (to the base AO), and these perpendiculars are PI, PH and PM, we find the area of each of the mentioned three triangles (according to the appropriate rule) by multiplying the perpendicular with half of the base, or [by multiplying] half of the perpendicular with the entire base. Therefore, by multiplying PI (which is assumed to be one *cosa*) with half of LO, which is 10, it makes 10 *cose* for the area

⁶⁹During the Renaissance and in the framework of algebra, Italian mathematicians used the term “cosa,” which means “thing,” to express what nowadays would be defined as the “unknown” or simply “x.” Given this peculiarity, the term will not be translated but left as it is and set in italics.

SECOND BOOK - 19r



LIBRO SECONDO - 19v

del triangolo PLO la qual saluaremo da parte, da poi multiplicaremo la perpendicolare PH (che è pur una cosa) fia la mita de AL che fara Radice 50 ne uenira Radice de 50 cenfi (per l'area del triangolo APL[D]) la qual poneremo da canto a presso di l'altra che saluassẽmo, da poi trouaremo similmente l'area de l'altro triangolo APO la quale fara pur la Radice de 50 cenfi fi come fu di l'altro (perche le bafe sono eguale, cioe che cadauna e Radice 200) hor sumaremo infieme queste tre aree, faranno in suma radice 200 cenfi piu 10 cose, et questa suma fara eguale a l'area de tutto il triangolo ALO la qual è 100 onde leuando quella Radice de 200⁷⁰ cenfi et restorando le parti et reccando a un cenfo haueremo vno cenfo piu 20 cose egual a 100 onde seguendo il capitolo trouamo la cosa ualer Radice 200 men 10 et tanto fu lo semidiametro del cerchio, cioe la linea PH ouer PI ouer PM et perche la linea AH è eguale alla linea HP (come di sopra fu dimostrato) seguita adonque che la detta linea AH fia anchor lei Radice 200 men 10 il qual residuo faria circa $4\frac{1}{7}$ onde la detta retta AH uenneria a esser circa a quatro uolte tanto è vn settimo della retta AE che è il propofito.

Correlario.

Da questo se manifesta qualmente un corpo egualmente graue da una medema possanza eietto, ouer tirato uiolentemente per aere: ua piu per retta linea per un uerfo, che per un altro, et consequentemente fa maggior effetto.

FINE DEL SECONDO LIBRO.

⁷⁰La stampa del 1558 riporta erroneamente "290" al posto di "200."

SECOND BOOK - 19v

of triangle PLO, and we set this result aside. Then, we multiply the perpendicular PH (which is also [equal] to one *cosa*) with half of AL, which is the square root of 50. It makes the square root of 50 *censi*⁷¹ (for the area of triangle APL[]), which we set aside together with the other that we have already set aside. Then similarly, we find the area of the other triangle APO, which is also the square root of 50 *censi*, like the result of the other (because the bases are equal to each other, that is, both are square roots of 200). Now we sum up these three areas and these results into the square root of 200 *censi* plus 10 *cose*. This sum is equal to the area of the entire triangle ALO, which is 100. Therefore, by raising the square root of 200 *censi*,⁷² by rounding the parts⁷³ and reducing them to one *censo*, we have one *censo* plus 20 *cose* equal to 100. By following the procedure, we therefore find that one *cosa* is the square root of 200 minus 10 and this is the semidiameter of the circle, that is, line PH, PI or PM. Since line AH is equal to line HP (as demonstrated above), it follows that the mentioned line AH is also the square root of 200 minus 10 and the result of this is about $4\frac{1}{7}$. Therefore, the mentioned line AH is about four times and one seventh the straight line AE, which was to be demonstrated.

Corollary.

From this, it is manifested that an equally heavy body ejected or thrown violently through the air by the same power moves farther along a straight line in one direction than in another and, therefore, it produces a greater effect.

END OF THE SECOND BOOK.

⁷¹A “censo” is the product of a *cosa* by itself, or the square.

⁷²The 1558 print run mistakenly reads 290.

⁷³The decimals are eliminated by rounding up or down.

LIBRO TERZO - 20r

Third BookCOMINCIA IL TERZO LIBRO DELLA NOVA SCIENTIA DI NICOLO
TARTAGLIA BRISCIANO.

Diffinitione. Prima.

ORizonte (in questo luoco) è detto quel piano circolare che diuide (non folamente) lo hemisperio inferiore dal superiore, ma anchor a locchio risguardante alcuna cosa apparente in due parti eguali, et è concentrico con quello.

Diffinitione. II.

Perfetto piano se chiama qualunque spacio terreo, che procede, ouer che se istende egualmente distante al pian de l'orizonte, di sotto a esso orizonte.

Diffinitione. III.

L'altezza delle cose apparente é la perpendicolare dutta dalla uertice di cadauna di quelle, alla bafa, ouer piano terreo doue esse se ripollano.

Diffinitione. IIII.

Distantia ipothumissale, ouer diametrale, è quella, che è per retta linea dal occhio risguardante, alla uertice di qualunque altezza apparente[.]

Diffinitione. V.

Distantia orizzontale è quella che è per retta linea dal occhio risguardante, a alcuna cosa apparente che sia in el pian del orizonte.

THIRD BOOK - 20r

THE THIRD BOOK OF THE NOVA SCIENTIA OF NICOLÒ TARTAGLIA
STARTS.

First definition.

The horizon (in this place) is said to be the circular plane which (not only) divides the hemispheres into the lower and upper ones, but also the eye while targeting a certain perceptible object. This eye is divided into two equal parts and is also concentric to the horizon.

Second definition.

A perfect plane is said to be whichever terrestrial space that expands or extends equally far from the plane of the horizon and also below the same horizon.

Third definition.

The height of perceptible objects is the perpendicular line drawn from the highest point of each object to its base or to the terrestrial plane on which the object stands.

Fourth definition.

The diametral distance, or hypotenuse, is that which connects, by means of a straight line, the observing eye with the vertex of whichever perceptible height.

Fifth definition.

The horizontal distance is that which connects, by means of a straight line, the eye to whichever perceptible object that is above the plane of the horizon.

LIBRO TERZO - 20v

Propositione. Prima.

Mi uoglio certificare in materia se una data regola (ouer Rega) materiale per designar linee rette è giusta.

Sia la data Regola, ouer Rega A della quale mi uoglio certificare s'ella è giusta per tirare et designare artificialmente linee rette in ogni piana superficie, segno li dui ponti B et C picolini quanto sia possibile lontani luno da laltro circa a tanto quanto è longa la data Regola, ouer Rega A come nel primo esempio appare, da poi acontio, ouer giusto la data Regola alli detti dui ponti stante il corpo della detta regola verso mi, come nel secondo esempio si uede, dapoi dal ponto A al ponto B tiro leggermente una linea suttilissima secondo l'ordine della data regola, fatto questo uolto la data regola da l'altra banda della tirata linea, giustandola diligentemente alli detti dui ponti, come nel terzo esempio appare, et tiro leggermente un'altra linea dal detto ponto A al ponto B suttilissima



fatto questo leuo la detta regola, ouer rega et guardo diligentemente se la linea tirata a questa seconda uolta congruisse perfettamente sopra a quella, che fu tirata alla prima, cioe che la sia in quella istessa, la qual cosa essendo cosi diro, che la detta regola, ouer rega è giustissima, ma quando che la linea tirata la seconda uolta non congruesse perfettamente sopra a quella, che fu tirata prima, et che fra l'una è l'altra serasseno qualche spacio, come in lo quarto esempio appare, a l'hor diro che tal regola in modo alcuno non è giusta, ne le linee signate, ouer tirate secondo l'ordine di quella non sono rette, perche due linee rette non pono fra l'una et l'altra serare alcuna superficie (per la ultima petitione del primo di Euclide) che è il proposito.

THIRD BOOK - 20v

First proposition.

I would like to deepen the subject matter of whether a given material ruler for drawing straight lines is built properly.

Let there be a ruler A with which I would like to verify whether it is appropriate to artificially draw lines that are straight on every plane surface. I draw two points B and C as small as possible and distant from each other almost as much as the length of the given ruler A, as is shown in the first example. Then I position the ruler as close as possible to the points keeping the ruler on my side, as is shown in the second example. Afterward, I draw a very thin faint line from point A to point B following the side of the ruler. Once this is done, I turn the ruler on the other side of the drawn line and I diligently position it as close as possible to the two points, as appears in the third example. Then I draw another very thin faint line from the mentioned point A to point B.



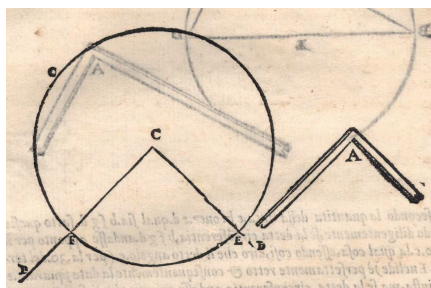
Once this is done, I take away the mentioned ruler and I diligently observe whether the second line is exactly on the first one or, in other terms, whether it stays within that one. If this is the case, I will say that the mentioned ruler is very accurate. But, if the second line is not exactly on the first and if there is some space between the first and the second line, as appears in the fourth example, I will say that this ruler is not accurate and that the lines drawn according to its sides are not straight, because two straight lines cannot have any space between each other (based on the last postulate of the first [book] of Euclid). This was our purpose.

LIBRO TERZO - 21r

Propositione. II.

Mi uoglio certificare in materia se una propofa fquara materiale e giufta.

Sia la detta fquara A. Dico che mi uoglio certificare s'ella è giufta, et fe li angoli defignati fecondo l'ordine di quella fono perfettamente retti, faccio in quefto modo, defegno l'angolo BCD fecondo l'ordine della detta fquara,



poi piglio un compaſſo, et faccio centro il ponto C et ſopra quello deſcriuo il cerchio EFG maggior che ſia poſſibile pur che non tranſca fuori delle due linee CB et CD ma che ſeghi cadauna di quelle in li dui ponti EF fatto queſto, piglio il mio compaſſo, et con diligentia guardo ſe l'arco FE è precipamente il quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, la qual coſa eſſendo coſi, diro che il detto angolo C è perfettamente retto (per la 2 propoſitione del 2) e conſequentemente la fquara A eſſer giuſta (per la ottaua comuna ſententia del primo di Euclide) ma ſe il detto arco FE ſara piu, ouer meno della quarta parte della circonferentia del detto cerchio, diro che il detto angolo C in conto alcuno non è retto è conſequentemente la detta fquara A non eſſer giuſta.

Propoſitione. III.

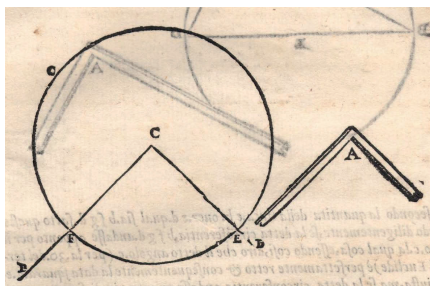
Per un altro modo (per eſſer piu ſicuro) mi uoglio certificare in materia ſe la data fquara e giufta.

THIRD BOOK - 21r

Second proposition.

I would like to deepen the subject matter of whether a material set square is correct.

Let there be the mentioned set square A. I say that I would like to verify whether it is correct and if the angles designed in it are perfectly right too. I do this in the following way. I draw the angle BCD according to the sides of the mentioned set square.



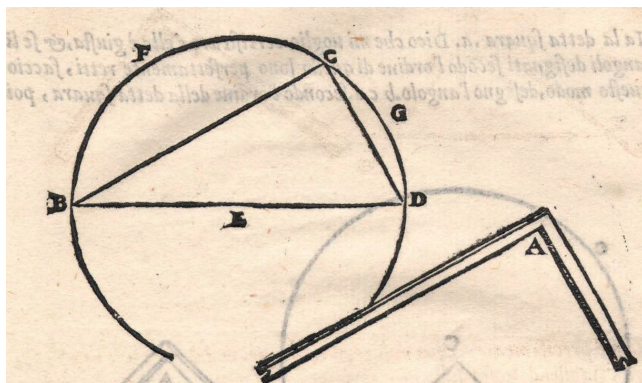
Then I take a compass and I draw, with point C at the center, the circle EFG as large as possible but I avoid drawing outside the lines CB and CD. Instead, the circle has to meet these lines at points E and F. Once this is done, I take my compass and I check whether arc FE is exactly one fourth of the circumference of the mentioned entire circle. If this is the case, I will say that the mentioned angle C is perfectly right (based on the second proposition of the second [book]) and, consequently, that the set square A is correct (based on the eighth common sentence [axiom] of the first [book] of Euclid). But, if the mentioned arc FE is longer or shorter than the fourth part of the circumference of the mentioned circle, I will say that the mentioned angle C cannot be right and therefore the mentioned set square is not correct.

Third proposition.

I would like to verify by means of another method (in order to be more certain) in reference to the subject matter of whether the given set square is correct.

LIBRO TERZO - 21v

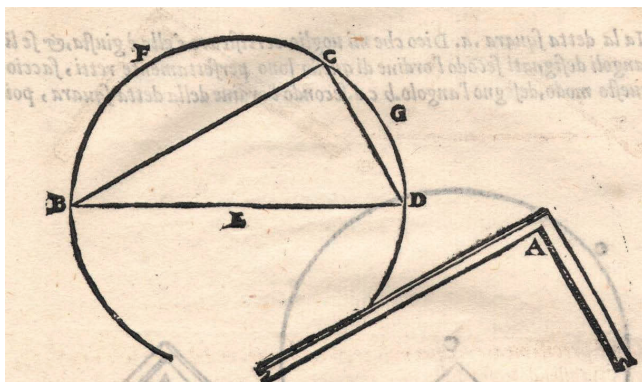
Sia la data squara A. Dico, che per esser piu sicuro mi uoglio per un'altro modo certificare se quella e giusta, defegno l'angolo BCD secondo l'ordine di quella, poi dal ponto B al ponto D tiro la linea BD et quella diuido in due parti eguali in ponto E elqual ponto E faccio centro, et sopra di quello descriuo un semicerchio



secondo la quantita della linea EB ouer ED qual sia BFGD fatto questo guardo diligentemente, se la detta circonferentia BFGD andasse apponto per il ponto C la qual cosa, essendo cosi, diro che il detto angolo C (per la 30 del terzo di Euclide) è perfettamente retto et consequentemente la data squara A esser giusta, ma se la detta circonferentia andasse quanto piu di sopra, ouer di sotto dal detto ponto C diro assolutamente, che il detto angolo C non é retto e consequentemente la squara A non esser giusta, che è il proposito.

THIRD BOOK - 21v

Let there be the set square A. I say that in order to be more certain, I would like to verify whether it is correct by means of another method. I draw the angle BCD according to its sides and then I draw the line BD from point B to point D. I then divide this line into two equal parts at point E. Taking this point E as a center I draw a semicircle



taking line EB or ED as the opening [of the compass]. The semicircle will be BFGD. Once this is done, I diligently observe whether the mentioned circumference BFGD meets point C exactly. If this is the case, I say that the mentioned angle C (because of the thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid) is perfectly right and, consequently, the given set square A is correct. But, if the mentioned circumference runs either a little above or a little below the mentioned point C, then I resolutely say that the mentioned angle C is not right and, consequently, that the set square A is not correct. This was to be shown.

LIBRO TERZO - 21v - cont.

Propositione. IIII.

Anchora per un'altro modo mi uoglio certificare in materia se la data
squara è giusta.

Sia la data squara A. Dico ancora (per esser piu sicuro) mi uoglio per un'altro modo uerificare se quella è giusta descriuo l'angolo BCD secondo l'ordine di quella fatto questo piglio il mio compasso, et appro quello talmente che la appritura poscia intrare tre uolte in la linea CD [(]uel circa) et secondo la detta appritura affegno le tre parti CE, [E]F et FG et secondo la medema appritura di compasso affegno in l'altra linea CB le quatro parti, ouer misure CH, HI, IK, KL fatto questo dal ponto L al ponto G tiro la linea LG poi con diligentia guardo se la detta

THIRD BOOK - 21v - cont.

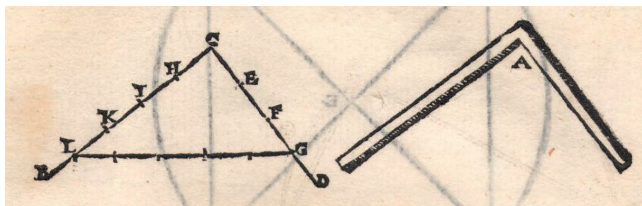
Fourth proposition.

I would like to reverify the subject matter of whether the set square is correct by means of another method.

Let there be the set square A. I say once more (in order to be more certain) that I would like to verify whether the set square is correct by means of another method. I draw the angle BCD according to its sides. Once this is done, I take the compass and open it in such a way that its opening is set to be one third of the line CD [(or almost). According to this opening, I mark the three segments CE, [E]F⁷⁴ and FG. Then, keeping the same opening of the compass, I mark the four segments or distances CH, HI, IK, KL on the other line CB. Once this is done, I draw the line LG from point L to point G. Then, I diligently observe whether the mentioned

⁷⁴The correct reading is found in the 1537 edition only.

LIBRO TERZO - 22r



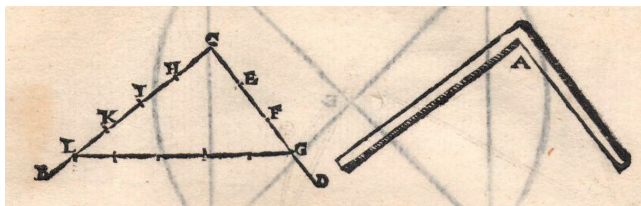
linea LG è precisamente cinque misure, ouer appriture del detto mio compasso, la qual cosa essendo così, direi che il detto angolo C (per la ultima del primo di Euclide) è perfettamente retto, et consequentemente la squara A esser giusta, ma se la detta linea LG sarà piu, ouer manco de cinque appriture del detto mio compasso, direi assolutamente che il detto angolo C non esser retto e consequentemente la squara A non esser giusta, che è il proposito.

Propositione. V.

Mi uoglio certificare in materia se un dato quadrangolo equilatero e perfetto quadro.

Sia il quadrangolo ABCD equilatero, cioe che li quatro lati AB, BC, CD et DA siano eguali, dico che mi uoglio certificare se il detto quadrangolo è perfetto quadro, tiro in quello li dui diametri AC et BD li quali se intersegano in ponto E poi piglio il mio compasso, et faccio il ponto E centro, et descriuo un cerchio secondo la quantita de EA ouer de EB da poi con diligentia guardo se la circonferentia del detto cerchio andasse precisamente per le quatro istremita di quatro angoli A, B, C, D del detto quadrangolo, et se la detta circonferentia andara pontalmente per le dette istremita direi, che il detto quadrangolo (per la 30 del terzo de Euclide) sarà rettangolo, et consequentemente perfetto quadro. Ma se per caso la detta circonferentia non andara pontalmente per tutte le dette quatro istremita, direi assolutamente, che il detto quadrangolo non esser rettangolo, et consequentemente quel non esser perfetto quadro, che è il proposito.

THIRD BOOK - 22r



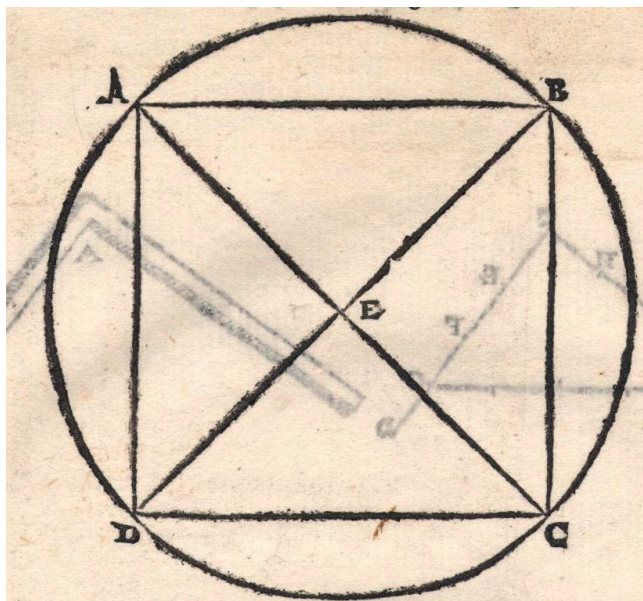
line LG is precisely as long as five such distances or openings of the mentioned compass of mine. If this is the case, I will say that the mentioned angle C (based on the last [proposition] of the first [book] of Euclid) is perfectly right and, consequently, the set square A is correct. But, if the mentioned line LG is longer or shorter than the five openings of the mentioned compass of mine, I will resolutely say that the mentioned angle C is not right and, consequently, that the set square A is not correct. This was to be shown.

Fifth proposition.

I would like to verify the subject matter of whether an equilateral quadrangle is perfectly square.

Let the quadrangle ABCD be equilateral, namely with four equal sides AB, BC, CD and DA. I say that I would like to verify whether the mentioned quadrangle is perfectly square. Inside this square, I draw the two [diagonals] AC and BD, which meet at point E. Then I take my compass and, with point E as the center, I draw a circle according to the distance EA or EB. Then, I diligently observe whether the circumference of the mentioned circle precisely meets the four extremities of the four angles A, B, C, D of the mentioned quadrangle. If the mentioned circumference precisely meets those mentioned points, I will say that the mentioned quadrangle (based on the thirtieth [proposition] of the third [book] of Euclid) is rectangular and, consequently, perfectly square. But, if it happens that the mentioned circumference does not precisely meet the mentioned four extremities, I will resolutely say that the mentioned quadrangle is not rectangular and, consequently, not perfectly square. This was to be shown.

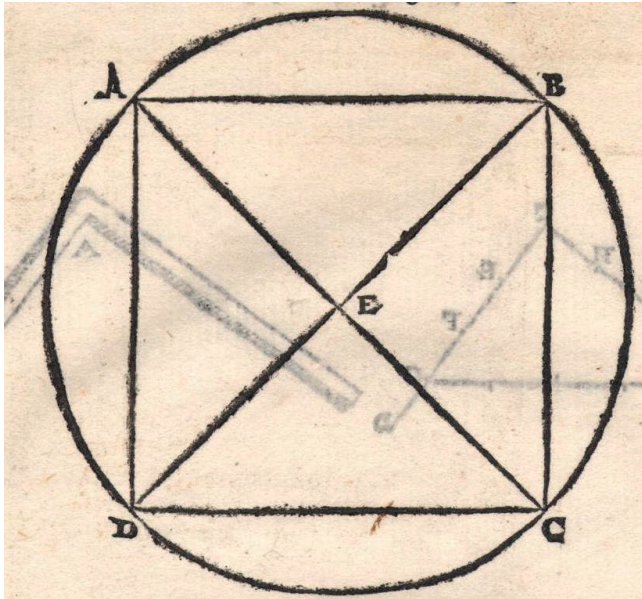
LIBRO TERZO - 22v



Propositione. VI.

Mi uoglio fabricar uno istrumento che mi serua a liuelar un piano, et ancora a conoscerlo con l'aspetto, le altezze, larghezze profundita, distantie hipotumissale, et horizontale delle cose apparente, et che ancora con facilità me lo possa accomodar da inuestigar la uarieta di tiri de cadauno pezzo de artiglieria, et similmente de ogni mortaro.

THIRD BOOK - 22v



Sixth proposition.

I would like to manufacture an instrument for myself that I can use to level the ground and to analyze it by sight and [to measure] the heights, widths, depths, and diametral and horizontal distances of perceptible objects. This instrument should also be easily usable to investigate the variety of shots⁷⁵ of each piece of artillery and, similarly, of each mortar.

⁷⁵“Variety of shots” means here elevations of shots.

LIBRO TERZO - 22v - cont.

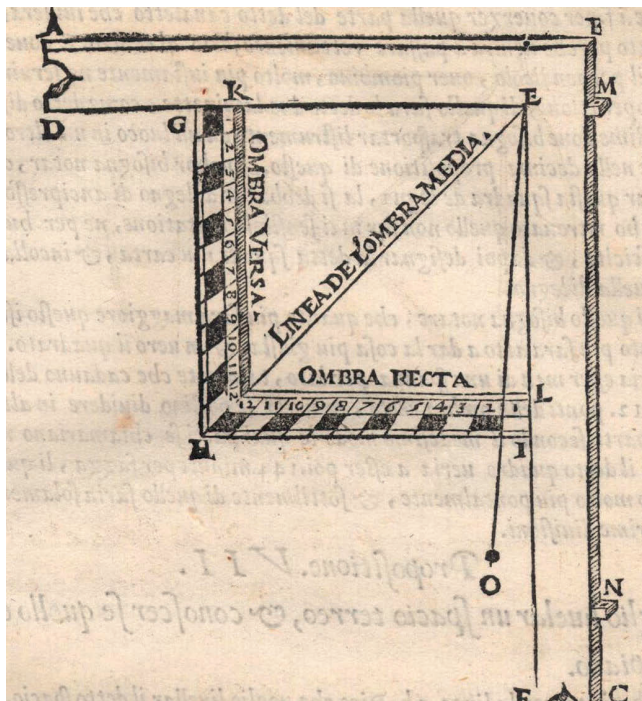
Piglio una lamina di alcun metallo ben piana grossa una bona costa di cortello, ouer una tauoletta di alcun legno sodo e ben secco grossa al men un dedo grosso, et con una rega, et squadra giusta, ne cauo della detta lamina, ouer tauoletta una squadra alla similitudine della infra scritta ABC, DEF che habbia interchiuso uno perfettissimo quadro alla similitudine del quadro EGHI et lontano una costa di cortello, uel circa da li dui lati GH et HI tiro tre linee lontane l'una da l'altra un dedo grosso, uel circa equidistante alli detti dui lati GH et HI et cadauna di quelle due che sono propinque alli detti dui lati HG et HI diuido in 12 parti eguali et dal angolo E a cadauno delli detti 12 e 12 diuisioni, ouer ponti, tiro le linee diuidente li spaci, che interchiude le tre, e tre linee equidistanti alli dui lati GH et HI in 12 spaci eguali, et cosi haro compita la figura gnomonica KHL diuisa in 12 e 12 parti eguali, la qual figura dalli antiqui e chiamata schala altimetria, et la parte HL é detta ombra retta, et la parte HK e chiamata ombra uersa, et la linea HE (cioé il diametro del quadro) é detta linea de l'ombra media, et la diuisione I de l'ombra retta se chiama il primo ponto

THIRD BOOK - 22v - cont.

I take a foil of a certain metal, flat and as wide as the blade of a knife, or I take a wooden board, hard and thoroughly dried and as wide as a thumb. By means of a correct ruler and a correct set square, I produce, from the mentioned metal foil or board, a set square that looks like the drawn one ABC, DEF and contains a very perfect quadrant that looks like the quadrant EGH. Within the space of the width of a blade of a knife, close to the two sides GH and HI, I draw three lines the space of a thumb distant from each other and equidistant from the mentioned sides GH and HI. I divide each of the two lines, which are closer to the mentioned sides GH and HI, into twelve equal parts and then I draw lines from angle E to each of these twelve and to twelve segments, or points. These lines divide the spaces that contain the [first] and the other three lines, which are equidistant from sides GH and HI, into twelve equal spaces.⁷⁶ In this way, the gnomonic figure KHL is accomplished and is divided into twelve and into another twelve equal parts. This figure was called altimetric scale by the ancients. Side HL is called the vertical shadow and side HK is called the horizontal shadow. Line HE (that is, the diameter of the quadrant) is called middle line of the shadow. Portion 1 of the vertical shadow is called the first point

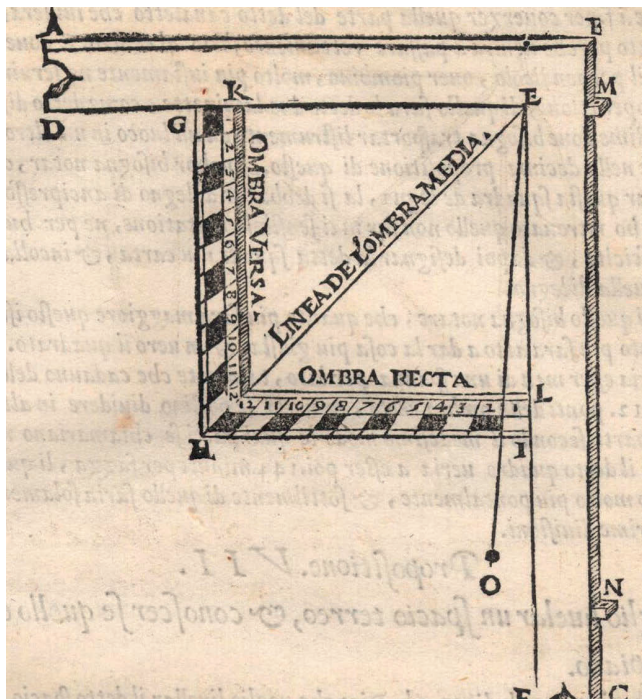
⁷⁶These spaces are the areas of the triangles with point E as vertex.

LIBRO TERZO - 23r



della ombra retta, et la diuisione 2 il secondo ponto, et così discorrendo nelle altre diuisioni della ombra retta e similmente la diuisione prima della ombra uersa se dice il primo ponto della ombra uersa e così la diuisione 2 se dice il secondo ponto della ombra uersa, et così discorrendo nelle altre diuisioni. Hor per compir questo nostro istromento sopra la gamba BC de fuorauia assettare le due laminette preforate M, N talmente che li dui forami siano in retta linea ancora egualmente distanti dal piano BC et faro li detti forami piccoli che apena il raggio uisuale gli possa andare, et per quelli ueder la sumita delle cose apparente, da poi fissaro un ferretto perpendicolarmente in ponto E et a quello gli atacarò il perpendicolo, ouer piombino EO et sarà compito il detto istromento che è il proposito.

THIRD BOOK - 23r



of the vertical shadow and portion 2 is the second point and so it can be continued concerning the other portions of the vertical shadow. Similarly, the first portion of the horizontal shadow is called the first point of the horizontal shadow, and this, the second portion, is called the second point of the horizontal shadow and so it can be continued concerning the other portions. Now, in order to accomplish the building of our instrument, I will assemble on the external side of the leg BC two perforated small foils M and N in such a way that the two holes are on a straight line always equally distant from plane BC. I will make the holes just small enough to allow a visual ray to pass through so that the top of the perceptible objects can be seen. Then, I fix a small piece of iron perpendicularly at point E and will hang the plumb line EO from it. The instrument will then be completed. This was to be shown.

LIBRO TERZO - 23r - cont.

Correttione del Authore.

Ciafcaduna cofa da poi, che è fatta, fe la fullè da fare molto meglio fe faria, e per tanto dico che in luoco di quelle due laminette preforate M et N molto piu iuftamente refpondera, et feruira facendo fare uno canaletto picollino, con un pi[r]on[c]ino, acciaio atto, nella banda de fotto della gamba FB qual uada rettamente dal ponto F al ponto P et questo fi debbe fare auanti che fia incolato la detta gamba FB fopra il quadrato GHIE et dapoi fatto il detto canaletto incollar la detta gamba al fuo luoco, et da poi incollar una lifetina fottila del medefimo legno, nella

THIRD BOOK - 23r - cont.

Correction of the author.⁷⁷

If then each thing that has been made has to be made even better, I say that instead of those small perforated foils M and N, it would work more precisely if a small pipe were made with a very small pivot, and therefore apt to be fixed on the internal side of the leg FB and in a way that goes straight from point F to point P. This should be accomplished before the leg FB is glued on to the quadrant GHIE. Once the mentioned small pipe is glued on to the mentioned leg at its proper place, a small and thin strip of the same wood is glued over

⁷⁷The paragraph entitled “Correction of the author” was added in the 1550 edition.

LIBRO TERZO - 23v

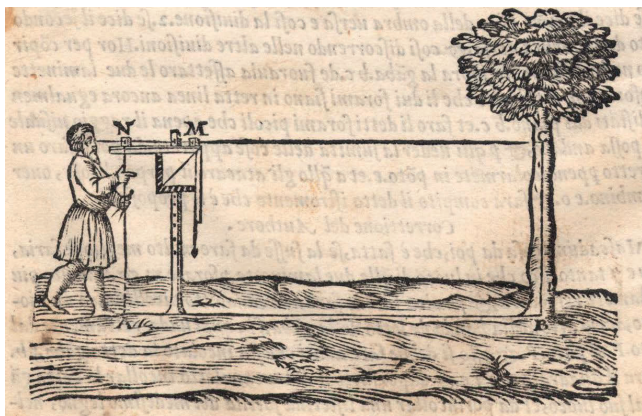
parte IF per couerzer quella parte del detto canaletto che iui fera, el qual canaletto perche uenira a passare rettamente sotto al centro E doue ua attaccato il perpendicolo, ouer piombino, molto piu iustamente ne seruira nelle nostre operationi, di quello fara le dette due laminette, come detto disopra, et maßime doue bifogna trasportar listrumento da un luoco in un'altro, come occorre nella decima propofitione di questo. Anchor bifogna notar, che uolendo far questa squadra de legno, la fi debbe far di legno di ancipressò a tento, che ho ritrouato quello non far mai fenfibile mutatione, ne per humidita ne per scicita, et dapoi designar la detta squadra in carta, et incollarla sopra a quella di legno.

Oltra di questo bifogna notare, che quanto piu fara maggiore questo istromento, tanto piu fara atto a dar la cosa piu giusta, et in uero il quadrato GHIE non uoria esser men di una spanna per lato, talmente che cadauno delli detti 12 et 12 ponti della ombra retta, et uerfa se poßino diuidere in altre 12 et 12 parti secondo il medesimo modo le quai parti se chiamariano minuti, tal che il detto quadro ue-ria a eßer poi 144 minuti per fazza, li quali seruiranno molto piu pontalmente, et fottilmente di quello faria solamente con le 12 prime diuifioni.

Propofitione. VII.

Voglio liuelar un spacio terreo, et conofcer se quello e perfetto piano.

Sia il spatio terreo la linea AB. Dico che uoglio liuellar il detto spacio, et certifi-
carme se eglie perfetto piano, aposto un ponto in qualche cosa elleuata perpendi-
colarmente sopra il pian del orizzonte, et fia il ponto C poi piglio il



THIRD BOOK - 23v

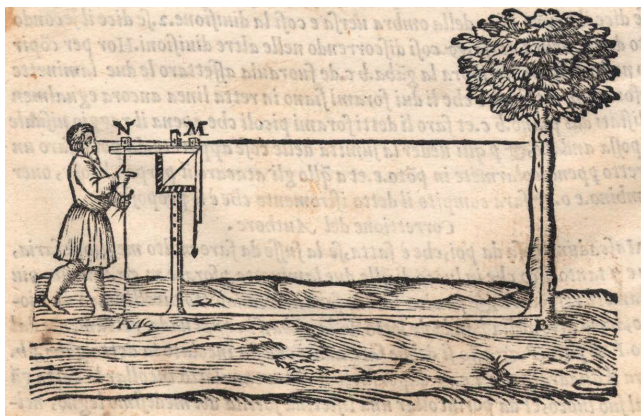
part IF of the mentioned small pipe so that the pipe will remain straight below the center and the plumb line will hang. This construction allows more precision in our operations than the above-mentioned solution of the two small foils, especially if there is the need to transport the instrument from one place to another, as will be described in the tenth proposition of this work. It should also be noted that if the instrument is made of wood, then cypress wood should be used because it does not change due to humidity or dryness, as I found. In this case, the mentioned set square is drawn on paper and then glued on to the wooden square.

Moreover, it has to be noted that the larger the instrument, the more precisely it operates. The side of the quadrant GHIE should not be smaller than a span so that each of the mentioned twelve, and the other twelve points of the vertical shadow and of the horizontal shadow can be divided into a further twelve and twelve portions according to the same method. These smaller portions are called minutes and the mentioned quadrant would be divided into 144 minutes on each side. This solution offers higher precision than the one reached using only twelve portions.

Seventh proposition.

I would like to level the ground and know whether it is perfectly flat.

Let the line AB be the ground. I say that I would like to level the mentioned space and verify whether it is perfectly flat. I take a point over an object that is elevated perpendicularly over the plane of the horizon. Let this point be C. I then take



LIBRO TERZO - 24r

mio istromento, et lo affetto, ouer acconcio fissamente in qualche cosa stabile talmente che lo perpendicolo EO cada precisamente sopra il lato EG del quadrato, cioè sopra la linea EGD et poi lo alzo ouer abbaço, talmente che per li forami MN ueda il ponto C fatto questo, misuro diligentemente quanto è dal mio occhio, ouer dal forame N perpendicolarmente in terra (cioè quanto è la linea NA) et similmente misuro quanto è dal ponto C perpendicolarmente a terra (cioè quanto è la linea CB[)] et se trouo che la detta linea CB sia eguale al la linea NA et che il detto piano se distenda dalla banda destra, et dalla sinistra secondo l'ordine della linea AB diro che il detto piano AB fara perfetto piano, perche la linea AB che andasse per quello (per la trigefimaterza del primo di Euclide) fara equidistante alla linea NC che andasse per il piano de l'orizzonte, consequentemente il detto piano donde andasse la detta linea AB fara equidistante (per la decimaquarta del II di Euclide) al pian del orizzonte, ma se la linea CB fara maggiore della linea NA diro che il detto piano terreo fara piu basso uerso B che uerso A et è conuerso, se la linea CB fara minore della linea NA diro che il detto piano terreo fara piu alto uerso B che uerso A et con lo medemo ordine procedero dalla banda destra, et dalla sinistra uolendome certificare se circum circa se istende secondo la detta linea AB che è il proposito.

Propositione. VIII.

Voglio inuestigare l'altezza de una cosa apparente, alla qual si possi andare alla basa, ouer fondamento di quella, et tutto a un tempo uoglio comprehendere la distantia ypothumissale, ouer diametrale di tal altezza.

THIRD BOOK - 24r

my instrument⁷⁸ and position it or fix it stably over something so that the plumb line EO falls precisely over side EG of the quadrant, that is, over line EGD. I then lift it up or lower it to be able to see point C through the holes M and N. Once this is done, I diligently measure the distance between my eye, or the hole N, and the point where the perpendicular line from N meets the ground (that is, the length of the line NA). Similarly, I measure the distance between point C and the point of the perpendicular line from this point and the ground (that is, the length of the line CB[)]. Thus, if I find that the mentioned line CB is equal to the line NA and that the mentioned ground extends on the right and left sides according to the line AB, I say that the mentioned ground AB is perfectly flat. This is because the line AB that lies on the ground (based on the thirty-third [proposition] of the first [book] of Euclid) is equidistant to the line NC that lies over the plane of the horizon. Consequently, the mentioned ground through which line AB passes is equidistant (based on the fourteenth [proposition] of the eleventh [book] of Euclid) to the plane of the horizon. But if line CB is longer than line NA, I will say that the mentioned ground is lower toward B than toward A and, conversely, if line CB is shorter than line NA, I will say that the mentioned ground is higher toward B than toward A. According to the same method, I would then go ahead on the right and left sides if I want to verify whether the ground around it extends according the mentioned line AB. This was to be shown.

Eighth proposition.

I would like to find the height of a perceptible object, toward whose lowest part or fundament one can move and, using the same operation, I would like to know the hypotenuse or diametral distance of such a height.

⁷⁸In the 1537 edition, “in the hands” was inserted here.

LIBRO TERZO - 24r - cont.

Sia l'altezza AB della cofa apparente A elleuata, et costituita sopra il piano terreo BD talmente che si possa andare alla bafa, ouer fondamento di quella (cioè al ponto B). Dico che uoglio inuestigare la detta altezza AB et tutto a un tempo uoglio comprehendere la distantia ypothumißale, ouer diametrale di tal altezza. Piglio il mio iftromento, et affiße quello in qualche cofa stabile, et liuello il piano BD et uedo si glie perfetto piano (procedendo, come nella paßata fu fatto) et se lo trouo perfetto piano mi appoßto un ponto in la detta cofa apparente qual fia la uertice A et quella cerco de uedere per li dui forami N, M del mio iftromento, et mi uado tirando tanto in drio, ouer auanti che il perpendicolo cada sopra la linea della ombra media, cioè sopra il diametro del quadro come di sotto appar in figura, fatto queßto mifuro il fpacio che è dal ponto doue cade la perpendicolar del mio occhio fina alla bafa de tal altezza (cioè quanto è dal ponto C al ponto B) et a quella quantita gli agiongo la perpendicolare, che è dal mio occhio a terra (cioè la quantita EC) e tanto quanto fara queßta fuma tanto fara anchora l'altezza AB. Eßempi gratia, se il fpacio CB fuße paßa 353 et che dal occhio mio a terra (cioe dal ponto E al ponto C[)] fuße paßa dui

THIRD BOOK - 24r - cont.

Let there be height AB of the perceptible object A that is elevated and conceived of over the ground BD so that one can move to its lowest part or fundament (that is, to point B). I say that I would like to know the mentioned height AB and, with the same operation, to know the hypotenuse or diametral distance of that height. I take my instrument⁷⁹ and I fix it onto something stable. I level the ground BD and check whether it is perfectly flat (using the method described previously).⁸⁰ If I find that the ground is perfectly flat, I then target a point of the mentioned perceptible object, for instance, point A at its top, and I try to see it through the two holes N and M of my instrument. I move backward or forward up to the point where the plumb line is exactly over the middle line of the shadow, that is, over the diameter of the quadrant as is shown in the figure below. Once this is done, I measure the space between the point where the perpendicular from my eye and the ground falls, and the point at the fundament of the height to be known (that is, the length from point C to point B). To this quantity I add the length of the perpendicular between my eye and the point where the perpendicular from my eye falls to the ground (that is, the quantity EC). The result of this sum will be the measurement of height AB. For example, if space CB is 353 steps long and the space from my eye to the ground (that is, from point E to point C)] is two steps long,

⁷⁹In the 1537 edition, “in the hands” was inserted here.

⁸⁰The method is described in the seventh proposition of the third book.

LIBRO TERZO - 24v

conchiuderei che la altezza AB fuſſe paſſa 355. Perche dal occhio mio (cioè dal ponto E) duco la linea EF equidiftante al piano, ouer linea CB et produco il perpendicolo del mio iftumento fin a tanto che quel concorra con la linea uiſuale, EA in ponto H et produco ſimilmente lo lato della ombra retta, cioè la linea GI (lato del quadro) fin a tanto che concorra con la medema linea uiſuale EA in ponto K cauando il triangolo GKH et perche l'angolo GKH è eguale (per la terza petitione del primo di Euclide) a l'angolo EFA (perche l'uno e l'altro è retto) et ſimilmente l'angolo KHG è eguale (per la ſeconda parte della 29 del primo di Euclide) a l'angolo EAF onde (per la ſeconda parte della trigefima [ſeconda] del I di Euclide) l'angolo KGH uerria a reſtar eguale a l'angolo AEF per il che il triangolo GKH uerria a eſſer equiangolo con il triangolo EAF et conſequentemente ſimile et de lati proportionali (per la quarta dil ſeſto di Euclide) et perche il triangolo GIL uerria a eſſer ſimile al triangolo GKH (per la 2 del ſeſto di Euclide) ancora il triangolo EAF (per la uigefima del ſeſto di Euclide) uerra a eſſer ſimile al detto triangolo GLI et de lati proportionali adonque tal proportione ha il lato EF al lato FA qual ha il lato GI al lato IL et perche il lato IL è eguale al lato IG (per eſſer cadaun lato del quadrato) il lato adonque AF ſara eguale al lato EF et perche il ſpacio, ouer linea CB (per la trigefimaquarta del I di Euclide) è eguale al medemo lato EF ſeguita (per la prima comuna ſententia del I di Euclide) che la partial altezza AF ſia eguale alla diſtantia, ouer linea CB et perche lo reſiduo FB (di tal altezza) è eguale (per la detta trigefimaquarta del I di Euclide) alla linea EC ſeguita adonque (per la ſeconda comuna ſententia del I di Euclide) che la quantita BC gionta con la quantita CE tal ſuma ſara eguale a tutta l'altezza AB che è il primo propoſito. Et perche ſi come il lato GI al lato GH (diametro del quadro) coſi è il lato EF (ouer CB) al lato EA et perche il lato GI è incommenſurabile (per la ſettima del decimo di Euclide) al diametro GH ancora il lato FE (ouer CB) (per la decima del decimo di Euclide) ſara incommenſurabile al lato EA

THIRD BOOK - 24v

I would conclude that height AB is 355 steps long. The reason is the following. From my eye (that is, from point E) I take the line EF equidistant to the ground, that is, to the line CB. I move my instrument to the point where the plumb line meets the visual line EA at point H and, similarly, I move the side of the vertical shadow, that is line GI (side of the quadrant), to the point where it meets the same visual line EA at point K. In doing so, the triangle GKH is formed. Since angle GKH is equal (based in the third postulate of the first [book] of Euclid) to angle EFA (for both are right angles) and, similarly, angle KHG is equal (based on the second part of the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) to angle EAF (based on the second part of the thirty[-second]⁸¹ [proposition] of the first [book] of Euclid) angle KGH will be equal to the angle AEF and, therefore, triangle GKH will have the same angles as triangle EAF and will consequently be similar and have proportional sides to one another (based on the fourth [proposition] of the sixth [book] of Euclid). Since triangle GIL will be similar to triangle GKH (based on the second [proposition] of the sixth [book] of Euclid), triangle EAF (based on the twentieth [proposition] of the sixth [book] of Euclid) will be similar to the mentioned triangle GIL and they will have proportional sides to one another. Therefore, the ratio of side EF to side FA is equal to the ratio of side GI to side IL, because side IL is equal to side IG (as both are sides of the quadrant) and, finally, side AF will be equal to side EF. Since the space, that is line CB (based on thirty-fourth [proposition] of the first [book] of Euclid), is equal to the same side EF, it follows (based on the first common sentence [axiom] of the first [book] of Euclid) that part AF of the entire height is equal to the distance, that is, to line CB. Since the residual part FB (of the [entire] height) is equal (based on the thirty-fourth [proposition] of the first [book] of Euclid) to line EC, it follows that (based on the second common sentence [axiom] of the first [book] of Euclid) the sum of the quantity BC to the quantity CE will be equal to the entire height AB, which was the first point to be demonstrated. As the [ratio] of side GI to side GH (diameter of the quadrant) is like [the ratio] of side EF (that is, of side CB) to side EA and since side GI is incommensurable (based on the seventh [proposition] of the tenth [book] of Euclid) to the diameter GH, side FE (that is, side CB) (based on the tenth [proposition] of the tenth [book] of Euclid) will be incommensurable to side EA.

⁸¹The 1537 and 1550 editions read correctly.

LIBRO TERZO - 24v - cont.

et perche il diametro GH è doppio in potentia (per la penultima del I di Euclide) al lato GI ancora il lato EA fara doppio in potentia al lato EF (ouer CB) quadro adonque il lato EF (ouer CB) (qual ho poſto eſſer paſſa 353) fa 124609 et lo indoppio fa 249218 et di queſto indoppiamento piglio la propinqua radice $499\frac{217}{998}^{82}$ et paſſa $499\frac{217}{998}$ (uel circa) diro che fara la diſtancia ypothumiſſale, ouer diame-trale EA che è il ſecondo propoſito. Ma ſe per caſo il piano terreo BD non fuſſe perfetto piano (come la maggior parte delle uolte accade[)] pigliaro il ponto doue ſegara il pian del orizzonte tal altezza AB liuelando col mio iſtromento ſi come in la propoſitione precedente fu fatto, qual pongo ſia il ponto F poi cerco con induſtria di miſurare la linea EF ouer una equidiſtante a quella, et a quella quantita non gli agiongo piu la quantita EC ma ben in luoco di quella gli agiongo la quantita FB et tanto quanto fara tal ſuma, tanto diro che ſia la detta altezza AB. eſempi gratia ſe la linea EF fuſſe (come diſopra fu ſuppoſto) paſſa 353 et che la linea FB fuſſe paſſa $3\frac{1}{2}$ io giongero li detti paſſa $3\frac{1}{2}$ con li paſſa 353 fara paſſa $356\frac{1}{2}$ e paſſa $356\frac{1}{2}$ diro che ſia la detta altezza AB et coſi procedaria quando che la linea FB fuſſe menor della linea EC cioe, ſe la fuſſe ſolun paſſa I

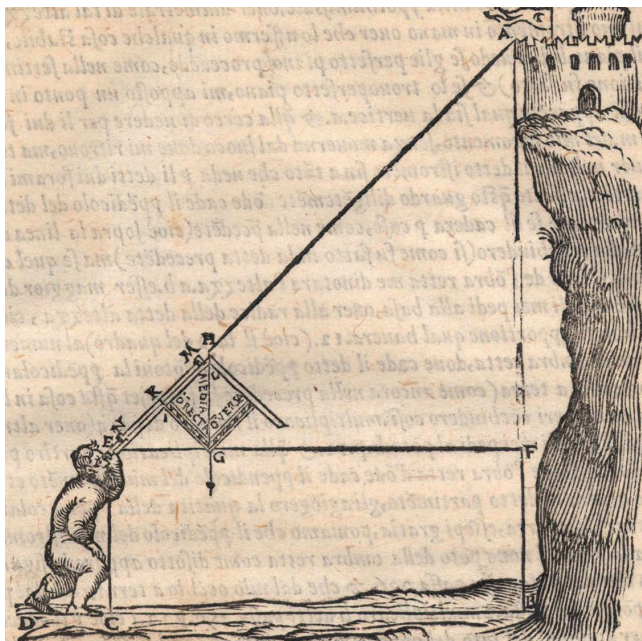
⁸²La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “ $\frac{217}{989}$ ” al poſto di “ $\frac{217}{998}$.”

THIRD BOOK - 24v - cont.

Because the square of the diameter GH is double (based on the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid) the side GI, the square of side EA will also be double the side EF (that is, CB) of the quadrangle. Therefore, side EF (that is, side CB) (which I supposed to be 353 steps long) is 124609 and, doubled, makes 249218. Of this result I take the closest square root which is about $499\frac{217}{998}$ and I will say that the hypotenuse or diametral distance EA is $499\frac{217}{998}$ steps (more or less),⁸³ which was the second point to be shown. But, if the ground BD is not perfectly flat (as happens most of the time[]), I will choose the point of height AB where this line meets the plane of the horizon by leveling using my instrument, as has been shown in the previous proposition. I suppose this is point F. Then I try with some effort to measure the length of line EF or a line equidistant to this. To this quantity, I would not add the quantity EC but, instead, the quantity FB and the result of such a sum will be the length of the mentioned height AB. For example, if line EF is (as has been supposed above) 353 steps long and line FB is $3\frac{1}{2}$ steps long, I will add the mentioned $3\frac{1}{2}$ steps together with the 353 steps, which makes $356\frac{1}{2}$, therefore the mentioned height AB is $356\frac{1}{2}$ steps long. And I would proceed as follows if line FB were shorter than line EC. If it were only one step long,

⁸³The 1537 and 1550 editions and the 1558 print run mistakenly read $\frac{217}{989}$. This was proved by means of the method described by Tartaglia in the second book of the second volume of the *General trattato di numeri et misure* to calculate the square root.

LIBRO TERZO - 25r

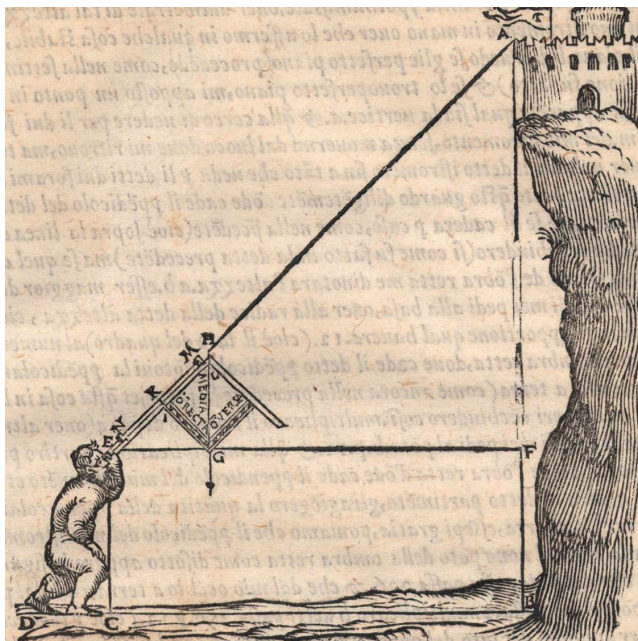


giongeria paſa I con li detti paſa 353 faria paſa 354 e tanto direi che fuſſe la detta altezza AB perche in tal caſo il lato EF è eguale alla partial altezza AF come di ſopra fu dimoſtrato è pero giontoui la quantita FB mi dara total altezza AB che è il propoſito.

Propoſitione. IX.

Senza mutarme dal luoco doue me ritrouo uoglio comprehendere l'altezza de una coſa apparente, che ſi poſci andare alla baſa, ouer fondamento di quella, et tutto a un tempo uoglio inueſtigare la diſtancia pyothumiſſale, ouer diametrale di tal altezza.

THIRD BOOK - 25r



I would add one step to the 353 steps, which makes 354 steps and this would be the length of the mentioned height AB, because in such a case, side EF is equal to part AF of the entire height, as has been demonstrated above, and therefore by adding the quantity FB, the total height AB will result in the way it was to be demonstrated.

Ninth proposition.

Without changing the position of where I am, I would like to know the height of a perceptible object when it is possible to move to its lowest point, that is, to its fundament and, by the same operation, I would like to know the hypotenuse or diametral distance of this height.

LIBRO TERZO - 25r - cont.

Sia l'altezza AB della cofa apparente A elleuata et coſtituta ſopra il piano terreo BD talmente che poſcia andare (come nella paſſata) alla baſa, ouer fondamento di quella (cioè al ponto B) Dico che uoglio comprehendere la detta altezza AB (ſenza mouermi dal luoco doue me ritrouo[]) et tutto a un tempo

THIRD BOOK - 25r - cont.

Let height AB of the perceptible object A be elevated and conceived of over the ground BD so that one can go (as in the previous [proposition]) to its lowest point, that is, to its fundament (that is, to point B). I say that I would like to know the mentioned height AB (without moving from the place where I am[]) and by means of the same operation

LIBRO TERZO - 25v

uoglio inuestigare la distantia ypothumiſale, ouer diametrale di tal altezza. Piglio il mio iftromento in mano ouer che lo affermo in qualche cofa stabile, et liuello il piano BD et uedo ſe glie perfetto piano (procedendo, come nella ſettima propoſitione fu fatto) et ſe lo trouo perfetto piano, mi appoſto un ponto in la detta cofa apparente qual ſia la uertice A et quella cerco di uedere per li dui forami M, N del mio iftromento, ſenza mouermi dal luoco doue mi ritrouo, ma torzando, ouer uoltando il detto iftromento fin a tanto che ueda per li detti dui forami la detta uertice A fatto queſto guardo diligentemente donde cade il perpendicolo del detto mio iftromento, et ſe quel cadera per caſo, come nella precedente (cioè ſopra la linea de l'ombra media) conchiudero (ſi come fu fatto in la detta precedente) ma ſe quel cadera ſopra il lato de l'ombra retta me dinotara l'altezza AB eſſer maggior del ſpacio che è dalli mei pedi alla baſa, ouer alla radice della detta altezza, cioè al ponto B in tal proportione qual hauera 12 (cioè il lato del quadro) al numero di ponti della ombra retta, doue cade il detto perpendicolo, giontoui la perpendicolare del mio occhio a terra (come ancora nella precedente fu fatto) et queſta cofa in la pratica de numeri conchiudero coſi, multiplicaro il numero di paſſa (ouer altra miſura) che è dalli mei pedi al ponto B per 12 et quella multiplicatione partiro per il numero di ponti de l'ombra retta d'onde cade il perpendicolo del mio iftromento et a quello che uenira al detto partimento, gli agiongero la quantita della perpendicolare del mio occhio a terra, eſempi gratia, poniamo che il perpendicolo del mio iftromento mi cada ſopra il nono ponto della ombra retta come diſotto appare in figura et pono che dal ponto C [al ponto B] ſia paſſa 256⁸⁴ et che dal mio occhio a terra, cioè dal ponto E al ponto C ſia paſſa 2 multiplicaro li detti paſſa 256 per 12 (cioe per li dodeci ponti, ouer diuiſioni del lato del quadro, ouer de cadauna ombra) fara 3072 et queſto 3072 partiro per 9 (cioe per il numero di ponti de l'ombra retta doue cade il piombino ouer perpendicolo nel mio iftromento) ne uenira $341\frac{1}{3}$ et a queſto $341\frac{1}{3}$ gli agiongero paſſa 2 (cioe la quantita de EC) fara $343\frac{1}{3}$ e paſſa $343\frac{1}{3}$ conchiudero che ſia la detta altezza AB. Perche dal occhio mio (cioè dal ponto E) duco (ſi come nella precedente) la linea EF equidiſtante al piano, ouer linea CB et produco il perpendicolo del mio iftromento fin a tanto, che quel concorra con la linea uiſuale EA in ponto H

⁸⁴La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “236” al poſto di “256.”

THIRD BOOK - 25v

I want to investigate the hypotenuse or diametral distance of that height. I take my instrument in the hand or fix it on something stable and then level the ground BD and check whether it is perfectly plane (proceeding according to the method described in the seventh proposition). If I find it to be perfect, I target one point of the mentioned perceptible object, for instance the top of point A, and I try to see it through the two holes M and N of my instrument without me moving but rather by turning the instrument to the right and to the left so that eventually I can see point A through the mentioned holes. Once this is done, I diligently observe where the plumb line of my instrument falls. If it happens to fall like in the previous case (that is, over the middle line of the shadow), I will conclude (in the same way as in the previous [proposition]). But, if it falls on the side of the vertical shadow, this would mean that height AB is longer than the distance between my feet and the lowest point at the fundament of the mentioned height, that is, point B. Such a difference corresponds to the ratio of twelve (that is, the side of the quadrant) to that number of points of the vertical shadow where the mentioned plumb line falls. The [length of] the perpendicular from my eye and the ground has to be added to [the result] of this [ratio] (as has been done in the previous [proposition]). Entering the practice of the numbers, I proceed in the following way. I multiply the number of steps (or of another unit of measurement) by 12, which are between my feet and point B. I then divide this number by the number of points that denote the portion of the vertical shadow where the plumb line of my instrument falls. To the result of this division, I then add the length of the perpendicular from my eye to the ground. For example, suppose that the plumb line of my instrument falls on the ninth point of the vertical shadow, as shown in the figure below. I then suppose that from point C [to point B]⁸⁵ there are 256⁸⁶ steps and that from my eye to the floor there are two steps. I multiply the mentioned 256 steps by 12 (that is, for the 12 points or portions of the side of the quadrant or of each shadow). The result is 3072 and I divide this by 9 (that is, for the number of points of the vertical shadow where the plumb line of my instrument falls). The result is $341\frac{1}{3}$ and to this result I add the two steps (that is, the quantity EC). The result is $343\frac{1}{3}$ and this is the length of height AB. I conceive of line EF (as in the previous [proposition]) from my eye (that is, from point E) equidistant to the ground, that is, to line CD, and I change the position of my instrument so that its plumb line meets the visual line EA at point H.

⁸⁵The 1537 and 1550 editions read correctly.

⁸⁶The 1558 print run mistakenly reads "236."

LIBRO TERZO - 25v - cont.

et produco fimilmente lo lato della ombra retta (cioe la linea partial GI) fin a tanto che concorra ancora lei con la detta linea uifuale EA in ponto K causando il triangolo GKH et perche l'angolo GKH è eguale (per la terza petitione del I di Euclide) a l'angolo EFA (perche l'uno e l'altro per retto) et fimilmente l'angolo KHG è eguale (per la feconda parte della 29⁸⁷ del primo di Euclide) a l'angolo EAF onde (per la feconda parte della trigefimafeconda del I di Euclide) l'angolo KGH uerria a reftar eguale a l'angolo E[A]F per la qual cofa il triangolo GKH uerria a effere equiangolo al triangolo EAF et confequentemente fimile, et de lati proportionali (per la quarta del fefto di Euclide) et perche il triangolo GIL (per la feconda del fefto di Euclide) uien a effere fimile al triangolo GKH Adonque il detto triangolo GIL (per la uigefima del fefto di Euclide) uien a effere fimile al medemo triangolo EAF e confequentemente de lati proportionali, per il che tal proportione ha il lato EF al lato FA qual ha il lato GI al lato IL et perche il lato GI

⁸⁷La stampa del 1558 riporta erroneamente "26" al posto di "29."

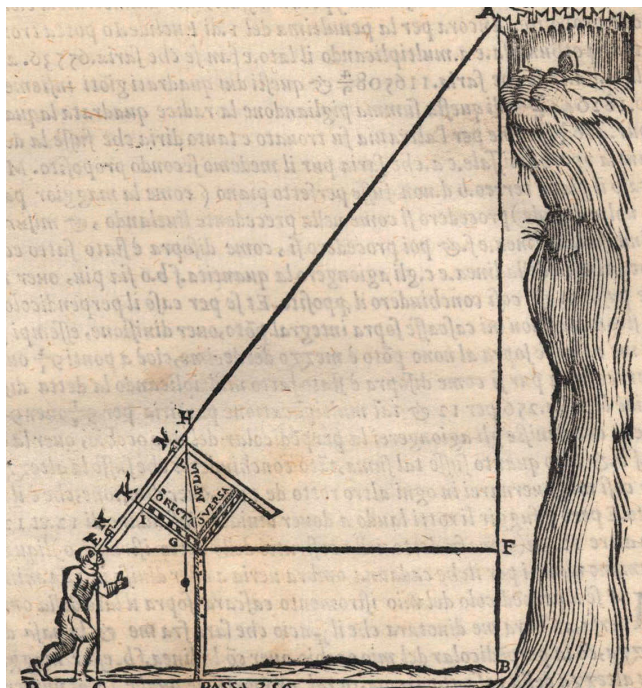
THIRD BOOK - 25v - cont.

Similarly, I change the position of the instrument as much as needed for the side of the vertical shadow (that is, the portion GI [of the line GK]) to meet the mentioned visual line EA at point K. In doing so, I have constructed triangle GKH. Thus, angle GKH is equal (based on the third postulate of the first [book] of Euclid) to angle EFA (for both are right angles) and, similarly, angle KHG is equal (based on the second part of the twenty-ninth⁸⁸ proposition] of the first [book] of Euclid) to angle EAF. Therefore (based on the second part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid), angle KGH is equal to angle E[A]F.⁸⁹ For this reason, triangle GHK has the same angles as triangle EAF, and they are consequently similar and have proportional sides to one another (based on the fourth [proposition] of the sixth [book] of Euclid). Since triangle GIL, (based on the second [proposition] of the sixth [book] of Euclid) is similar to triangle GHK, the mentioned triangle GIL (based on the twentieth [proposition] of the sixth [book] of Euclid) is similar to the same triangle EAF and consequently they also have proportional sides to one another. Therefore, the ratio between side EF and side FA is the same as that of side GI to side IL, and the ratio of side GI to

⁸⁸The 1558 print run mistakenly reads "26."

⁸⁹The 1558 print run mistakenly reads "EF."

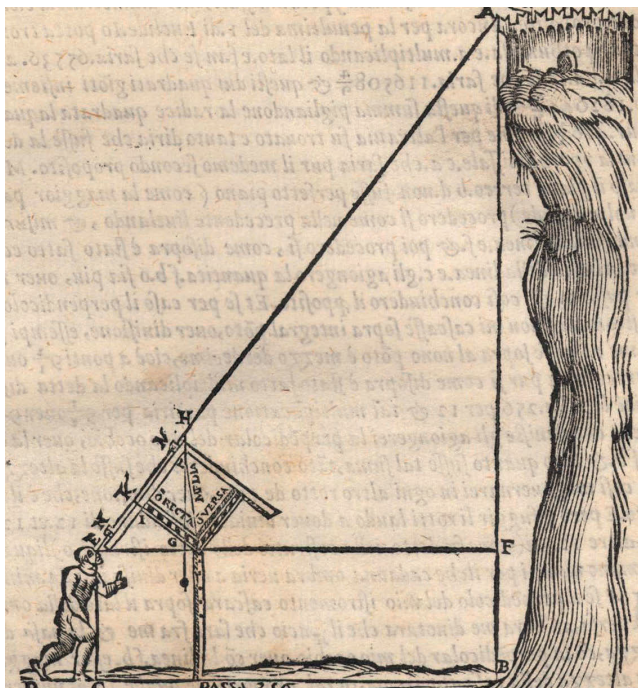
LIBRO TERZO - 26r



al lato LI è come 9 a 12 (cioè come è li ponti, ouer diuifioni della parte GI (della ombra retta) a tutto il lato IL del quadrato, il qual lato IL uiene a esser tanto quanto le 12 diuifioni, ouer ponti di tutta la ombra retto) e pero uolendo trouar la quantita de AF (occulta) mediante la notitia de EF (elqual é supposto esser passa 256) per la euidentia della uigesima del settimo di Euclide multiplico li detti passa 256 per 12 fa 3072 et questo 3072 partisco per 9 ne uien $341\frac{1}{3}$ ⁹⁰ (come ancora in principio fu fatto) et tanto direi che sia la partial altezza AF et perche il residuo FB di tal altezza è eguale (per la trigesimaquarta del I di Euclide)

⁹⁰La stampa del 1558 riporta erroneamente " $\frac{3}{1}$ " al posto di " $\frac{1}{3}$."

THIRD BOOK - 26r



side LI is like the ratio of nine to twelve (that is, like the points or portions of the part GI) (of the vertical shadow) to the entire side IL of the quadrant, whose side IL is as long as the twelve portions or points of the entire vertical shadow). Thus, while looking for the length AF (unknown) by using the knowledge concerned with EF (which is supposed to be 256 steps) and basing the argument on the twentieth [proposition] of the seventh [book] of Euclid, I multiply the mentioned 256 steps by 12, which makes 3072. I divide this by 9, which makes $341\frac{1}{3}$ ⁹¹ (as has been done before) and I say that this is the length of the portion AF of the height. As the remaining FB of this height is equal (based on the thirty-fourth [proposition] of the first [book] of Euclid)

⁹¹The 1558 print run mistakenly reads " $\frac{3}{1}$."

LIBRO TERZO - 26r - cont.

alla linea EC (la quale è supposta esser passa 2) giongo li detti passa 2 alli detti passa $341\frac{1}{3}$ faranno passa $343\frac{1}{3}$ et tanto conchiudero che sia tutta la altezza AB si come ancora in principio fu fatto, che il primo proposito. Et perche si come é il lato GI al lato, ouer ypothumissa GH cosi é il lato EF al lato, ouer ypothumissa EA et perche il lato GI al lato, ouer ypothumissa GH (per la penultima del primo di Euclide) come 9 alla radice quadrata de 225 che è 15 onde per trouar lo lato, ouer ypothumissa EA (occulta) (per la euidentia della uigesima del settimo di Euclide) multiplico 15 sia la quantita di EF (la quale e supposta esser passa 256) fa 3840 et questo 3840 partisco per 9 ne uiene

THIRD BOOK - 26r - cont.

to line EC (which is supposed to be two steps long), I add the mentioned two steps to the $341\frac{1}{3}$ steps, which is $343\frac{1}{3}$, and I conclude that this is the length of the entire height AB, as it has been done in the beginning and which was to be shown first. Since the ratio of side GI to side or hypotenuse GH is like the ratio of side EF to side or hypotenuse EA and since the ratio of side GI to side or hypotenuse GH (based on the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid) is likewise to the ratio between 9 and the square root of 225, which is 15, hence, in order to find [the length of] the side or hypotenuse EA (unknown) (based on the twentieth [proposition] of the seventh [book] of Euclid), I multiply 15 by the length of EF (which is supposed to be 256 steps), which makes 3840. I then divide 3840 by 9 and this results in

LIBRO TERZO - 26v

passà $426\frac{2}{3}$ diro che sia la distantia ypothumiffale, ouer diametrale AE che è il fecondo propofito. Ancora per la penultima del I di Euclide Io potea trouar la detta ypothumiffa EA multiplicando il lato EF in se che faria 65536 ancora il lato FA in se che faria 116508 $\frac{4}{9}$ et questi dui quadrati gionti insieme fariano 182044 $\frac{4}{9}$ et di questa summa pigliandone la radice quadrata la qual faria pur $426\frac{2}{3}$ si come per l'altra uia fu trouato e tanto diria che fusse la detta distantia ypothumiffale EA che faria pur il medemo secondo propofito. Ma se per caso il piano terreo BD non fusse perfetto piano (come la maggior parte delle uolte accade) procedero si come nella precedente liuelando, et misurando con industria la linea EF et poi procedero si, come di sopra è stato fatto eccetto che in luoco della linea EC gli agiongero la quantita FB o sia piu, ouer meno de passà 2 et cosi conchiudero il propofito. Et se per caso il perpendicolo del mio stromento non mi cascasse sopra integral ponto, ouer diuisione, essempi grati[a] sel me cascasse sopra al nono ponto è mezzo del decimo, cioè a ponti $9\frac{1}{2}$ ⁹² ouer a $9\frac{1}{3}$ procederia pur si come di sopra è stato fatto multiplicando la detta distantia cioè li passà 256 per 12 et tal multiplicatione partiria per $9\frac{1}{2}$ ouer $9\frac{1}{3}$ et a quello che uenisse gli agiongerai la perpendicolar del mio occhio, ouer la quantita FB et tanto quanto fusse tal suma, tanto conchiuderei che fusse la altezza AB et cosi mi gouernarei in ogni altro rotto de ponto, ouer diuisione, che è il propofito E pero per fuggir li rotti laudo a douer diuider ciascaduno di 12 et 12 ponti in altre 12 parti (come fu detto nella costrution dello detto istrumento) li quali si chiamano minuti per il che cadauna ombra ueria a esser diuisa in 144 minuti.

⁹²La stampa del 1558 riporta erroneamente " $\frac{2}{1}$ " al posto di " $\frac{1}{2}$."

THIRD BOOK - 26v

$426\frac{2}{3}$ steps. I say that this is the hypotenuse or diametral distance AE which was to be shown secondly. Differently and by means of the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid, I could have found the mentioned hypotenuse EA by multiplying side EF with itself, which makes 65536, and then side FA with itself, which makes $116508\frac{4}{9}$, and these two squares added together make $182044\frac{4}{9}$. I then calculate the square root of this sum, which is also $426\frac{2}{3}$, as has been calculated by means of the other method. This then would be the length of the hypotenuse EA which is again what was to be shown secondly. If, however, the ground BD is not perfectly flat (as happens most of the time) I proceed, as said previously, by leveling and precisely measuring line EF. I then proceed as described above, with the exception of adding length FB instead of line EC, that is, either more or less than two steps, and so I have shown what was to be shown. If it happens that the plumb line of my instrument does not fall precisely over a point or portion but falls, for example, between point 9 and point 10, that is, at point $9\frac{1}{2}$ ⁹³ or $9\frac{1}{3}$, I proceed as shown above by multiplying the mentioned distance of 256 steps by 12 and would divide such a result by $9\frac{1}{2}$ or $9\frac{1}{3}$ and add to this result the length of the perpendicular from my eye, that is, length FB. And I say that this result is the length of the entire height AB. I would proceed in the same way each time one has to deal with fractions of points, or of portions, which was to be shown. To avoid such fractions, however, I consider dividing each of the twelve, and twelve points into a further twelve parts (as said in the description of the construction of such instrument) to be a good method. These parts are called minutes and each shadow would be divided into 144 minutes.⁹⁴

⁹³The 1558 print run mistakenly reads " $\frac{2}{1}$."

⁹⁴The last two sentences were added in the 1550 edition.

LIBRO TERZO - 26v - cont.

MA fe il perpendicolo del mio iftumento calcara fopra il lato della ombra uerfa, all' hora me dinotara che il fpacio che fara fra me et la bafa della altezza, con la perpendicolar del mio occhio, ouer con la linea FB effer maggiore della altezza della cofa apparente, in tal proportione qual è 12 al numero di ponti della ombra uerfa doue cade il perpendicolo del mio iftumento et tal cofa in la pratica de numeri conchiudero in quefto modo multiplicaro il numero di paffa (ouer altra mifura) che è per retta linea delli mei pedi alla bafa di tal altezza (ouer dal mio occhio al ponto doue che il pian del orizzonte fega quella) per li ponti ouer minuti di l' ombra uerfa (doue cade il piombino del mio iftumento) e quella multiplicatione partiro per 12 ouer per 144 et a quello che uenira gli giongero la quantita della perpendicolare del mio occhio a terra (effendo in perfetto piano) ouer la quantita, che fara dal ponto doue fega quella il pian del orizzonte a terra e tanto quanto fara tal fuma tanto conchiudero che fia la detta altezza, effempi gratia poniamo che il perpendicolo del mio iftumento mi cada fopra il decimo ponto della ombra uerfo, come di fotto appar in difegno, et pono che dal ponto C al ponto B ouer dal ponto E, al ponto F fia paffa 350 et che dal mio occhio ouer dal ponto F a terra fia paffa 2 multiplicaro gli detti paffa 350 per 10 (cioè per li ponti de l' ombra uerfa doue cada il perpendicolo) fara 3500 et quefto 3500 partiro per 12 (cioè per le 12 diuifioni, ouer ponti de cadauna ombra, ouer del lato dil quadro) ne uenira $291\frac{2}{3}$ et a quefto $291\frac{2}{3}$ gli giongero 2 (cioè li [2] paffa che hauemo fuppofto che fia dal ponto E al ponto C ouer dal ponto F al ponto B) fara $293\frac{2}{3}$ et paffa $293\frac{2}{3}$ ⁹⁵ conchiudero che fia la detta altezza

⁹⁵La stampa del 1558 riporta erroneamente " $\frac{2}{1}$ " al posto di " $\frac{2}{3}$."

THIRD BOOK - 26v - cont.

But, if the plumb line of my instrument falls over the horizontal shadow, this then means that the space between me and the lowest point of the height, including the perpendicular from my eye, that is, line FB, is longer than the height of the perceptible object and this according to the ratio of 12 to the number of points of the horizontal shadow, where the plumb line of my instrument falls. In the practice of numbers, I describe this in the following way. I multiply the number of steps (or another unit of measurement) straightly between my feet and the lowest point of the height (or from my eye to the point where the plane of the horizon meets that [line of the height]) by the points or minutes⁹⁶ of the horizontal shadow (where the plumb line of my instrument falls). I then divide that result by 12 or 144⁹⁷ and to this result I add the length of the perpendicular from my eye to the ground (if it is perfectly flat) or the quantity between the point, where the perpendicular meets the plane of the horizon and the ground. This sum is then the length of the mentioned height. For example, suppose that the plumb line of my instrument falls over the tenth point of the horizontal shadow, as is shown in the drawing below, and that from point C to point B, or from point E to point F, there are 350 steps, and that from my eye, that is, from point F to the ground, are 2 steps. I multiply the mentioned 350 steps by 10 (that is, by the point on the horizontal shadow where the plumb line falls). This makes 3500 and I divide this by 12 (that is, the 12 portions or points of each shadow or of the side of the quadrant). This results in $291\frac{2}{3}$ and to it I add 2 (those are the [two]⁹⁸ steps that are supposed to be the distance from point E to point C or from point F to point B). This makes $293\frac{2}{3}$ ⁹⁹ and these are the steps of the length of the mentioned height

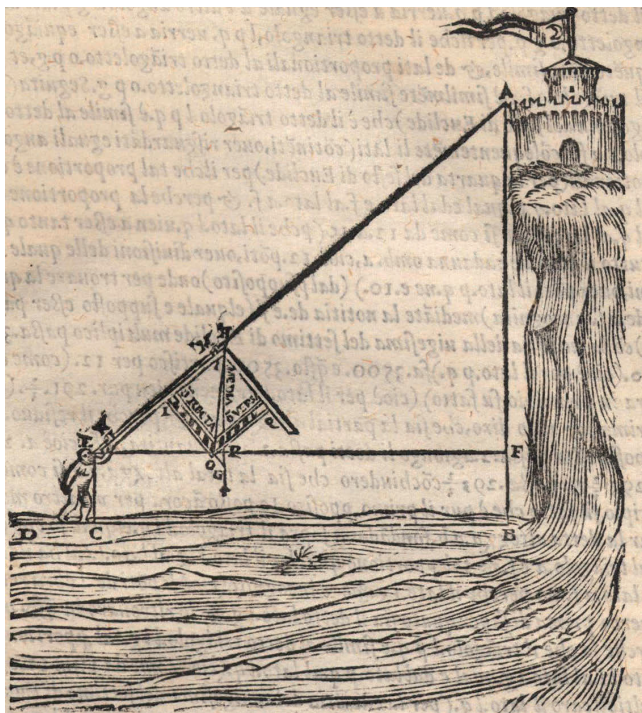
⁹⁶The specification “or minutes” was added in the 1550 edition.

⁹⁷The specification “144” minutes was added in the 1550 edition.

⁹⁸The number “2” is specified in the 1537 and 1550 editions.

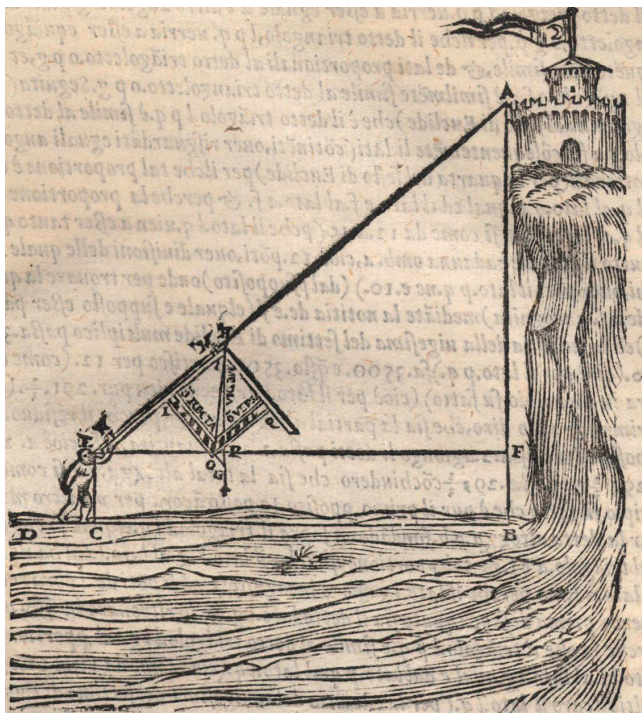
⁹⁹The 1558 print run reads “ $\frac{2}{1}$.” The 1550 edition is not readable at this point. The 1537 edition correctly reads “ $\frac{2}{3}$.”

LIBRO TERZO - 27r



AB perche dal ochio mio (cioè dal ponto E) duco pur (fi come nella precedente) la linea EF equidistante al piano, ouer linea CB (eßendo perfetto piano il spacio terreo CB) ouer la duco secondo l'ordine del piano del orizzonte, cioè perpendicolarmente sopra la linea AB in ponto F ancor produco il lato della ombra retta (cioè la linea IO(I) fina a tanto che concorra con il perpendicolo in ponto G cauando il triangolo ILG il qual triangolo ILG (per le medeme ragioni et argomenti adutti nella demostratione della precedente) uien a eßer simile al triangolo EAF et perche il triangoletto GOP (per la prima parte della seconda del festo di Euclide) uien a eßer simile al detto triangolo GIL onde (per la uigesima del festo di Euclide)

THIRD BOOK - 27r



AB. This happens because (as done previously) I conceive line EF from my eye (that is, from point E) equidistant to the ground, that is, to line CB (as the ground CB is perfectly flat), or I conceive it according to the plane of the horizon, that is, perpendicularly to line AB at point F. I then change the position of the side of the vertical shadow (that is, line IO[]) as much [as] to meet the perpendicular at point G, constructing in this way triangle ILG. This triangle (for the reasons and arguments given in the previous demonstration) is similar to triangle EAF. Since, moreover, the small triangle GOP (based on the first part of the second [proposition] of the sixth [book] of Euclid) is similar to triangle GIL, then (based on the twentieth [proposition] of the sixth [book] of Euclid)

LIBRO TERZO - 27r - cont.

il detto triangoletto GOP uien a eßer simile al triangolo EAF et perche l'angolo LPQ (del triangolo LPQ) è eguale (per la 15 del I di Euclide) a l'angolo OPG (del triangoletto OPG) et l'angolo LQP del detto triangolo LQP è eguale (per la 3 petitione del I di Euclide) a l'angolo POG (del detto triangoletto POG) perche l'uno e l'altro è retto onde (per la feconda parte della trigefimafeconda del primo di Euclide) l'altro angolo PLQ (del detto triangolo PLQ) uerria a eßer eguale a l'altro angolo OGP del detto triangoletto OGP per il

THIRD BOOK - 27r - cont.

the mentioned small triangle GOP is similar to triangle EAF. Since angle LPQ (of triangle LPQ) is then equal (based on the fifteenth [proposition] of the first [book] of Euclid) to angle OPG (of the small triangle OPG), and angle LQP of the mentioned triangle LQP is equal (based on the third postulate of the first [book] of Euclid) to angle POG (of the mentioned small triangle POG), and because of the fact that both are right angles, therefore (based on the second part of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid) the other angle PLQ (of the mentioned triangle PLQ) is equal to the other angle OGP of the mentioned small triangle OGP. Therefore,

LIBRO TERZO - 27v

che il detto triangolo LPQ uerria a eſſer eguale a l'altro angolo OGP del detto triangoletto OGP per il che il detto triangolo LPQ uerria a eſſer equiangolo e confequentemente ſimile, et de lati proportionali al detto triangoletto OPG, et perche il triangolo EFA è ſimilmente ſimile al detto triangoletto OPG Seguita (per la uigefima del feſto di Euclide) che è il detto triangolo LPQ è ſimile al detto triangolo EAF è confequentemente li lati (continenti, ouer riſguardanti eguali angoli) propotionali (per la quarta del feſto di Euclide) per il che tal proportione è dal lato LQ al lato QP qual e dal lato EF al lato AF et perche la proportione del lato LQ al lato QP e ſi come da 12 a 10 (perche il lato LQ uien a eſſer tanto quanto e tutto il lato de cadauna ombra, cioè 12 ponti, ouer diuiſioni delle quale diuiſioni, ouer ponti il lato PQ ne e 10) (dal praefuppoſito) onde per trouare la quantita de AF (incognita) mediante la notitia de EF (el quale e ſuppoſto eſſer paſſa 350) con la euidencia della uigefima del ſettimo di Euclide multiplico paſſa 350 per 10 (cioè per il lato PQ) fa 3500 e queſto 3500 partifco per 12 (come che ancora in principio fu fatto) (cioè per il lato LQ) mene uien pur $291\frac{2}{3}$ (come prima) et tanto diro, che ſia la partial altezza AF et perche il reſiduo FB è ſuppoſto eſſer paſſa 2 agiongo li detti paſſa 2 alla quantita AF (cioè a $291\frac{2}{3}$)] fa $293\frac{2}{3}$ et paſſa $293\frac{2}{3}$ conchiudero che ſia la total altezza AB ſi come in principio fu fatto che è pur il primo propoſito. Io poſſo ancora per vn'altro modo trouar la detta altezza AB fondandomi ſopra il triangolo LIG elqual ſo che e ſimile al triangolo AEF et tal proportione qual ha il lato IG al lato IL¹⁰⁰ tal ha il lato EF al lato AF ma perche il lato IG me è incognito (cioè li ponti de l'ombra retta IG) cerco prima di ſaper quanto ſia il detto lato IG et lo ritrouaro in queſto modo perche ſo che il triangolo LPQ è ſimile al detto triangolo LIG tal proportione e dal lato LI al lato IG qual e dal lato PQ al lato LQ (cioè come da 10 a 12)] e pero multiplicaro il lato LQ (per la euidencia della uigefima del ſettimo di Euclide) ſia il lato LI (cioè 12 ſia 12) fara 144 et queſto 144 partiro per il lato PQ che è 10 mene uenira $14\frac{4}{5}$ e ponti $24\frac{2}{5}$ diro che ſia la ombra retta IG

¹⁰⁰La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “ILG al lato L” al poſto di “IG al lato IL.”

THIRD BOOK - 27v

the mentioned triangle LPQ is equal to the other angle OGP of the mentioned small triangle OGP. Therefore, the mentioned triangle LPQ has the same angles and, consequently, is similar and has proportional sides to those of the mentioned small triangle OPG. Therefore and similarly, triangle EFA is similar to the mentioned small triangle OPG. It follows that (based on the twentieth [proposition] of the sixth [book] of Euclid), the mentioned triangle LPQ is similar to the mentioned triangle EAF and, consequently, the sides (which contain and are turned toward equal angles) are proportional [to each other] (based on the fourth [proposition] of the sixth [book] of Euclid). Therefore, the ratio of side LQ to side QP is the same as of side EF to side AF. Since the ratio of side LQ to side QP is the same as 12 to 10 (because side LQ is as long as the side of each shadow, that is, 12 points or portions, and side PQ is as long as 10 of them), (keeping the suppositions), in order to find the length AF (unknown) by means of the known length EF (which is supposed to be 350 steps), basing the argument on the twentieth [proposition] of the seventh [book] of Euclid, I multiply 350 steps by 10 (that is, side PQ). It makes 3500, which I then divide by 12 (as has been done at the beginning) (that is, by side LQ). The result is $291\frac{2}{3}$ (as before) and I say that this is the length of the portion AF [of the height AB]. Since the remaining part FB is supposed to be 2 steps long, I add these two steps to the quantity AF (that is, to $291\frac{2}{3}$ []). The result is $293\frac{2}{3}$, which is the number of steps of the entire height AB, as achieved at the beginning and was the first thing to be demonstrated. I can also ascertain the height of AB by other means. The reasoning [of this other method] is based on the fact that triangle LIG is similar to triangle AEF and the ratio between side IG to side IL,¹⁰¹ is the same as side EF to side AF. As side IG is unknown (that is, the points of the vertical shadow IG), I try to find out how long the mentioned side IG is first and will find out in the following way. I know that triangle LPQ is similar to triangle LIG and therefore side LI to side IG has the same ratio as side PQ to side LQ (that is, as 10 to 12 []). I multiply side LQ (based on the twentieth [proposition] of the seventh [book] of Euclid) by side LI (that is, 12 by 12), which makes 144. I divide this result by side PQ, which is 10. It results in $14\frac{2}{5}$ and I will say that $24\frac{2}{5}$ points is [the length of] the vertical shadow IG.

¹⁰¹The 1558 print run mistakenly reads "ILG to side L."

LIBRO TERZO - 27v - cont.

fatto questo procedero come fece in principio multiplicaro il lato IL (che è 12) fia il lato EF (che 350) fara 4200 et questo 4200 partiro per li ponti della ombra retta cioè per il lato IG che e $14\frac{2}{5}$ ne uenira $291\frac{2}{3}$ per il lato AF (fi come per l'altro modo) dapoi gli agiongero la quantita FB cioè paßa 2 fara pur paßa $293\frac{2}{3}$ che è pur il primo propofito. Et perche fi come è il lato LQ al lato (ouer ypothumißa[]) LP fi e il lato EF al lato (ouer ypothumißa) EA et perche il lato LQ al lato ouer ypothumißa LP (per la penultima del I di Euclide) e come 12 alla radice quadrata di 244 onde per trouar lo lato, ouer ypothumißa EA (occulta) (per la euidencia della 20 del 7 di Euclide) multiplico lo lato EF (cioè paßa 350) fia la radice quadrata di 244 fara radice quadrata 29890000 loqual partifco per 12 ne uien radice quadrata $207569\frac{4}{9}$ la qual fara circa $455\frac{2}{3}$ è paßa $455\frac{2}{3}$ uel circa diro che fia la distantia ypothumißale, ouer diametrale AE che è il fecondo propofito. Ancora per la penultima del I di Euclide. Io potea trouar la detta ypothumißa EA multiplicando il lato EF in fe, che faria 122500 fimilmente il lato FA in fe che faria $85069\frac{4}{9}$ ¹⁰² gionto con 122500 faria $207569\frac{4}{9}$ ¹⁰³ et la radice de $207569\frac{4}{9}$ (la qual faria circa) $455\frac{2}{3}$.¹⁰⁴

¹⁰²La stampa del 1558 riporta erroneamente “ $75059\frac{4}{9}$ ” al posto di “ $85069\frac{4}{9}$.”

¹⁰³La stampa del 1558 riporta erroneamente “ $270569\frac{4}{9}$ ” al posto di “ $207569\frac{4}{9}$.”

¹⁰⁴La stampa del 1558 riporta erroneamente “ $455\frac{4}{9}$ ” al posto di “ $455\frac{2}{3}$.”

THIRD BOOK - 27v - cont.

Once this is done, I proceed as has been done at the beginning. I multiply side IL (which is 12) by side EF (which is 350). It equals 4200 and I divide this by the points of the vertical shadow, that is, by side IG, which is $14\frac{2}{5}$. The result is $291\frac{2}{3}$, which is side AF (as it resulted by means of the other method). I then add to this the length FB, that is, two steps. The result is $293\frac{2}{3}$ steps, which was to be shown first. Since side LQ to side (or hypotenuse[]) LP has the same ratio as side EF to side (or hypotenuse) EA and since side LQ to side or hypotenuse LP (based on the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid) has the same ratio of twelve to the square root of 244, hence, to find side or hypotenuse EA (unknown) (based on the twentieth [proposition] of the seventh [book] of Euclid) I multiply side EF (that is, 350 steps) by the square root of 244, which is the square root of 29890000. I divide this by 12, which makes a square root of $207569\frac{4}{9}$, which is ca. $455\frac{2}{3}$. This is the number of steps of the hypotenuse or diametral distance AE, which was to be shown secondly. Another method based on the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid: I can find the mentioned hypotenuse EA by multiplying side EF by itself, which makes 122500 and, similarly, side FA by itself, which makes $85069\frac{4}{9}$.¹⁰⁵ Added to 122500, this makes $207569\frac{4}{9}$.¹⁰⁶ and the square root of this which is ca. $455\frac{2}{3}$.¹⁰⁷

¹⁰⁵The 1558 print run mistakenly reads “ $75059\frac{4}{9}$.”

¹⁰⁶The 1558 print run mistakenly reads “ $270569\frac{4}{9}$.”

¹⁰⁷The 1558 print run mistakenly reads “ $455\frac{4}{9}$.”

LIBRO TERZO - 28r

e paſſa circa $455\frac{2}{3}$ diria che fuſſe la detta ypothumiſſa EA ſi come che ancora per l'altra uia fu determinato che è il propoſito, et ſe per caſo il piano terreo non fuſſe piano, ouer che il perpendicolo caſcaſſe ſopra alcuna parte di ponto, ouer de diuiſione procederſi ſi come nella precedente, et per conoſcer meglio le dette parti ouer frattioni diuidero cadaun ponto, ouer diuiſione, ſi de l'ombra retta come della uerſa (come diſopra fu ancor detto) in altre dodeci parti, et cadauna di quelle chiamaremo minuto: la qual diuiſione mi fara molto accomoda per trouar le dette altezze, et ancora le diſtantie ypothumiſſale et orizzontale ſenza mouermi dal luoco doue me ritrouo.

Propoſitione. X.

Voglio artificialmente miſurare l'altezza duna coſa apparente, che non ſi poſcia andare, ne ancor uedere la baſa, ouer fondamento di quella, et tutto a un tempo uoglio inueſtigare la diſtantia ypothumiſſale, ouer diametrale di tal altezza, et ancor a la diſtantia orizzontale, cioe quella, che e dal mio occhio al ponto doue il pian del orizzonte ſega tal altezza, quantunque tal ponto non ſia apparente, oueramente quella, che e dalli miei piedi rettamente alla baſa, ouer fondamento di tal altezza, quantunque tal baſa, ouer fundamento me ſia occulto.

THIRD BOOK - 28r

and $455\frac{2}{3}$ is the number of steps of the length of the mentioned hypotenuse EA, as has been found by means of the previous method, which was to be shown. If it happens that the ground is not flat, that is, that the plumb line falls over a certain point or portion, I then proceed according to the previous proposition. To ascertain the mentioned portions or fractions more precisely, I divide each point or portion of both the right and the horizontal shadow (as has been said above) into a further twelve portions, each of them called a minute. A division of this kind is particularly useful for finding the mentioned heights, hypotenuses and horizontal distances without moving from the place where I am.¹⁰⁸

Tenth proposition.

I would like to artificially measure the height of a perceptible object, whose lowest point or fundament cannot be seen and to which one cannot go. By means of the same operation, I would like to investigate the hypotenuse or diametral distance of such a height and also the horizontal distance, that is, the distance between my eye and the point where the line of the horizontal distance meets that height, although this point cannot be seen. Similarly, I would like to investigate the length of the line from my feet straight toward the lowest point or fundament of that height, although it cannot be seen.

¹⁰⁸The last sentence was added in the 1550 edition.

LIBRO TERZO - 28r - cont.

Sia la cofa apparente A l'altezza di la quale (per la terza diffinitione di questo) è la perpendicolare dutta¹⁰⁹ dalla uertice A alla bafa, ouer piano terreo doue eſa altezza ſe ripofa, il qual piano pongo ſia quello perfetto piano che ſe iſtende (ſe non in atto almen in mente) dal luoco doue me ritrouo equidiftantemente al pian del orizzonte, il qual piano pongo che una parte ne ſia il ſpacio doue ſe iſtende la linea DR et parte della detta altezza, ſia la linea AS il fondamento di la qual altezza uerria a eſſer dentro della globofita terrea T cioè doue concorrariano inſieme le due linee DR et AS eſſendo protratte con la mente penetrante la detta globofita T il qual concorſo pongo che ſia (ſi come nella paſſata) il ponto B il qual ponto B non è apparente per cauſa della detta globofita terrea T hor dico che uoglio artificialmente con lo aſpetto miſurare la detta altezza AB (quantunque non ſi poſſa andare ne approbimare alla bafa, ouer fondamento di quella, cioè al ponto B) et tutto a un tempo uoglio ritrouare la diſtancia ypothumiſale, ouer diametrale di tal altezza, et ſimilmente la diſtancia orizzontale cioè quella, che è dal mio occhio al punto doue il piano del orizzonte ſega tal altezza quantunque tal ponto non ſia apparente per cauſa della globofita T oueramente quella che è dalli miei piedi per retta linea al fondamento di tal altezza (cioè al ponto B[)] quantunque [t]al ponto B ne ſia occulto per cauſa della detta

¹⁰⁹La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “tutta” al poſto di “dutta.”

THIRD BOOK - 28r - cont.

Let there be given the perceptible object A, whose height (based on the third definition of the present work) is the perpendicular line produced¹¹⁰ from top A to the lowest point, that is, to the ground at the point where that height arrives. I suppose that the ground lies perfectly flat (if not in fact, then at least mentally) that extends from the point where I am, equidistant to the plane of the horizon. A part of this plane is supposed to be the space where line DR is drawn. A part of the height is line AS. The lowest part of this height arrives into the spherical ground [designated as] T and if lines DR and AS are mentally extended into the mentioned spherical ground T, they meet, as in the previous [proposition], at point B, which is not visible because of the mentioned spherical ground T. I say that I would like to artificially measure by sight the mentioned height AB (although one cannot get close to the lowest point or fundament of the height, that is, to point B). By the same operation, I would like to find out the hypotenuse or diametral distance of such height and, similarly, the horizontal distance, that is, that distance from my eye to the point where the plane of the horizon meets that height, although this point is not visible because of the spherical ground T. Therefore, I would also find out the distance of the straight line from my feet to the fundament of such a height (that is, to point B[]), although point B is hidden because of the mentioned

¹¹⁰The 1558 print run mistakenly reads “tutta” instead of “dutta.”

LIBRO TERZO - 28v

globofita. Piglio il mio iftumento in mano ouer che lo affermo in qualche cofa ftabili talmente che fi poſſa girare da baſo in alto, da poi mi affermo in qualche loco che ſia piu perfetto piano che ſia poſſibile e procedo con il detto mio iftumento fi come nella precedente, cioè appoſto un ponto in la detta cofa apparente qual ſia la uertice A et quella cerco di uedere per li dui forami del mio iftumento fatto queſto confidero futilmente ſopra qual lato, ouer ombra cade il perpendicolo del detto iftumento, il quale ſel cade (come frequentemente interuiene in tal forte di miſurationi) ſopra il lato della ombra uerſa, uedo quanti ponti taglia il detto perpendicolo, et per quel numero de ponti io parto 12 et dapoí ſeruo il numero quoziente eſempi gratia ſe il detto perpendicolo cade ſopra alli 2 ponti, il numero quoziente uien a eſſer 6 il qual ſeruo da parte, da poi ſegno il loco nel qual ſon ſtato et poi mi tiro alquanto (rettamente) in drio, ouer che uado alquanto piu inanti del detto loco et un altra uolta in la ſeconda ſtatione cerco da nouo da uedere la detta ſummita, ouer uertice A per li detti forami del detto mio iftumento, et dapoí guardo diligentemente ſopra quanti ponti della detta ombra uerſa cade il detto perpendicolo, per il qual numero de ponti di nouo parto pur 12 et il numero quoziente che me uiene, lo ſotto, del primo quoziente che fu ſeruato (ſe quel è minore) ouer al contrario ſe quel é maggiore, et ſeruo tal ecceſſo, eſempi gratia ſe in la ſeconda ſtatione il perpendicolo cadeſſe ſopra alli 6 ponti della detta ombra diuido 12 per il detto 6 me uiene per numero quoziente 2 il qual 2 ſotto da l'altro numero quoziente ſeruato che fu 6 lo ecceſſo dil qual ſotramento è 4 il qual ecceſſo ſeruo da banda dapoí miſuro il ſpatio, che è fra la prima, et ſeconda ſtatione (con che miſura mi piace) et il numero di quelle miſure diuido per il numero dello ecceſſo di ſopra ſeruato, cioè per 4 et a quello che uiene gli agiongo la perpendicolare del mio occhio a terra, et tal ſumma conchiudo che ſia l'altezza della detta cofa apparente. Eſempi gratia ſel numero delle miſure del detto ſpatio fuſſe paſſa 156 diuido il detto 156 per 4 ne uiene paſſa 39 et a queſto 39 li agiongo la perpendicolar del mio occhio a terra (qual pongo ſia paſſa 2) fa paſſa 41 et tanto conchiudo che ſia la detta altezza AB.

THIRD BOOK - 28v

spherical ground. I take my instrument in my hands and fix it onto something stable so that I can turn it upward.¹¹¹ I then choose a place where the ground is perfectly flat and proceed with the mentioned instrument of mine, as has been said in the previous proposition. Therefore, I target the top of the mentioned perceptible object at point A and try to see that point through the holes of my instrument. Once this is done, I diligently observe over which side or shadow the plumb line of the mentioned instrument falls. If it falls (as often happens in these sort of measurements) over the side of the horizontal shadow, I observe on which point the plumb line falls. I then divide 12 by that number of points, obtaining the quotient number, which I file. For example, if the mentioned line falls over point 2, the quotient number is 6, which I file. I then mark out the place where I was and move (straightly) a little backwards or forwards from the mentioned place. In this second place, I target the mentioned top at point A again through the mentioned holes of the mentioned instrument of mine and, then, I diligently observe over which portion of the mentioned horizontal shadow the plumb line falls. Again, I divide 12 by that number of points and obtain the quotient number. I then subtract the first quotient number from this number, which is filed (if the latter is smaller), or, on the contrary, if the first quotient number is greater, I then subtract from this the second quotient number. Finally, I file this difference. For example, if in the second place the plumb line falls over point 6 of the mentioned shadow, I divide 12 by 6 and obtain 2 as a quotient number. I subtract this from the other filed quotient number, which was 6, and file the difference which is 4. I then measure the space between the first and the second measurement location (using the unit of measurement that I prefer). I then divide this distance by the difference I had filed, that is, 4. To the result of this operation I add the length of the perpendicular from my eye to the ground and conclude that the result of such a sum is the height of the perceptible object. For example, if the number of units of measurement of the mentioned space [between the two measurement locations] is 156 steps, I divide 156 by 4, which makes 39 steps. I add to 39 the length of the perpendicular from my eye to the ground (which I suppose to be 2 steps). The result is 41 steps. I conclude that this is the length of the mentioned height AB.

¹¹¹ The part of the sentence from “fix” to “upward” was added in the 1550 edition.

LIBRO TERZO - 28v - cont.

Ma per eſſer questa propoſitione alquanto piu difficile delle altre la uoglio reſſem-
 plicare un'altra uolta, et uariatamente del ſopra dato eſſempio hor poniamo di
 nouo che nella prima ſtatione (quala pongo ſia doue il ponto C) il perpendicolo
 del mio iſtromento mi cada ſopra il decimo ponto della ombra uerſa (come di ſotto
 appar in diſegno) et in la ſeconda ſtatione (quala pongo ſia quella doue il ponto
 U) mi cada ſopra lo ottauo ponto della detta ombra uerſa (come di ſotto appar in
 figura) et che dal ponto C al ponto U ſia piedi 285 et che dal occhio mio a terra
 (cioè dal ponto E al ponto C) ouer dal ponto X al ponto U ſia piedi 4 parto 12 (cioe
 le 12 diuiſione de cadauna ombra) per 10 cioè per li X ponti che ſega il perpendi-
 colo nella prima ſtatione ne uien $1\frac{1}{5}$ qual ſeruo, poi parto ſimilmente il medemo
 12 per 8 (cioè per li ponti che ſega il detto perpendicolo nella ſeconda ſtatione) ne
 uien $1\frac{1}{2}$ et da queſto $1\frac{1}{2}$ ne ſotro quel $1\frac{1}{5}$ che fu ſeruato reſta $\frac{3}{10}$ et per queſto $\frac{3}{10}$
 parto 285 (cioè la quantita di piedi che è dal ponto C al ponto U) ne uien 950 et a
 queſto 950 gli agiongo 4 (cioè gli piedi 4 che hauemo ſuppoſto che ſia dal ponto
 E al ponto C ouer [d]al ponto X¹¹² al ponto U)

¹¹²La ſtampa del 1558 riporta erroneamente “10” al poſto di “X.”

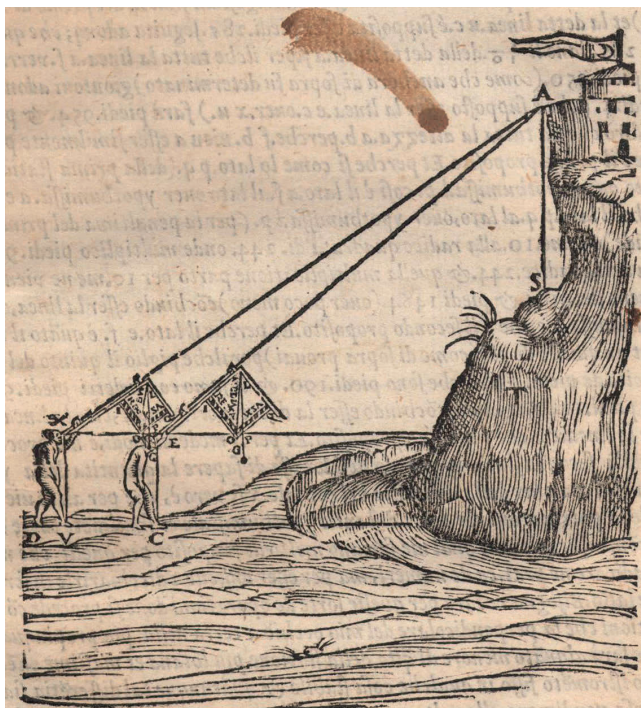
THIRD BOOK - 28v - cont.

As this proposition is a bit more difficult than the others, I would like to give another example. This time, it is different than in the example described above. We suppose that at the first measurement location (which is supposed to be at point C) the plumb line of my instrument falls over point 10 of the horizontal shadow (as is shown below in the drawing). At the second measurement location (which is supposed to be at point U), it falls over the eighth point of the mentioned horizontal shadow (as appears below in the drawing). Further, I suppose that the distance from point C to point U is 285 feet and that from my eye to the ground (that is, from point E to point C), or from point X to point U, there are 4 feet. I divide 12 (that is, the twelve portions of each shadow) by 10, that is, for the 10 points over which the plumb line falls at the first measurement location. This makes $1\frac{1}{5}$, which I file. I then similarly divide the same 12 by 8 (that is, the point over which the plumb line falls at the second measurement location). It makes $1\frac{1}{2}$. From this $1\frac{1}{2}$, I subtract $1\frac{1}{5}$, which was filed, and the difference is $\frac{3}{10}$. I divide 285 (that is, the quantity of feet between point C and point U) by this $\frac{3}{10}$ and this makes 950. I then add 4 (that is, the 4 feet we had supposed to be the length from point E to point C, or from point X¹¹³ to point U), to this 950.

¹¹³The 1558 edition mistakenly reads “10” instead of “X.”

THIRD BOOK - 29r

The result is 954 feet. In conclusion, this is the height of the perceptible object A, that is, the line between point A and point B (which is hidden behind the spherical ground T[)]. And to demonstrate this from the eye of the second measurement location, (that is, from point X) to the eye of the first [measurement station], that is, to point E,¹¹⁵ I conceive line XE¹¹⁶ and prolong it mentally until it meets line AB beyond the spherical ground T at point F (as in the previous [proposition]). As this point F is hidden to the corporeal eye, I consider it by means of the



¹¹⁵In the 1537 edition, the last sentence from “And to demonstrate” to “point E” reads in the following way: “Because from my eye at the second [measurement] location (that is, from point X) to the eye of the first [measurement location] (that is, to point E).”

¹¹⁶The 1558 print run mistakenly reads “YE” instead of “XE.”

LIBRO TERZO - 29r - cont.

mentale, et perche il triangolo AEF (per le ragioni assignate nella precedente) è simile al triangolo LPQ (della prima statione) e tal proportione qual ha la linea ouer lato AF alla linea, ouer lato EF tal ha il lato PQ al lato QL onde (per la decimaterza, et uigesima prima diffinitione del 7 di Euclide) tante uolte quanto misurara, ouer intrara il lato PQ in lo lato QL tante uolte misurara, ouer intrara il lato AF in lo lato EF et perché il lato PQ è ponti 10 et lo lato LQ ne è 12 (dal praesupposito) adonque il lato PQ intrara $1\frac{1}{5}$ in lo lato LQ. Seguita adonque che il lato AF intra $1\frac{1}{5}$ in lo lato EF fì che se ben io non ho alcuna notitia quanto sia il lato AF ne ancora il lato EF io son certo almen di questo che lo detto lato AF intra come ho detto $[1]\frac{1}{5}$ in lo detto lato EF et questo feruo da parte, et mi uolto alla seconda statione e per le medeme ragioni trouo che lo triangolo XFA è pur simile al

THIRD BOOK - 29r - cont.

mind's eye. Since triangle AEF (for the reasons described in the previous [proposition]) is similar to triangle LPQ (of the first measurement location) and line or side AF to line or side EF has the same ratio as side PQ to side QL, therefore (based on the thirteenth and of the twenty-first definition of the seventh [book] of Euclid) side PQ is contained by side QL as many times as side AF by side EF. And, since side PQ is ten points long and side LQ is twelve (as was presupposed), side PQ is contained $1\frac{1}{5}$ [times] by side LQ. It follows that side AF is contained by side EF $1\frac{1}{5}$ times and, although I do not have any information concerning side AF and side EF, I am still sure about the fact that AF is contained by EF $1\frac{1}{5}$ ¹¹⁷ times. And I file this result. I then move to the second measurement location and, because of the same reasons, I ascertain that triangle XFA is also similar to

¹¹⁷The 1558 print run mistakenly reads " $\frac{1}{3}$ " instead of " $1\frac{1}{5}$."

LIBRO TERZO - 29v

triangolo LPQ della detta seconda statione, et che tante uolte quanto intra il lato PQ (che è ponti 8) in lo lato LQ (che è ponti 12) tanto intrara il lato AF in lo lato XF et perché il lato PQ (cioè ponti 8) intra $1\frac{1}{2}$ in lo lato LQ (cioè in ponti 12)] adonque il lato AF intrara similmente $1\frac{1}{2}$ in lo lato XF onde sottrando il lato EF del lato XF (cioè $1\frac{1}{5}$ de $1\frac{1}{2}$) restara $\frac{3}{10}$ per la differentia EX fi che la det[ta] differentia EX uerria a effer li $\frac{3}{10}$ della detta linea AF et perche la detta differentia EX è tanto quanto la linea UC (per la trigesimaquarta del primo di Euclide) et la detta linea UC é supposita effer piedi 285 seguita adonque che questi piedi 285 fiano li $\frac{3}{10}$ della detta linea AF per il che tutta la linea AF verria a effer piedi 950 (come che anchora di sopra fu determinato) giontoui adonque li piedi 4 (che è supposito effer la linea EC ouer XU) farà piedi 954 et piedi 954 dirò che sia tutta la altezza AB perche FB uien a effer similmente piedi 4 che è il primo propofito. Et perche fi come lo lato PQ¹¹⁸ (della prima statione) al lato ouer ypothumiffa LP cofi è il lato AF al lato ouer ypothumiffa AE et perche il lato PQ¹¹⁹ al lato, ouer ypothumiffa LP (per la penultima del primo di Euclide) è come 10 alla radice quadrata di 244 onde multiplico piedi 950 fia la detta radice 244 et quella multiplicatione parto per 10 me ne viene poco meno de 1484 et piedi 1484 (ouer poco meno) conchiudo effer la linea, ouer ypothumiffa AE che è il fecondo propofito. Et perche il lato EF è quanto il lato AF et un quinto de piu (come di sopra prouai) per il che piglio il quinto del lato AF (cioè de piedi 950) che fono piedi 190 et li fumo con li detti piedi 950 fano piedi 1140 et tanto conchiudo effer la distantia orizzontale, cioè la linea EF ouer la linea CB che è il terzo propofito. Et per li medemi modi, e uie procederìa nella feconda statione quando defideraffè di fapere la quantita della ypothumiffa XA ouer della distantia orizzontale XF

¹¹⁸La stampa del 1558 riporta erroneamente “LQ” al posto di “PQ.”

¹¹⁹La stampa del 1558 riporta erroneamente “LQ” al posto di “PQ.”

THIRD BOOK - 29v

triangle LPQ of the mentioned second measurement location. Thus, side PQ (which is eight points long) is contained by side LQ (which is twelve points) as many times as side AF is contained by side XF. Since side PQ (which is eight points) is contained $1\frac{1}{2}$ times by side LQ (which is twelve points[]), hence side AF is similarly contained by side XF $1\frac{1}{2}$ times. Then, by subtracting side EF from side XF (which is $1\frac{1}{5}$ from $1\frac{1}{2}$) it makes $\frac{3}{10}$, which is the remaining EX. But the remaining EX is as $\frac{3}{10}$ of the mentioned line AF and, since the remaining EX is as long as line UC (based on the thirty-fourth [proposition] of the first [book] of Euclid) and, since the mentioned line UC is supposed to be 285 feet long, it therefore follows that these 285 feet are $\frac{3}{10}$ of the entire line AF and, therefore, the entire line AF is 950 feet long (as resulted above). I then add to this result 4 feet (which is the supposed length of line EC or XU), which makes 954 feet. This is the length of the entire height AB, because FB is also 4 feet long, which was to be shown first. Since side PQ¹²⁰ (of the first measurement location) to side or hypotenuse LP has the same ratio as side AF to side or hypotenuse AE, and since side PQ¹²¹ to side or hypotenuse LP (based on the penultimate [proposition] of the first [book] of Euclid) has the same ratio as 10 to the square root of 244, I multiply 950 feet by the mentioned square root of 244 and divide the resulting number by 10. The result is a bit less than 1484. I conclude that line or hypotenuse AE is 1484 feet long (or a bit less), which was to be shown secondly. Since side EF is equal to the sum of side AF with a fifth of the same AF (as I proved above), I calculate that a fifth of side AF (which is 950) makes 190 and I add this to the mentioned 950 feet. This makes 1140 feet and is the horizontal distance, that is, line EF or line CB, which was to be shown thirdly. I would then follow the same methods and ways at the second measurement location if I wanted to ascertain the quantity of the hypotenuse XA or the horizontal distance XF.

¹²⁰The 1537 edition reads "LQ" instead of "PQ."

¹²¹The 1537 edition reads "LQ" instead of "PQ."

LIBRO TERZO - 29v - cont.

vero è, che per altre uie piu facile io potria trouar le dette distantie ypothumiſale et ſimilmente tutte le altre commenſurationi, le qual uie fariano molto al propoſito per quelli che non ſano radicare ne pratica de numeri, ma per eſſer difficile a dicchiarirle in ſcrittura, le laſo. Biſogna notare per queſte forte de operationi doue ſi procede con due poſitioni che la perpendicolare del mio occhio a terra nella piu propinqua ſtatione farà alquanto minore di quella della ſtatione piu lontana et maſime eſſendo il detto iſtromento fiſſo in qualche coſa ſtabile et quantunque tal differentia ſia poca coſa, nondimeno alle uolte puo cauſar non poco errore, et per tanto eſſorto a fonderſe nella perpendicolare, che farà da quel pironcino doue ſta attaccato il piombino per infino a terra ſi in l'una come in l'altra ſtatione, il qual pironcino uien a eſſer il centro di tal iſtromento, et congignando il detto iſtromento girabile in qualche coſa che ſtia in piedi, come ſono li lucernari, el ſi debbe congegnare da l'altra banda di tal iſtromento vn pirone fermo a dirimpeto del pironcino del piombino, talmente che tal iſtromento uenghi a girare ſopra il ſuo centro, perche girando ſopra altro ponto, ſempre ui correrà alquanto di errore nella concluſione. Hor per ritornar al noſtro propoſito, ſe per forte io fuſſe pur tanto appreſſo della detta altezza, che il perpendicolo mi caſcaſe ſopra la ombra retta, vederò medeſimamente quanti ponti gli harà il detto perpendicolo di detta ombra retta, et procederò al contrario del precedente modo, cioè io partirò li detti ponti tagliati dal detto perpendicolo, per 12 del qual partimento neceſſariamente

THIRD BOOK - 29v - cont.

It should also be added that I could find out the mentioned hypotenuses as well as all other measurements by means of other methods, which are easier, especially for those who are not able to calculate the square root and are not practiced with numbers. However, as these methods are difficult to describe by means of writing, I will not discuss them.¹²² One also has to note that, in these sort of operations when two positions [for the measurement] are involved, the perpendicular from my eye to the ground at the closest position is a little shorter than the one at the position further away, especially when the instrument is fixed on something stable. Although such a difference is small, it can sometimes cause a large mistake. Therefore, I exhort to drive [the instrument] at both places, along the perpendicular which starts at the small pivot where the plumb line is fixed, down to the ground. In this way, that small pivot becomes the center of the instrument. If the instrument is conceived as turning around on something that stands, for instance, on poles to hang lamps, the instrument should be designed to have a pivot on the other side of the point where the small pivot for the plumb line is. In this way, the instrument rotates around its center. Otherwise, if it turns around another point, an error will always occur in the conclusions. Now, to go back to our purpose, if it happens that I am so close to the mentioned height that the plumb line falls on the vertical shadow, I again observe the point over which the plumb line of the mentioned instrument falls. But, I then proceed in the opposite way as the previous method. Namely, I divide the number of points indicated by the plumb line by 12 and, from this division, a

¹²²The 1537 first edition of Tartaglia's *Nova scientia* concludes here in the following way: "It is true that I could find alternative and easier methods to find the diametral distances, which would be very appropriate for those who are not able to calculate the square roots and who do not even know what the square root is. However, as these subjects are difficult to explain in written form, I decided to show them actively that is, by viva voce. Similarly, I do not show [how to calculate] the horizontal distances, or how to measure the widths and depths of the perceptible things, because these subjects are not very relevant for the bombardiers. I intend to speak about these particular things with more ease another time."

LIBRO TERZO - 30r

ne venirà fempre un rotto; el qual rotto feruarò da banda, et dapò segnarò il loco nel qual farò stato, et dapoi me tirarò alquanto rettamente in drio, ouer che andarò alquanto piu inanti del detto luoco, (come fu fatto nell'altra sopradetta operatione) et vn'altra volta in la seconda statione cercarò di nouo di veder la detta sommità, ouer vertice A per li detti forammi del detto istromento, et dapoi guardarò diligentemente sopra quanti ponti della detta ombra retta caderà il detto perpendicolo, li quali ponti di nouo li partirò per 12 del qual partimento necessariamente me ne venirà vn rotto, et questo tal rotto lo cauarò da quell'altro primo che fu seruato da banda, (eßendo però menor di quello,) oueramente cauarò quel primo da questo secondo, eßendo maggiore, et questo restante seruarò da banda, dapoi misurarò il spacio, che è fra la prima, et seconda statione, con che misura me parerà, et il numero di queste tal misure partirò per quel mio restante (seruato da banda) et a quello auenimento gli aggiungo la perpendicolare, che farà dal centro del mio istromento à terra (cioè da quel ponto doue sta attaccato il perpendicolo) et tal summa conchiuderò che sia l'altezza della detta cosa apparente. Eßempi gratia, se nella prima positione, ouer statione, il perpendicolo, ouer piombino mi cascaße sopra lo terzo ponto della ombra retta, io parteria li detti 3 ponti per 12 (lato del quadro) et me ne ueneria $\frac{1}{4}$ et questo $\frac{1}{4}$ seruaria da banda, et dapoi segnarò il luoco doue son stato, cioè farò vn segno nel detto piano rettamente sotto doue cade il piombino del istromento. Dapoi me tiraria alquanto in drio, et un'altra volta in questo secondo luoco cercaria la detta sumita, ouer vertice A per lo trasguardo del detto istromento et dapoi guardaria sopra a quanti ponti della detta ombra retta caderia el detto mio piombino, et se per cafo quel cascaße sopra il 4 ponto, io partiria il detto 4 per 12 et me ne veneria $\frac{1}{3}$ et così di questo $\frac{1}{3}$ ne cauaria quel $\frac{1}{4}$ che da prima fu saluato, et me ne restaria $\frac{1}{12}$. Dapoi misuraria diligentemente il spacio che farà frà la prima et seconda statione, cioè da quel ponto signato nel piano nel luoco doue riguardaua il ponto piombino nella prima operatione, a quello doue che riguardarà nella seconda, qual spacio pongo per eßempio che fuße paßa 8 io partiria questi paßa 8 per quel $\frac{1}{12}$ et me ne veneria 96 et à questo 96 gli aggiongerò quanto farà dal pironcino del detto mio istromento per fin in terra, qual pongo che ve sia I paßo giongeria alli detti paßa 96 quel paßo I et farà 97 paßa et paßa 97 conchiuderia che fuße la detta altezza AB. Et la verità di questa tal propositione se dimostra per li medefimi modi, e uie che fu fatto della prima parte, cioè per la similitudine di triangoli, et delli suoi lati proportionali.

THIRD BOOK - 30r

fraction of a number necessarily results. I file this fraction and then I mark the place where I am. Then, following a straight line, I move backwards or forwards (as has been done in the above-mentioned operation). Then, I try to see the mentioned top at point A through the holes of the mentioned instrument again. Further, I diligently observe over which point of the vertical shadow the plumb line follows and I divide this number by 12. From this division, a fraction necessarily results. I subtract this last fraction from the first, which was filed (if the second is smaller than the first), or I subtract the first from the second, if the second is greater. I then file the result of the subtraction. Then, I measure the space that is between the first and second measurement location, according to the unit of measurement that I prefer. Then, I divide this number by that remaining (filed away) and to this result I add the length of the perpendicular from the center of my instrument to the ground (that is, from that point where the plumb line is fixed). I conclude that this result is the height of the mentioned perceptible object. For example, if at the first measurement location the plumb line falls over the third point of the vertical shadow, I divide the mentioned 3 points by 12 (side of the quadrant) and the result is $\frac{1}{4}$. And I file $\frac{1}{4}$. I then mark the place where I am, that is, I mark the place on the mentioned ground straight under the point where the plumb line of my instrument falls. Then, I move backwards a little bit and target the mentioned top at point A at this second measurement location and through the holes of the mentioned instruments again. Then, I observe over which point on the vertical shadow the plumb line falls. If it happens that it falls on point 4, I divide the mentioned 4 by 12 and this makes $\frac{1}{3}$ and, thus, from this $\frac{1}{3}$ I subtract the $\frac{1}{4}$ that I had filed before. What remains is $\frac{1}{12}$. Then, I diligently measure the space between the first and the second measurement location, that is, from that point marked on the ground under the point where the plumb line fell at the first operation, and the point under the plumb line at the second operation. I suppose this space to be, for example, eight steps long. I divide these 8 steps by that $\frac{1}{12}$ and this makes 96. To this 96, I add that length from the mentioned small pivot down to the ground, which I suppose to be one step. So, I add to the mentioned 96 steps that one step and this makes 97 steps. I conclude that these 97 steps are the height AB. The truth of this proposition is demonstrable by means of the same methods and ways used in the first part, that is, by means of similarity of triangles and proportionality of their sides.

LIBRO TERZO - 30r - cont.

In queſte forte de comenſurationi doue biſogna operare con due poſitioni, ouer in dui colpi, egliè neceſſario a eſſer molto diligente in queſto, che quella coſa doue farà conſignato il noſtro iſtumento girabile ſtia talmente perpendicolare nel ſecondo luoco come che ſtaſeua precipamente nel primo, perche non ſtaſendo coſi precipè non poco errore caufarebbe, et queſto ſi può conoſcere con el piombino medefimo del noſtro iſtumento, ouer con un'altro aſſettato in quella tal coſa.

THIRD BOOK - 30r - cont.

In this sort of measurement method, where one has to operate at two positions, that is, at two times, it is very necessary to be diligent in making sure that at the two different measurement locations the instrument stands exactly equally perpendicular. If the instrument did not stand precisely in the same way, this would cause a relevant error. This can be controlled by means of the plumb line of the instrument itself, or by means of another plumb line fixed to another object.

LIBRO TERZO - 30v

Propositione. XI.

Mi uoglio fabricare un'altro iftumento che mi ferua comodamente a inuiftigare con l'afpetto le diftanze orizzontale et ancora le ypothumiffale delle cofe apparente.

Piglio una lamina di rame, ouer di ottone ben piana groffa circa a una cofa di cortello, et di quella ne cauo un quadro piu giufto che fia poſſibile (per gli modi dati nella quinta propoſitione di queſto) et nel detto quadrato li ne diſegno un'altro alquanto menor del primo, talmente che li quatro lati di queſto ſecondo quadro fiano egualmente diſtanti delli lati del primo et queſto faccio per laſſarui quel poco interuallo per mettere li numeri delle diuiſioni de cadauno lato del detto quadro, ouer iftumento, et in queſto ſecondo quadro gli ne diſegno uno altro terzo quadro tanto menor del ſecondo, che li lati di queſto terzo fiano egualmente diſtanti delli lati del ſecondo circa a quatro cofte di cortello et piu, è manco ſecondo la grandezza ouer picolezza del primo quadrato, et queſto ſecondo interuallo lo laſſo per mettere le diuiſioni di lati del detto iftumento, et fatto queſto diuido cadauno lato di queſti tre quadrati in due parti eguali, et dal centro di tal quadro a ciaſcaduna di quelle diuiſioni tiro una linea retta et per eſſer meglio intefo ſia il primo quadro ABCD con li altri dui quadrati inſcritti come nella ſequenti figura appar, et le linee che uengono dal centro K del detto quadro, alla mitta di ciaſcun lato fiano le due linee EF et GH le quale due linee uengano a diuidere ciaſcadun lato di queſti tre quadrati in due parti eguali, hor dico che queſto iftumento non uoria eſſer men di una ſpanna per fazza, ouer per lato. Il che eſſendo ogni mita del lato del 2 quadrato uol eſſer diuiſo in 12 parti le quali 12 parti ſe chiamano ponti, talche cadaun lato del detto 3 quadrato ueria a eſſer diuiſo in 24 ponti ponti, cioè 12 in una mita et 12 nell'altra mitta, et tutte queſte 12 et 12 ponti cominciano a numerar dalla mitta di ciaſcun lato andando uerſo langolo ſia da una banda come da l'altra, et per eſſer piu pronto a numerar li detti ponti in quel interuallo che fra li lati del primo et ſecondo quadro ui ſi gli mette il numero a ciaſcadun ponto cioè 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12

THIRD BOOK - 30v

Eleventh proposition.

I would like to manufacture another instrument that I can comfortably use to investigate by sight the horizontal distances and the hypotenuses of perceptible objects.

I take a foil of copper, or brass, which is flat and about as thick as the width of the blade of a knife. From it, I produce a square as correct as possible (following the procedures described in the fifth proposition of the present work). Within this square, I draw another square a little bit smaller than the first and in such a way that the four sides of the second square are equally distant from the sides of the first squares. The space between the two squares has to be large enough to write the numbers of the portions of each side of the mentioned square or instrument in it. I then draw a third square within the second, whose sides are equally distant from the sides of the second. The third square should be equidistant to the second square and its sides at a distance from the second, which is about four times the blade of a knife, more or less according to the largeness or smallness of the first square. This second space is left for the marks of the portions of the sides of the mentioned instrument. Once this is done, I divide each side of those three squares into two equal parts. Then, I draw a straight line to each of those divisions from the center of the quadrant. In order to be more comprehensible, let ABCD be the first square with the other two squares inscribed, as is shown in the following figure. The lines that start at the center K of the mentioned quadrant and that go to the middle points of each side are the two lines EF and GH. These two lines divide each side of these three squares into two equal parts. Now I say that this instrument should not be smaller than a span at each side. Then, each half of the sides of the second square is divided into twelve equal parts and these are called points, so that each of the sides of the third square is also divided into twenty-four points, that is, twelve on one half and twelve on the other half. All these twelve and twelve points are enumerated, starting from the middle of each side and then toward the angle on both sides. In order to improve the use of the points, all of these portions are enumerated in the space between the first and second square by assigning a number to each portion, that is, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 and 12.

LIBRO TERZO - 30v - cont.

et il primo ponto in l'una e l'altra mita principia nella mita dil lato (cioè doue che le due linee GH et EF fegano li lati del detto fecondo quadrato) et il 12 ponto di luna et l'altra mita uien a fenire nelli quatro angoli dil detto 3 quadrato et acio che tai 12 et 12 diuifioni per ciafcun lato fiano piu euidente fe diuide tutto quel fpacio che è fra li lati del fecondo et terzo quadrato, et con lineette che venghino dal centro K del quadro a cadauna di quelle 12 et 12 diuifioni gia fatti in ciafcun lato del fecondo quadrato. Et oltra di queſto ciaſcaduno di queſti 12 et 12 ponti de ciafcun lato ſi debe diuidere ancora in altre 12 parti eguali, le quali ſe chiamano minuti, et farli euidenti con lineette tirate dal centro K come fu detto di ponti, et fatto queſto a cadauno lato del detto fecondo quadrato uera a eſſer diuiſo in 288 minuti, cioè 144 in ciaſcaduna mitta del lato, et 144 ne l'altra mitta. Ma perche queſta coſi minuta diuiſione non ſi puo mandar a eſecutione in un quadrato piccolo, nondimeno per eſſer meglio intefo te pongo in figura fotto

THIRD BOOK - 30v - cont.

The first point, on both halves, is at the middle of the side (that is, where the two lines GH and EF meet the sides of the second square). And the twelfth point of both halves is at the angles of the mentioned third square. In order to make each of these twelve and twelve portions on each side more visible, the space between the sides of the second and the third square are divided by small lines drawn from center K of the quadrant toward each of those twelve and twelve divisions already marked on each side of the second square. Moreover, each of these twelve and twelve points of each side are divided again into a further twelve equal parts, which are called minutes. These have to be made visible by means of small lines from center K, in the same way as has been said for the points. Once this is done, each side of the mentioned second square is divided into 288 minutes, 144 on each half of the sides. Because such a division by minute cannot be executed on a small square, in order to make this clearer, I show you

LIBRO TERZO - 31r

lo scritto quadretto del quale ogni mita del lato del fecondo, è diuifo folamente in fie parti, ma per accordarfe con quello che fe ha da dire, fupponeremo che ciafcaduno di quefti uaiia per doi ponti. [II] numero di detti ponti per la ftretezza del fpacio non ui fe fono potuti accomodar, ma bafia a faper che doue finiffe il primo ponto dal E uerfo B fe gli pone I et doue finiffe il fecondo ui fi gli mette 2 et cofi procedendo per fin in 12 el qual 12 ponto uien a terminare nel angolo B del fecondo quadrato il medefimo fi debbe fare nell'altra mitta uerfo A cioè nel fin del primo ponto dal E uerfo A m[e]tterui I et in fin del fecondo 2 et cofi andar procedendo per fin in 12 il qual 12 uien a fenire nel angolo A del fecondo quadrato, et tutto quefto che fe é detto del lato AB del detto fecondo quadrato fi debbe intendere et fare in li altri tre lati AC, CD et DB del detto fecondo quadrato, cioè principiar a numerar alli ponti di mezzo, cioè G, F, H del detto fecondo quadrato et fenir nelli angoli A, B, C, D et bifogna aduertire, come difopra fu detto, che li detti numeri di ponti uogliono effer posti in quelli interualli che fono fra li lati del primo quadro, et quelli del fecondo.

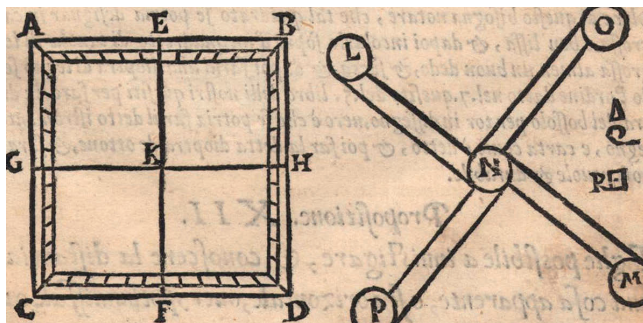
Oltra di quefto bifogna far una dioptra, ouer trafiguardo il qual trafiguardo uolendo far de un pezzo folo el fi debbe tuor quella lamina di ottone, ouer di rame piana, et tirar in quella (con una rega iuftiffima) una linea retta longa quanto che è il diametro del quadrato del iftromento qual in quefto cafo faria quanto che è dal A al D ouer dal B al C et quefta tal linea fuppono che fia la retta LM et quefta fia diuifa in due parti eguali in ponto N et ad angoli retti con un'altra retta linea, a quella eguale la qual pongo fia la OP et fopra il ponto N faccio un circoletto piccolo, et un altro fimile et eguale a quello ne fia defcritto in cadauna iftremita di quefte due linee, cioè fopra li ponti L, M, O, P et di quefta figura cauarne fuora quattro brazza in croce perfetta, ma talmente che il corpo de cadauno di quefti quattro brazza fia al contrario del uoftro contrapofito come di sotto fi uede in figura.

THIRD BOOK - 31r

a small square drawn in the figure below, where each half of the sides of the second square is divided into only six parts. In order to associate what I am going to say with this figure, we suppose that each of these portions corresponds to two points. Because of the smallness of the space [in the drawing below], the number of the mentioned points could not be written, but it is sufficient to know that where the first portion from E toward B ends, there I suppose 1. Where the second portion ends, I suppose 2, and so on until 12, which is placed at angle B of the second square. The same has to be done in the other half of the square toward A. Therefore, I suppose 1 at the end of the first portion from E toward A, 2 at the end of the second, and so on until 12, which is at angle A of the second square. All that has been said and done in reference to side AB has to be conceived and done in reference to the other three sides AC, CD and DB of the mentioned second square. This means starting the enumeration at the middle points, that is, G, F and H of the mentioned second square and moving toward angles A, B, C and D. As has been said above, one has to note that those numbers of the points have to be written in the space between the sides of the first and of the second square.

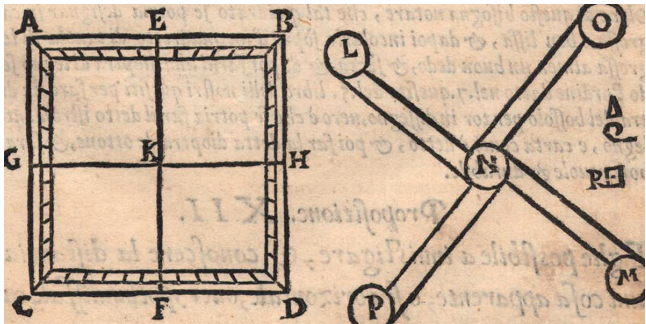
Besides this, one has to construct a dioptra or sight. This sight should be made of a unique piece and obtained from a foil of brass or very flat copper. (By using a very perfect ruler) one draws on that foil a straight line as long as the diameter of the square of the instrument, which, in this case, is as long as the distance between point A to point D, or from point B to point C. I suppose that this line is the straight line LM. I divide this line into two equal parts at point N. At right angles [I draw] another straight line, equal to the first, and I suppose this to be line OP. Then, I draw a small circle at point N and at each end of these two lines I draw four equal circles, that is, at the ends of the lines or points L, M, O and P. Using this figure, I obtain [from the foil] four arms perfectly crossing each other but in a way that the body of each of these arms extends on the back of the lines, as is shown in the figure.

LIBRO TERZO - 31r - cont.



Ma bifogna ufar diligentia, che quelli lati che paffano per il centro N fiano rettamente tagliati, li quali lati uengono a effer le prime due linee tirate nel principio,

THIRD BOOK - 31r - cont.



One has to work diligently and consider that those sides that go through center N have to be straightly and correctly cut and that these sides correspond to the first two lines that were drawn,

LIBRO TERZO - 31v

cioè la linea LM et OP. Fatto questo bifogna affettare nel centro di cadauno di quelli quatro cerchij L, M, O, P una punta alla similitudine della punta Q oueramente una laminetta con uno bufetino alla similitudine della laminetta R che oppositamente se incontrino per trasguardar le cose. Et doppo questo bifogna con un pironcino impironare il centro N della dioptra, ouer trasguardo sopra il centro K del nostro istromento talmente che la detta dioptra sia girabile sopra il detto centro K onde essendo ben fatta, et affettata li effetti suoi faranno di tal forte che ogni uolta che sia girata talmente che la linea LM della dioptra caschi precisamente sopra la linea EF del istromento necessariamente l'altra linea OP della detta dioptra cascarà precisamente sopra la linea GH del detto istromento, et quando che così sia tal dioptra, la se riposerà rettamente sopra del nostro istromento, similmente tal dioptra se diria riposarsi rettamente sopra del detto istromento quando che la linea LM di tal dioptra cascherà precisamente sopra la linea GH del istromento, il che essendo l'altra linea PO della detta dioptra, uenerà a cascar sopra la linea EF del detto istromento, et questo tal istromento per operarlo, bifogna da l'altra banda congegnarui di poterlo accomodare in cima d'un bastone alto almen tre piedi il qual bastone per operarlo alla foresta bifogna che da l'altro capo habbia un ferro appuntito di poterlo piantar in terra, ma per operarlo in lochi doue non si potesse piantare in terra ui se potria far a tal bastone un pie alla similitudine di quelli lucernali che si costumano per ficar le lucerne.

Et uolendo che tal istromento ne serua comodamente non solamente per inuistigare una distantia orizzontale, ma ancora le ypothumissale, ouer diametrale, cioè di sotto infuso diametralmente, ouer di fuo in giuso pur ypothumissalmente. Bifogna congegnar tal istromento in la cima di quel bastone, come son dui poli talmente che leuandolo dalla parte dananti, la parte di drio si uenghi ad abbasar in uerso terra, et al contrario elleuandolo dalla parte di drio, la parte denanti se abbaſi uerso terra il che facendo se potra trasguardar non solamente per il piano del orizzonte, ma de sotto in fuo, et di fuo in giuso.

Oltra di questo bifogna notare, che tal quadrato se potria designar in carta grossa, e ben lissa, et dapoi incollarlo sopra d'un quadretto di tauola di legno grossa almen un buon dedito, et secca, et dapoi farui una dioptra di legno secondo l'ordine dato nel 7 quesito del 5 libro delli nostri quesiti per fare la dioptra del bossolo per tor in disegno, uero è che se potria far il detto istromento de legno, e carta come è detto, et poi far la detta dioptra de ottone, et fara piu honoreuole et durabile.

THIRD BOOK - 31v

which are the lines LM and OP. Once this is done, a small head, similar to the head Q or a small foil with a small hole, similar to the foil R, has to be fixed at the center of each of those circles L, M, O and P. They have to be appropriately set to target the things by sight. After this has been done, one has to fix a pivot at the center N of the dioptra, that is, of the sight, over center K of our instrument and in such a way that the mentioned dioptra can be turned around the mentioned center K. Thus, if the instrument is well manufactured and assembled, it shows that each time it is turned so that line LM of the dioptra falls precisely over line EF of the instrument, then the other line OP of the mentioned dioptra necessarily falls over line GH of the mentioned instrument. If the dioptra is rightly placed over the instrument, it is said that the dioptra is rightly placed over the instrument when line LM of the dioptra falls precisely over line GH of the instrument. If this happens, the other line PO of the mentioned dioptra falls over line EF of the mentioned instrument. In order to use this instrument, it has to be fixed on the other side at the top of a stick at least three feet high. If such a stick has to be used in the forest, it must have a point of iron on the other side so as to be able to drive it into the ground. If, however, it has been used in places where it is not possible to drive it into the ground, it should be provided with a foot similar to those used for the poles on which lamps hang.

If the instrument has to be used not only to find out the horizontal distance, but also the hypotenuse or diametral distance, that is, upwards toward the diameter or downward also toward the diameter or hypotenuse, one has to design the instrument on the upper part of that stick like two poles. Using these, if one raises the front [of the instrument], then the rear lowers itself and, on the contrary, if one raises the rear, then the front lowers itself toward the ground. If this is done, the instrument can be used not only to target horizontal distances, but also upwards and downwards.

Besides this, one has to note that the square could be drawn onto a thick and smooth piece of paper, which is then glued on to a small square of wood, at least as thick as a thumb, and dry. Then a dioptra could be prepared according to the instructions given in the seventh *quesito* of the fifth book of our *Quesiti*,¹²³ in order to use the dioptra of the compass as a surveying instrument. It is moreover true that one could make the mentioned dioptra out of wood and paper, as I said, but then one would make the mentioned dioptra out of brass, which is more honorable and durable.

¹²³Tartaglia 1546.

LIBRO TERZO - 31v - cont.

Propositione. XII.

Eglie poſſibile a inuiſtigare, et conſcere la diſtancia de una coſa appa-
rente, oſia orizzontale, ouer ypothumiſſale o uogliam dire diametrale.

Sia prima il ponto A ſituato nel piano del horizonte dico che eglie poſſibile a
conſiderare, ouer conoſcere quanto ſia da me diſtante, et per inuiſtigar queſto,

THIRD BOOK - 31v - cont.

Twelfth proposition.

How to know the distance, that is, the horizontal distance and the hypotenuse or diametral distance of a perceptible object.

First, let point A be located on the plane of the horizon. I say that it is possible to consider, or to ascertain how distant it is from me. To know this,

LIBRO TERZO - 32r

piglio il mio fabricato iftromento, et lo pianto rettamente cioè perpendicolarmente in terra, et acontio la dioptra, ouer traſguardo talmente che ſtia rettamente ſopra del detto iftromento (cioè ſecondo che fu diffinito nella precedente) dapoi torzo et retorzo tanto detto iftromento che per due di quelle ponte, ouer buſi della detta dioptra io ueda il detto ponto A et uiſto che io habbia (poniamo per le due ponte, ouer buſi B, C della retta dioptra come nella ſequente figura appare) mi formo un'altra linea perpendicolare (cioè a ſquara) ſopra la linea BCA et per formarla ſenza muouere il detto iftromento, ne manco la retta dioptra, ouer traſguardo per le altre due ponte, ouer buſi D, E direttamente, et faccio piantar per un gran tramito di lontano due bacchette rettamente in terra, l'una diſtante almen 4 ouer 5 paſſa l'una da l'altra, ma talmente che ambe due caſchino ſotto del detto mio traſguardo, cioè ſotto la retta linea DEF le qual bacchette in queſto caſo pongo che l'una ſia in ponto G et l'altra nel detto ponto F et queſte due bacchette le faccio piantare accio mi conſeruino et dimoſtrino la detta linea DEFG fatto queſto cauo el detto mio iftromento (ſenza mouere la dioptra della ſua rettitudine) et me diſcoſto per quanti paſſa me parera dal detto luoco primo, et queſto diſcoſtamento lo poſſo far da qual banda mi pare, cioè, ouer uerſo le due bacchette gia piantate, ouer dalla parte conuerſa, ma per al preſente me uoglio diſcoſtar andando uerſo le due bacchette, cioè uerſo li dui ponti G, F et tal diſcoſtamento pongo che ſia paſſa 15 nel qual loco pianto de nouo il detto mio iftromento,

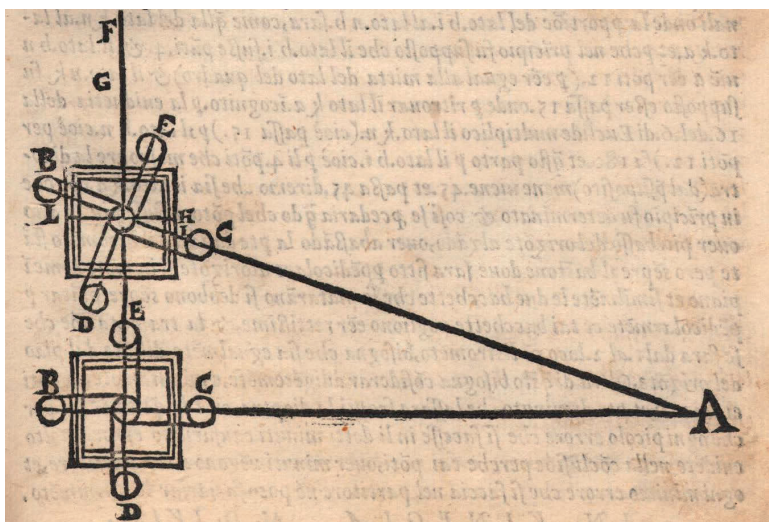
THIRD BOOK - 32r

I take my manufactured instrument and set it righty and perpendicularly into the ground. I assemble the dioptra or sight so that it will be placed at a right angle over the instrument (that is, as has been defined in the previous [proposition]). Then, I turn the mentioned instrument back and forth as much as needed to see that mentioned point A through two of those points or holes of the mentioned dioptra. Once I have targeted it (for instance through the two points or holes B and C of the straight dioptra, as appears in the figure below), I conceive of another line, perpendicular (according to the square) over line BCA. In order to realize this without moving the instrument and the dioptra, I watch through the other two points or holes D and E, and along that straight line I let two rods far away from me drive perfectly straightly into the ground with a distance between them other of at least four or five steps. Both of them have to be on the line that goes through D and E, that is, on line DEF.¹²⁴ The two rods are supposed to be placed at point G and the other at point F. I let these rods drive into the ground so that they mark and show me the mentioned line DEFG. Once this is done, I take my instrument out of the ground (without moving the dioptra from its perpendicular position) and I move from that location as many steps as I would like to. It is also possible to move toward both sides, that is, either toward the two driven rods or toward the opposite side. Now, I would like to change positions and move toward the two rods, that is, toward the two points G and F. I then suppose to move fifteen steps away and in that place I drive my instrument into the ground again.

¹²⁴The first location for measurements is illustrated in the lower part of the figure.

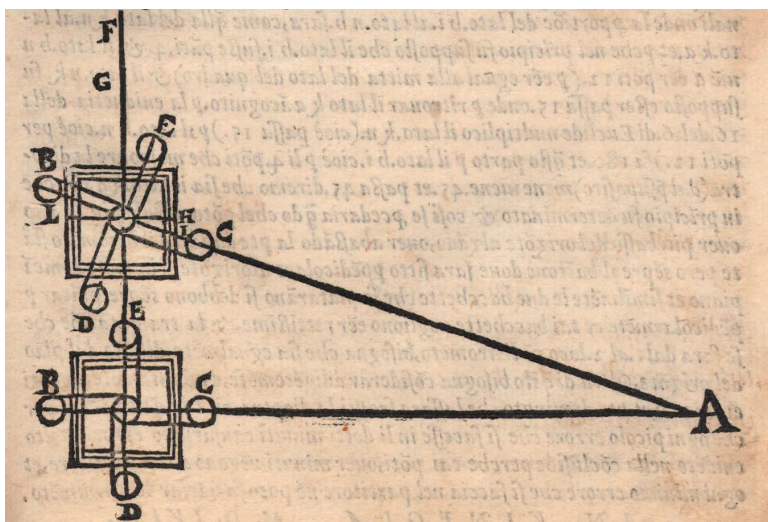
LIBRO TERZO - 32r - cont.

ma talmente che sia nella medesima linea, che ne dinotara le dette due bachette il che facilmente se conoscerà trasguardando et incontrando le due ponte, ouer bufi D, E della retta dioptra con le dette due bachette, sì come fu fatto nel primo loco, et fatto questo eglie cosa chiara che stante la detta dioptra retta sopra dil detto istromento (in questo secondo luogo) et guardando per le due ponte, ouer bufi B, C non si potrà uedere il ponto A anzi fara forza (uolendolo uedere per



THIRD BOOK - 32r - cont.

This I do in such a way that it is placed on the same line marked by the two rods. This can easily be checked by targeting the two rods through the two points or holes D and E of the straight dioptra, as has been done at the first measurement location. Once this is done, it is clear that if the mentioned dioptra is placed right over the mentioned instrument (in this second measurement location), by watching through the two points or holes B and C, one cannot see point A. But to target it (that is, to see point A



LIBRO TERZO - 32v

le dette due ponte, ouer bufi il detto ponto A) a obliquare, ouer torzere la detta dioptra (fenza mouer listromento) con la punta, ouer bufo C uerso il detto A come che nella figura del 2 luoco appare, et fatto questo guardo diligentemente quanto se sia discostata la linea BC della dioptra dalla sua rettitudine cioè dal ponto H et questo lo conoscerò per uigor di ponti, et minuti già descritti nel lato del 2 quadro cioè quanti ne restaranno discoperti fra H et I hor poniamo che dal H a I siano 4 ponti, cioè de quelli che ciascaduna mitta del 2 quadrato [(]ne è 12) diro per la regola uolgarmente detta del 3 se 4 ponti mene da 12 per la mitta del lato che me dara quelli 15 passa che hauemo supposto che sia dal loco doue se piantò prima lo istromento al luoco doue se pianto alla 2 uolta, onde multiplicaro quelli 15 passa per 12 fara 180 et questo partiro per 4 mene uenira 45 et passa 45 conchiudero che sia dal luoco doue che prima se piantò listrumento al ponto A et così se per forte ogni ponto fuße diuiso in 12 minuti et che per forte dal ponto H al ponto I fuße, poniamo cafo minuti 8 io direi se minuti 8 mi da minuti 144 (cioè la mitta del lato del quadro) che mi dara passa 15 onde multiplicaria li detti passa 15 fia li detti minuti 144 faria 2160 et questo parteria per li 8 minuti ne ueniria passa 270 et passa 270 conchiederia che fuße dal detto luoco doue che se piantò prima il detto nostro istromento per fin al detto ponto A et così procedaria nelle altre simile. hor per dimostrar la causa di tal nostra operatione per abreuia il dire nel centro del istromento della prima positione intenderemo un K et nel centro di quello della 2 positione intenderemo un N et arguiremo in questo modo, perche la linea LH è equidistante alla linea KA langolo HNI del triangoletto HNI fara eguale (per la 29 del I di Euclide) al angolo A del triangolo NAK (per esser alterni) et similmente l'angolo K del triangolo NAK è eguale al angolo H del triangoletto NHI per esser l'uno, e l'altro retto onde per la 32 del I di Euclide li detti dui triangoli KAN et HNI faranno equiangoli, et (consequentemente per la 4 del 6 di Euclide) faranno de lati proportionali onde la proporzione del lato HI al lato NH fara, come quella del lato KN al lato KA

THIRD BOOK - 32v

through the mentioned two points or holes) it will be necessary to turn the mentioned dioptra (without moving the instrument) with point, or hole C toward the mentioned point A, as it appears in the second place in the figure. Once this is done, I diligently observe how far line BC has moved away from the right line, that is, from point H. I will ascertain this difference by means of the points and minutes that are written on the side of the second square. I therefore observe how many [points] there are between points H and I. Now, supposing that between H and I there are four points, that is, [(]four of the twelve) of which each half of the second square is constituted. Based on the rule, popularly known as the rule of three, we can suppose that if we have four points of those twelve of the half of the side and those fifteen steps that we suppose to be the distance between the place where the instrument was driven in the ground the first time and the second time, then, when I multiply those 15 steps by 12, which makes 180, and divide this sum by 4, the result is 45. Then, I conclude that the distance from the place where the instrument was driven first at point A is 45 steps. In the same way, if each point were divided into 12 minutes and if there were 8 minutes between point H and point I, I would say that we have eight minutes, then 144 minutes (which is half of the side of the square) and then fifteen steps. Thus, I multiply the mentioned 15 steps by the mentioned 144 minutes, which makes 2160. I divide this by those 8 minutes and the result is 270 steps. I conclude that the distance between the first point where the mentioned instrument was driven into the ground and point A is 270 steps long. I proceed in the same way in other similar cases. Now, to demonstrate the cause of our operation and in order to keep this explanation short, we say that the center of the instrument at the first place is called K, while the center of the same in the second position is N. We proceed as follows. Since line LH is equidistant from line KA, angle HNI of the small triangle HNI is equal (based on the twenty-ninth [proposition] of the first [book] of Euclid) to angle A of triangle NAK (as they are alternate).¹²⁵ Moreover, since similarly angle K of triangle NAK is equal to angle H of the small triangle NHI, as they are both right angles, because of the thirty-second [proposition] of the first [book] of Euclid, the mentioned two triangles KAN and HNI will have the same angles and (consequently, based on the fourth [proposition] of the sixth [book] of Euclid) all the sides are proportional to each other. Hence, side HI to side NH will have the same ratio as side KN to side KA.

¹²⁵The angles are on the two sides of the same transversal line that meets two parallel lines.

LIBRO TERZO - 32v - cont.

et perche nel principio fu supposto che il lato HI fusse punti 4 et il lato HN uien a effer ponti 12 (per effer egual alla mita del lato del quadro) et il lato NK fu supposto eber passa 15 onde per ritrouar il lato KA cognito per la euidencia della 16 del 6 di Euclide multiplico il lato KN (cioè passa 15) per il lato HN [(]cioè per ponti 12) fa 180 et questo parto per il lato HI cioè per li 4 ponti che mi scopre la dioptra (dal presupposito) mene uiene 45 et passa 45 diremo che sia il lato KA come che in principio fu determinato et così se procedaria quandochel ponto A fusse piu in alto ouer piu basso del orizzonte alzando, ouer abassando la parte dauanti del istromento stante pero sempre il bastone doue fara fitto perpendicolare a lorizonte si in monte come in piano et similmente le due bacchette che se piantaranno si debbono sempre perpendicolarmente et tai bacchette uogliono esser rettißime, et la tramutatione che se fara dal I al 2 loco con listromento, bisogna che sia egualmente distante dal piano del orizzonte. Oltra di questo bisogna confiderar diligentemente, e minutamente, li ponti et minuti et parte di minuto che lassara scoperti la dioptra, cioè la quantita de HI perche ogni piccolo errore che si facesse in li detti minuti caufariano errore molto euidente nella conchlussione perche tai ponti, ouer minuti uengono a effer partitore, et ogni minimo errore che si faccia nel partitore non poco fa uariar lo auenimento.

IN VINEGIA. M. D. LVIII.

THIRD BOOK - 32v - cont.

Moreover, since it was supposed at the beginning that the side HI is four points long, and side HN is twelve points long (as it is equal to half of the side of the square), and side NK was supposed to be fifteen steps long, in order to find out the unknown side KA, based on the sixteenth [proposition] of the sixth [book] of Euclid, I multiply side KN (that is, fifteen steps) by side HN ([t]hat is, by twelve points). This makes 180 and I divide this by side HI, that is, by the four points shown by the dioptra (as it was supposed). This makes 45 and I say that the length of side KA is 45 steps long, as was determined above. The procedure then remains the same, also in the case of point A being higher or lower than the horizon, as the front of the instrument can be raised or lowered. But the stick always has to be driven perpendicularly to the horizon, on the mountains as well as on flat ground. Similarly, the two rods always have to be driven perpendicularly to the ground and such rods have to be very straight and, when the instrument is moved from the first to the second place, it then has to be driven again at the same distance from the plane of the horizon. Besides this, it has to be said that the points, minutes and parts of minutes shown by the dioptra, when turned and in space HI, have to be observed very diligently and precisely. In fact, each small error in the observation of those minutes would cause a very evident error in the conclusion, because those points and minutes are divisors and each small error made concerning the divisor can cause the quotient to vary enormously.

IN VENICE. M. D. LVIII.

The *Nova scientia*: Facsimile



INVENTIONE DE NICOLO TARTAGLIA

Brisciano intitolata Scientia Noua diuisa in V. libri,

nel Primo di quali se dimostra theorica,

mente, la natura, & effetti de corpi

egualmente graui, in li dui con

trarii moti che in essi puon

accadere, & de lor con

trarii effetti.

In lo secondo (geometricamente) se approua, e dimostra la qualita similitudine, & proportionalita di transiti loro secondo li uarij modi, che puono esser cietti, ouer tirati uolentemente per aere, & similmente delle lor distantie.

In lo terzo se insegna una noua pratica de misurare con l'assetto, le altezze distantie ppothumissale, & orizzontale delle cose apparente, giontoui anchora la theorica, cioe la ragione & causa di tal operar.

In lo quarto se dara la pportione de l'ordine del crescere callar che in ogni pezzo di artegliaria nelli suoi tiri, alzandolo ouer arbassandolo, sopra il pian de l'orizzonte, & similmente ogni mortaro, anchora se insegnara il modo di trouar tutte le dette uarieta, ouer quantita de tiri in ogni pezzo de artegliaria, ouer mortaro mediante la notitia dun tiro solo. Anchora si mostrara il modo come si debbia gouernar un bombardiero quando desidera, di battere ouer di percottere in qual che luoco apparente.

Oltra di questo se insegnara anchora il modo come si debbia gouernar il detto bombardiero quando gli fusse fatto un riparo dauanti al luoco doue percote uolendo pur percottere nel medemo luoco per altrauia, ouer ellevatione quantunque piu non ueda quel tal luoco.

Ancora se dara il modo di sapere percottere continuamente la oscura notte in un luoco appostato il giorno auanti.

In lo quinto libro se dichiarira (secondo l'autorita de molti Eccellentissimi Naturali) la natura, & origine de diuerse specie di gome, olei, acque stillate, anchora de diuersi simplici minerali & non minerali dalla natura prodotti, & da l'arte fabricati, anchora se manifestara alcune sue particolare proprietia circa a l'arte de fuochi. Et similmente se delucidara quale sono quelle materie chi se conuiengono & che se accordano & quale sono quelle che non si conuiengono ne se accordano, a ardere insieme, & consequentemente se dara il modo di componere, uarie & diuerse specie de fuochi, non solamente alla defensione de ogni murata terra utilissimi, ma anchora in molte altre occorrentie molto a proposito.

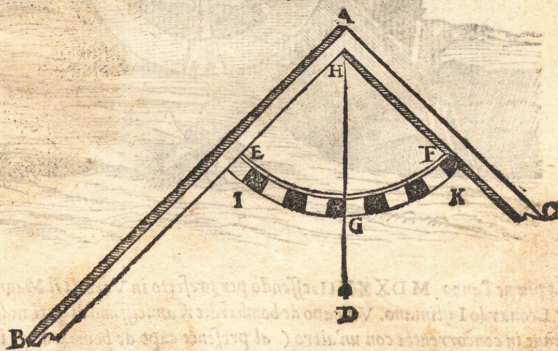
ALLO ILLVSTRISSIMO ET INVICTISSIMO SI

gnor Francescomaria Feltrense dalla Rouere Duca Eccellentissimo di Urbino
 & di Sora, Conte di Montefeltro, & di Durante, Signor di Senegaglia,
 & di Pesaro, Prefetto di Roma, & dello Inclito Senato
 Venetiano Dignissimo General Capitano,

EPISTOLA.
 ABITANDO in Verona l'Anno. M D XXXI l'Il-

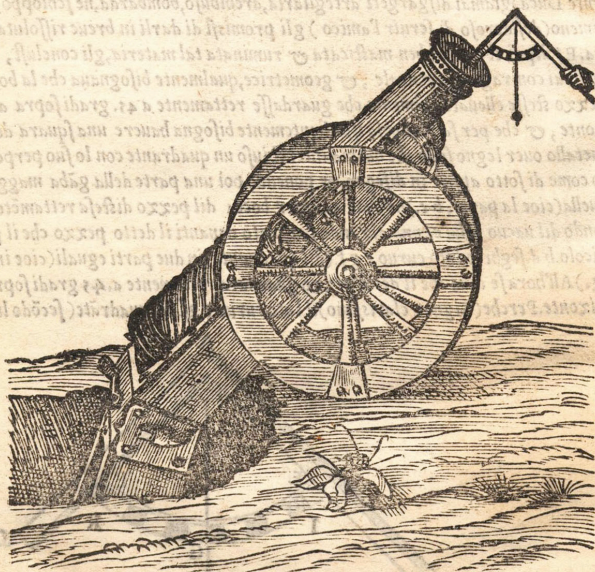


lustrissimo. S. Duca mi fu adimandato da uno mio intimo & cor-
 dial amico Peritissimo bombardiero in castel uecchio (huomo
 atempato & copioso di molte uirtu) dil modo di mettere a se-
 gno un pezzo de artegliaria al piu che puo tirare. E a ben che
 in tal arte io non hauesse pratica alcuna (perche in uero Eccel-
 lente Duca) giamai disgargeti artegliaria, archibuso, bombardada, ne schioppo niente
 dimeno (desideroso di seruir l'amico) gli promissi di darli in breue risoluta rispo-
 sta. Et di poi ebe hebbi ben masticata & ruminata tal materia, gli conclusi, & di-
 mostrai con ragioni naturale, & geometriche, qualmente bisognaua che la bocca del
 pezzo stesse eleuata talmente che guardasse rettamente a 45. gradi sopra a l'ori-
 zonte, & che per far tal cosa ispedientemente bisogna hauere una squara de alcun
 metallo ouer legno sodo che habbia interchiuso un quadrante con lo suo perpendico-
 lo come di sotto appar in disegno, & ponendo poi una parte della gaba maggiore di
 quella (cioe la parte, b e.) ne l'anima ouer bocca dil pezzo distesa rettamente per il
 fondo dil uascuo della canna, alzando poi tanto denanti il detto pezzo che il perpen-
 dicolo b d sseghi lo lato curuo. e g f. (dil quadrante) in due parti eguali (cioe in ponto
 g.) All'hora se dira che il detto pezzo guardara rettamente a 45 gradi sopra a l'o-
 rizonte. Perche (Signor clarissimo) il lato curuo. e g f. del quadrante (secodo li astro-



nomi se diuide in 90. parti eguale, e cadauna di quelle chiamano grado. Pero la mita di quello (cioe. g. f.) uerria a esser gradi. 45. Ma per acordarse con quello che se ha da dire lo hauemo diuiso in 12. parti eguali, e accioche uostra Illustrissima. D. S. ueda in figura quello che disopra hauemo con parole depinto hauemo qua disotto designato il pezzo con la squara in bocca affettato secondo il proposito da noi con chiufo al detto nostro amico. La qual conclusion a esso parse hauer qualche consonantia pur circa cio dubitaua alquanto parendo a lui che tal pezzo guardasse troppo alto. Il che procedua per non esser capace delle nostre ragioni, ne in le Mathematiche ben corroborato, niente di meno con alcuni isperimenti particolari in fine se uerifico totalmente cosi essere.

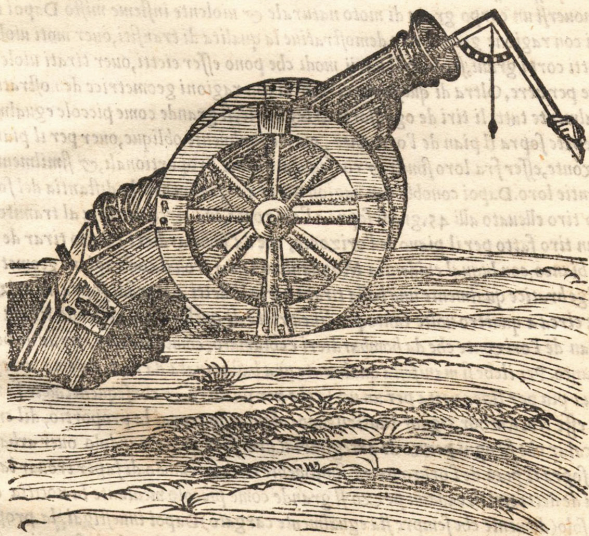
Pezzo eleuato alli. 45. gradi sopra a l'orizzonte.



Ma piu ne l'anno MDXXXII. essendo per prefetto in Verona il Magnifico misser Leonardo Iustiniانو. Un capo de bombardieri amicissimo di quel nostro amico. Venne in concorrenza con un altro (al presente capo de bombardieri in Padoa) E un giorno accadete che fra loro fu proposto il medemo che a noi proposse quel nostro amico, cioe a che segno si douesse affettare un pezzo de artiglieria che facesse

il maggior tiro che far possa sopra un piano. Quel amico di quel nostro amico gli concluse con una squara in mani il medemo che da noi fu terminato cioè come di sopra hauemo detto et designato in figura.

L'altro disse che molto piu tiraria a dui ponti piu basso di tal squara (laquale era diuisa in 12 parti) come di sotto appare in disegno.



Et sopra di questo fu deposta una certa quantita de danari, et finalmente ueneno alla sperientia, et fu condotta una colobrina da 20. a Santa Lucia in campagna, et cadauno di loro tiro secondo la proposta senza alcun auantaggio di poluere ne di balla, onde Quello che tiro secondo la nostra determinatione, tirò di lontano (se condo che ne fu referto) pertiche 1972 da piedi 6. per pertica, alla ueronesa, l'altro che tirò li dui ponti piu basso, tirò di lontano solamente pertiche. 1872 per la qual cosa tutti li bombardieri, et altri se uerificorno della nostra determinatione, che auanti di questa isperientia staseuano ambigui imo la maggior parte haueuano cōtraria opinione parèdoli che tal pezzo guardasse troppo alto, Ma piu forte uoglio che nostra preclarissima Signoria sappia che di tre cose è forza che ne sia una, ouer che li misuranti ferno errore nel misurare, ouer che a me non fu referto il uero, ouer che il secondo cargo piu diligentemente dil primo, Perche la ragion e ne dimo-

fra che il secondo (cioe quello che tirò li dua ponti piu basso tirò alquanto piu di do-
 uere alla proportion del primo, ouer che il primo tirò alquanto meno di quello che
 douea tirare alla proportion del secondo, come nel quarto libro (doue tratteremo
 de la proportion di tiri) in breue quella potra conoscere e uedere. Et sappia uostra
 Magnanimita che per esser stato all'hora in tal materia desto deliberai di uoler piu
 oltra tentare. Et cominciai (e non senza ragione) a inuestigare le specie di moti
 che in un corpo graue potesse accadere, onde trouai quelle essere due cioe naturale,
 e uiolente, e quegli trouai esser totalmente in accidenti contrarij mediante li lor
 contrarij effetti, similmente trouai con ragione a l'intelletto euidente esser impossi-
 bile mouersi un corpo graue di moto naturale e uiolente insieme misto. Dapoi inue-
 stigai con ragione geometrica demonstratiue la qualita di transiti, ouer moti uiolenti
 de detti corpi graui secondo li uarij modi che pono esser eietti, ouer tirati uiolente-
 mente per aere. Oltra di questo me certificai con ragioni geometriche demonstratiue.
 Qualmente tutti li tiri de ogni sorte artiglierie, si grande come piccole egualmen-
 te elucate sopra il pian de l'orizzonte, ouer egualmente oblique, ouer per il pian de
 l'orizzonte, esser fra loro simili e consequentemente proportionali, e similmente le
 distantie loro. Dapoi conobbi con ragion naturale qualmente la distantia del sopra
 detto tiro elucato alli 45. gradi sopra a l'orizzonte, era circa decupla al tramito ret-
 to dun tiro fatto per il piano de l'orizzonte, che da bombardieri è detto tirar de pon-
 to in bianco, con laqual euidentia Magnanimo Duca trouai con ragioni geometriche
 e algebratice qualmente una balla tirata uerso li detti 45. gradi sopra a l'orizon-
 te ua circa a quattro uolte tanto per linea retta di quello che ua essendo tirata per
 il pian de l'orizzonte che da bombardieri è chiamato (come ho detto) tirar de ponto
 in bianco. Per il che si manifesta qualmente una balla tirata da una medema artiglieria
 ua piu per linea retta per un uerso che per un altro, e consequentemente fa mag-
 gior effetto. Anchor Signor Illustrissimo calculando trouai la proportio, di l'efesce-
 re e calar che fa ogni pezzo de artiglieria (nelli suoi tiri) alzandolo ouer abbassan-
 dolo sopra il pian de l'orizzonte, e similmente trouai il modo di saper trouar la ua-
 rietà de detti tiri in cadaun pezzo si grande come piccolo mediante la notitia d'un
 tiro solo (damente che sempre sia egualmente cargato). Dapoi inuestigai la propor-
 tione e l'ordini di tiri del mortaro, e similmente trouai il modo di saper inuestiga-
 re sotto breuita la uarieta de detti tiri pur per mezzo d'un tiro solo. Oltra di questo
 con ragioni euidentissime conobbi qualmente un pezzo de artiglieria possena per
 due diuerse uie (ouer eluuationi) per cottiere in un medemo luoco, e trouai il modo
 di mandar tal cosa (accadendo) a effecutione (cose non piu audite ne d'alcun altro an-
 tico ne moderno cogitate). Ma dapoi considerai (Signor Magnifico) che tutte queste
 cose erano di poco giouamento a un bombardiero quando che la distantia del luoco
 doue gli occorreffe di battere non gli fusse nota. Essempi gratia occorrendogli a tira-
 re in un luoco apparente che la distantia di quello gli fusse occulta. Che gli giouaria
 (O Magnanimo Duca) in questo caso che lui sapesse che il suo pezzo tirasse alla tal
 eluuatione passa. 13 56 e alla tal altra passa. 14 68, e alla tal altra passa. 15 74, e
 cosi discorrendo de grato in grato, certo nulla li giouaria, pche non sapendo la distantia

manco sapra a che segno,ouer eleuatione debba affettar tal suo pezzo de artiglieria che percotta nel desiderato loco, seguita adoque due esser le principal parti necessarie a un real bombardiero (uolendo tirar con ragione & non a cuso) delle quale l'una senza l'altra quasi niente gioua (Dico nelli tiri lontani) La prima è che grosso modo sappia conoscere & inuestigare (con l'aspetto) la distantia dil luoco doue gli occorre de tirare. La seconda è che sappia la quantità di tiri della sua artiglieria, secondo le sue uarie eleuationi, le qual cose sapendo non errara de molto nelli suoi tiri, ma mancandoui una di quelle non puo tirar (in conto alcuno) cō ragione ma solamente a discretion & se per caso percotte al primo colpo nel luoco, ouer apresso al luoco doue desidera, è piu presto per sorte che per scientia (dico pur nelli tiri lontani) Perilche (Signor Illustrissimo) trouai un nouo modo da inuestigar sotto breuita le altezze, profondità, larghezze, distantie ypothumissale, ouer diametrale, & ancora, le orizzontale delle cose apparente, non in tutto come cosa noua, Perche in uero Euclide nella sua prospettiva sotto breuita theoricamente in parte ne l'insegna, similmente Giouanne Stoflerino, Orontio, Pietro Lombardo, & molti altri hāno dato a tal materie norma, chi con il sole, chi con un specchio, chi cō il quadrante, chi cō lo astrolabio, chi con due uirgule, chi con un bastone (intitolato baculo de Iacob) & in molti altri uarij modi. Ma io dico (Signor Clarissima) che trouai un nouo modo ispidite & presto & facile da capire a cadauno (& a men errori soggetto de qualūque altro) da inuestigare le dette distantie, il quale da niun altro è stato posto massime delle distantie ypothumissale ouer diametrale ancora delle orizzontale, lequale in uero sono le più necessarie al bombardiero de tutte le altre sorte di dimensioni, perche a quello non è molto necessario a sapere la altezza duna cosa perpendicolarmente eleuata sopra al orizzonte, ne anchora la profondita duna cosa profunda, ne anchora la larghezza duna cosa lata, Ma solamente le dette distantie ypothumissale, & orizzontale gli sono molto al proposito, come nel quarto libro (a uostra Illustrissima Signoria) si fara manifesto. Oltre di questo per curiosita, me messe a scorrere li uarij modi offeruato da nostri antiqui Naturali, & anchor da moderni nelle cōposizioni de fuochi & fra naturali inuestigai la natura di quelle gumme, bitumi, grassj, olei, sali, acque stillate, & altri simplici minerali, & non minerali dalla natura prodotti, & da l'arte fabricati, cōponenti quelli, & consequentemente trouai il modo di cōponere molte altre uarie & diuerse specie de fuochi non solamente alla diffensione de ogni murata terra utilissimi, ma anchora in molte altre occurrēte molto al proposito. Per le qual cose haueua deliberato de regular l'arte de bombardieri, & tirarla a quella sottilita, che fusse possibile de tirare (mediante alcune particolar isperiētie) perche in uero (come dice Aristotile nel settimo della Physica testo uigesimo) dalla isperientia di particolari pigliamo la scientia uniuersale, Ma poi fra me pensando un giorno, mi parue cose biasimeuole, uituperosa, e crudele, & degna di nō puoca punitione apresso a Iddio, & alli huomini a uoler studiare di assottigliare tal essercitio dannoso al proximo, anzi destruttore della specie humana, & massime de Christiani in lor continue guerre. Perilche non solamente posposi totalmente il studio di tal materia & attesi a studiar in altro, ma anchor strazai, & abrusciai ogni calculatione, & scrittura da me

notata, che di tal materia parlasse. Et molto mi dolli, et auergognai del tempo circa
a tal cosa spesso, et quelle particolarita, che nella memoria mi restorno(contra mia
uoluntà) scritte mai ho uoluto palesarle ad alcuno, ne per amicitia, ne per premio
(quantunque sia stato da molti richiesto) perche insegnandole mi pare di far nau-
fragio, e grande errore. Ma hor uedendo il lutto desideroso de intrar nel nostro ar-
mento, et accordato insieme alla difesa ogni nostro pastore non mi par licito al pre-
sente di tenere tal cose occulte, anzi ho deliberato di publicarle parte in scritto, et
parte uia uoce a ogni christiano, accioche cadauno sia meglio atto si nel offendere,
come nel diffender si da quello. Et molto mi deglio uedendo il bisogno che tal studio
all'ora abandonai, perche son certo che hauendo seguito fin hora harei trouato cose
di maggior ualore come spero in breue anchora di trouare. Ma perche il presente è
scerto (è al tempo breue) il futuro è dubioso uoglio ispedire prima quello che al pres-
ente mi trouo, et per mandar tal cosa imparte a effecutione ho composto impresia
la presente operina laquale si come ogni fiume naturalmente cerca di accostarse, et
unirse col mare, così essa conoscendo uostra Illust. D. S. esser la somma fra mortali
de ogni bellica uirtù) recerca di accostarse, et unirse con essa amplitudine. Pero si
come lo abondante mare, ilquale non ha di acqua bisogno non se sdegna di receuer un
picol fiume, così spero che uostra D. S. non se sdegnara di accettarla, accioche li peri-
tissimi bombardieri di questo nostro Illustrissimo Dominio sugetti a uostra Sublimi-
tà, oltra il suo ottimo, et pratical ingegno, siano meglio di ragion istrutti, et atti a
effeguire li mandati di quella. Et se in questitre libri non satisfaccio plenariamente
uostra Eccellentissima Signoria insieme con li predetti suoi peretissimi bombardie-
ri, spero in breue con la pratica del quarto et quinto libro non gia in stampa (per
piu rispetti) ma ben a pena, ouer uia uoce di satisfar in parte uostra Sublimità in-
sieme con quegli alla cui gratia da Infimo, et humilissimo Seruitore Diuotamente
mi raccomando.

Data in Venetia in le case noue di San Saluatore alli. **XX.**
di Decembrio. **M. D. XXXVII.**

De uostra Illustrissima. **D. S. no Infimo Seruitore.**

Nicolo Tartaglia Brisciano.

COMINCIA IL PRIMO

LIBRO DELLA NOVA SCIENTIA DI

NICOLO TARTAGLIA BRISCIANO,

dalle diffinitioni, ouer dalle descriptioni delli
principij, per se noti delle cose premesse.

DIFFINITIONE PRIMA.



Orpo egualmente graue è detto quello, che secondo la grauita della materia, & la figura di quella è atto à non patire sensibilmente la opposition di l'aere in alcun suo moto.



CNI corpo (come uoleno li naturali) d' che egli semplice d' che egli è composto, li semplici sono cinque, cioè terra, acqua, aere, fuoco, & cielo. Tutti li altri dicono esser composti dalli preditti, & questi tali sono li huomini, li animali, le piante, le pietre, li sette metalli. Et ogni altra specie di corpo. Delli detti cinque corpi semplici, quattro sono detti elementali, cioè la terra, l'acqua, l'aere, e il fuoco. L'altro è chiamato quinta essentia, cioè il cielo. Delli detti quattro elementali (come uol Auicena in la seconda dottrina della prima sen. del suo primo libro) dui sono leui & dui graui. Li leui sono il fuoco & l'aere. Li graui sono la terra, & l'acqua, ma Auerrois sopra il quarto de celo & mundo (teste. 29.) uol che tutti li detti corpi in li suoi luochi habbino alcuna grauita, eccetto che il fuoco, etiam alcuna leuita eccetto che la terra. Onde seguita che l'aere nel proprio luoco partecipasse de grauita. Per il che seguita che ogni corpo composto di .4. elementi in aere partitipa de grauita. Niente di meno per corpo egualmente graue in questo luoco se intende solamente quello che secondo la grauita de la materia, & la forma di quella è atto a non patire sensibilmente la oppositione de l'aere in alcun suo moto. Secondo la materia, cioè che sia di ferro, ouer di piombo, ouer di pietra, ouer di altra materia simile in grauita. Secondo la forma, cioè ch' l' sia unito di tal qualita, ch' l' sia atto a non patire sensibilmente (per uigor della forma) la detta oppositione de l'aere in alcun suo moto. Onde fra le figure, ouer forme de corpi, la forma Cuneæ, ouer Pyramidale saria la prima, che saria piu atta a temere meno la detta oppositione de l'aere de qual si uoglia altra forma, damente che con arte la fusse conserua-

A

L I B R O

ta che la uertice, ouer acutezza di quella sempre procedesse auanti cōtra limpeto del detto aere. Ma per che se la non fusse conseruata, come è detto, non seguieria il proposito, per nō esser egualmente graue. Poremo la figura ouer forma spherica senz'altra conditione esser la piu atta a patire meno la detta oppositione de l'aere in ogni specie di moto di qual si uoglia altra forma per esser piu agile al moto da tutte le bade, et egualmente graue de qual si uoglia altra.

Diffinitione. I I.

Li corpi egualmente graui souo detti simili & eguali quando che in quegli non è alcuna substantial ne accidental differentia.

Diffinitione. I I I.

Lo instante e quello che non ha parte.

Lo instante in ci tempo e nel moto e si come il ponto geometrico in le magnitudine, cioe chel non ha parte ma e indiuisibile & consequentemente non e tempo ne anchora mouimēto, ma ben e principio e fine de ogni tempo, & dogni mouimēto terminato. Et e proprio l'ultimo fine del tempo preterito, et nō e parte del tēpo futuro. Et è principio del tēpo futuro et nō è parte del tēpo preterito cōe. *Aris. nel. 6. della Physi. (testo. 24.)* ci manifesta.

Diffinitione. I I I I.

Il Tempo e una misura del mouimento, & della quiete, li termini del quale son dui instanti.

L tempo da scientifici è stato in diuersi modi diffinito, cioe alcuni dicono (eo me hauemo detto disopra) que'lessen una misura del mouimento, Et della quiete. Altri determinan esser inducia del moto delle cose uariabile. Alcuni conchiudano esser uicissitudine de cose: lequale in molti modi per sottil indagatione se cognoscono. Et altri dicono esser una eta uolubile che presso māca. Del le quali diffinitioni hauemo tolto la prima per esser piu acco. nodata al nostro proposito. Digādo che il tempo è una misura del mouimento, & della quiete: perche si come per mezzo de una misura materiale (in piu terre chiamata perticha diuisa in piedi. 6. Et ciascun pie in once. 12.) se uiene in cognitione della longhezza, larghezza, et altezza di corpi materiali. Similmēte per mezzo de una misura di tempi (chiamata anno diuiso in mesi. 12. e ciascun mese comunamēte in giorni. 30. e ciascun giorno in hore 24. e ciascuna hora in minuti. 60.) se conosce la differentia di moti de corpi; cioe la uelocita. e tardita de quelli. Perche se conosciuto in le sette stelle erratice una esser di moto piu ueloce de l'altra? Se non per la misura de essi mouimenti chiamata anno

P R I M O.

2

con le sue parti (cioe mesi giorni hore e minuti) come chiaro appare in le determinationi Astronomiche. Et li termini di questo anno, cioe il principio e fin di quello sono dui istanti, il medemo si deue intendere in le altre sue parti & in ogni altro tempo terminato.

Diffinitione. V.

Il mouimento dun corpo egualmente graue e quella transmutatione, che alle uolte fa da uno loco a un altro, li termini dil qual son dui istanti.

IL mouimento da tutti li scientifici e massime da Aristotile nel quinto della Physica (testo. 9.) è stato diffinito esser una mutatione, ouer trasmutatione. Ma le specie di questo mouimento, ouer trasmutatione alcuni noleno che siano. 6. cioe Generatione, Corruptione, Augmentatione, Diminutione, Alteratione, & mutation di luoco. Ma Aristotile in lo preallegato loco uole che le mutationi siano. 3. e non piu, cioe mutation de quantita: de qualita, e: secondo il luoco. Delle qual specie hauemo tolto solamente la ultima (perche le altre non fanno al proposito) dicendo, che il mouimento dun corpo egualmente graue e quella trasmutatione, che alle uolte fa da un luoco i uno altro, come saria a dir di suso in giuso, et di giuso in suso, di qua e di la dal'a banda destra alla sinistra & e conuerso. Et li termini de tali mouimenti (cioe in principio e fin di quelli) sono dui istanti.

Diffinitione. VI.

Mouimento naturale di corpi egualmente graui e quello che naturalmente fanno da un luoco superiore a un altro inferiore perpendicularmente senza uiolenza alcuna.

Diffinitione. VII.

Mouimento uiolente di corpi egualmente graui e quello che fanno sforzatamente di giuso in suso, di suso in giuso, di qua & di la, per causa di alcuna possanza mouente.

Diffinitione. VIII.

Li mouimenti de corpi egualmente graui, se dicono eguali quando che li detti corpi son simili, & uanno de egual uelo-

L I B R O

cita, cioè che in tempi eguali transiscono interualli eguali.

Diffinitione. I X.

Resistente se chiama qualūque corpo manente, che per far resistētia à un corpo egualmente graue in alcun suo moto uien da quello offeso.

Diffinitione. X.

Resistēti simili, se dicono quelli corpi, che restariano egualmente offesi, da corpi simili egualmente graui, in mouimēti eguali, et in mouimēti ineguali inegualmēte offesi, cioè che quello, che facesse resistētia al piu ueloce restasse piu offeso.

Diffinitione. X I.

Lo effetto dun corpo egualmente graue se dice la offensione, ouer percussione, ouer il bucco che in ogni moto causa in un resistente.

Diffinitione. X I I.

Et quando le percussioni, ouer bucchi de corpi simili egualmente graui, sono eguali, se dicono effetti eguali, & se ineguali, ineguali effetti.

Diffinitione. X I I I.

Possanza mouente uien detta qualunque artificial machina, ouer materia, che sia attā à spingere, ouer tirare un corpo egualmente graue uolentemente per aere.

Diffinitione. X I I I I.

Le possanze mouente, uengono dette simile & eguale quādo che in quelle non è alcuna sustantia ne accidental differētia nel spinger de corpi egualmente graui simili &

P R I M O.

eguali, Ma quando in quelle e alcuna accidental differ³rentia sono dette dissimile, & ineguale.

Suppositione prima.

El se suppone che il corpo egualmente graue (in ogni movimento) uada piu ueloce doue fa, ouer faria (per comune sententia) maggior effetto in un resistente.

Suppositione. I. I.

El se suppone che dui corpi egualmente graui simili & eguali, habbino trāsito, ouer che trapasserāno in tēpi eguali spacij eguali terminanti in dui istanti, doue detti corpi passerebbono di egual uelocita.

Suppositione. I. I. I.

Et se suppone doue che corpi egualmente graui simili & eguali, fariano (per cōmune sententia) eguali effetti in resistenti simili, passerebbono per tai istanti, ouer luochi de egual uelocita.

Suppositione. I. I. I. I.

Ma doue fariano ineguali effetti se suppone, che quelli passerebbono de ineguali uelocita, & che quello, che faria maggior effetto passeria piu ueloce.

Suppositione. V.

Li effetti de corpi egualmente graui simili & eguali fatti nelli ultimi istanti di lor moti uiolenti in resistenti simili

L I B R O

Se suppongono esser eguali.

Comune sententie. Prima.

Quanto piu un corpo egualmente graue uera da grande altezza di moto naturale, tanto maggior effetto fara in un resistente.

Seconda.

Se corpi egualmente graui simili & eguali ueranno da egual altezza sopra a resistenti simili di moto naturale faranno in quegli eguali effetti.

Terza.

Ma se uerranno da ineguale altezza, faranno in quegli ineguali effetti, & quello che uera da maggior altezza fara maggior effetto.

Ma bisogna notare che le dette altezze si deuono intendere rispetto alli resistenti.

Quarta.

Se un corpo egualmente graue nel moto uiolento trouara alcun resistente, quanto piu el detto resistente fara propinquo al principio di tal moto, tanto maggior effetto fara il detto corpo in lui.

Propositione. Prima.

Ogni corpo egualmente graue nel moto naturale, quanto piu el se andara aluntanando dal suo principio, ouer appropinquando al suo fine, tanto piu andara ueloce.

P R I M O.

4

E s'empio sel fusse le. 3. diuerse altezze. a. b. c. in retta linea, come di sotto appare, et che dalla altezza a. a. p. caso casasse da se vn corpo equal mēte graue, senza dubbio quello tal corpo, nō trouando resistentia andaria di moto naturale fin in terra facēdo il viarzo suo alla similitudine de la linea. d. e. f. g. hor dico che il mouimēt di q̃llo tal corpo saria di tal cōditione che quāto piu el se andasse aluntanādo dal suo principio (cioe dallo istante, ouer pōto. d.) ouer appropinquādo al suo fine (cioe allo istante, ouer pōto. g. tātō piu andaria ueloce. Perche il detto corpo in tal mouimento (p la prima comuna sentētia) saria maggior effetto in vn resistēte, il qual fusse fuor dalla altezza. c. che dalla altezza. b. Seguitaria adunque, che il detto corpo (per la prima suppositiōe) andaria piu ueloce per lo spacio. e. f. che per lo spacio. d. e. Similmēte pche lo detto corpo (p la detta prima comuna sentētia) saria maggior effetto in un resistēte, che fusse nel pōto. g. che sel fusse alla altezza. c. Seguitaria adōcha (per la medema prima suppositiōne) che lo detto corpo andaria piu ueloce p lo spacio. f. g. che per lo spacio. e. f. et se passar potesse il pōto. g. cioe che la terra gli andasse cedēdo loco, como fa l'aere andaria cōtinuamēte augmētādo in uelocita, fin al cētro dil mōdo poi in esso cētro se riposaria (p comuna sētiētia de Philosophi) si che quādo lo detto corpo fusse propinquo al detto cētro ueria a ēer di moto piu uelocissimo, che in alcū passato spacio fusse stato che ē il pposito. Questomedomo se uerifica ancora in cadauno che uada uerso un loco desiato che quāto piu se ua approssimādo al detto loco, tātō piu se ua alleggādo, e piu se sforza di camminare, como appar in un peregrino, che uēga dalcun luoco lūtano che quādo ē ppinquo al suo paese, se sforza naturalmēte al caminar a piu poter e tātō piu quāto piu uē di lōtan paesi pero il corpo graue fa il medemo andādo uerso il suo proprio nido, che ē il cētro dil mōdo, & quando piu vien di lontano in esso cētro, tanto piu (giongendo a quello) andaria ueloce.

A ncor che la opinione de molti sia che sel fusse un forame che penetrasse diametralmēte tutta la terra, et che p q̃llo fusse lassato andar un corpo equalmēte graue, come di sopra ē stato detto, che q̃l tal corpo giōto che fusse al cētro del mōdo immediate iui se fermaria, laqual openione, dico nō ēer uera che così immediate che ui fusse agōto uē si gli fermasse, anzi p la grande uelocita che in q̃llo si trouasse saria sforzato a passare di moto uiolēte molto, e molto oltra il detto cētro scorendo uerso il cielo del nostro subterraneo emisferio, da poi retornaria di moto naturale uerso il medemo cētro, et giōto a q̃llo lo passaria ancor p le medesime ragioni di moto uiolēte uerso di noi, Et pur di nouo retornaria pur di moto naturale uerso il medesimo centro, et pur di nouo lo passaria a di moto uiolēte, & da poi retornaria di moto naturale, & così andaria un tēpo passando di moto uiolēte, & ritornando di moto naturale sminuendosi continuamente in lui la uelocita, & finalmente se fermaria poi nel detto centro.

Per il che egli ē cosa manifesta che dal moto naturale si causa il uiolēte, et nō ē cōuerso, cioe che dal uiolēte giamai uē causato il naturale, aci si causa p se.



P R I M O.

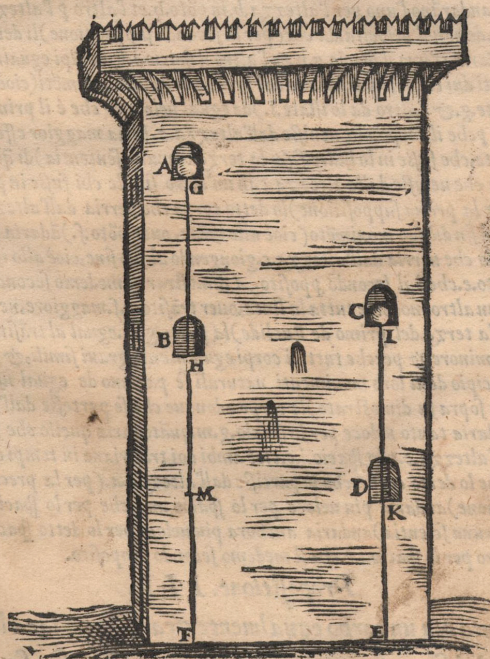
5

di egual uelocita.

Propositione. I I.

Tutti li corpi egualmente graui simili, & eguali dal principio delli lor mouimenti naturali, se partiranno de egual uelocita, ma giongendo al fine di tali lor mouimenti, quello che hauera passato per piu longo spacio andara piu uelocce.

Se El fusse le quatro diuerse altezze. a. b. et. c. d. poste a due a due in retta linea come di sotto appare, et che la altezza. a. fusse tato lontana dalla al



LIBRO

tezza. b. quãto è la altezza. a. c. dalla altezza. a. d. et che p caso dalla altezza. d. cascase un corpo egualmente graue, et un' altro ne cascase dall' altra altezza. a. c. li quai corpi fusseno simili, et eguali. Le noto che quegli tai corpi andariano di moto naturale in terra, et li tràsiti loro sariano retti e perpendicolari alla terra. cioe alla similitudine delle due linee. g. f. et. i. e. Hor dico che qsti tai corpi se partiriano dal suo principio (cioe l' uno dallo istante, ouer poto. g. et l' altro dallo istate ouer poto. i.) de equal uelocita, ma giongẽdo al fine di tali mouimẽti, cioe alli dui istati. e. et. f. qlo che uenisse dalla altezza. a. andaria piu ueloce di l' altro perche qlo haueria trasito per piu lógo spacio el quale è il spacio. a. f. Perche l' altezza. b. è tãto lontana dalla altezza. a. quãto che è l' altezza. d. dall' altezza. c. (dal prosupposito) adõque il corpo: che cadeße dalla altezza. a. percottẽdo in uno resistẽte, che fusse fuora dalla altezza. b. el nõ faria in qlo maggior effetto (per la seõda comuna sentẽtia) di qlo che faria qlo, chi cadeße dalla altezza. c. sopra dun' altro simile che fusse fuora della altezza. d. onde (p la terza suppositione) li detti dui corpi andarãno l' uno per l' altezza. b. in poto. h. et l' altro p l' altezza. d. in poto. k. de equal uelocita. dil che (per la seconda suppositione) li detti dui corpi andarãno l' uno il spacio. g. h. et l' altro il spacio. i. k. in tẽpi eguali. Adõque li detti dui corpi se partiriano dal principio de lor mouimẽti (cioe l' uno da lo istate. g. et l' altro da lo istate. i.) de equal uelocita che è il primo proposito. Et pche il corpo, che uenisse dall' altezza. a. faria maggior effetto in un resistẽte, che fusse in lo istate. f. (p la terza comuna sententia) di qlo che faria qlo che uenisse dalla altezza. c. in un' altro simile chi fusse in poto. e. Onde (per la prima suppositione) lo detto corpo che uerria dall' altezza. a. giongẽdo al fin dil suo mouimẽto (cioe allo istate, ouer poto. f.) andaria piu ueloce di qlo che uerria dall' altezza. c. giongendo al suo fine, cioe allo istante, ouer poto. e. che è il secondo pposito. A dimostrar el medemo secondo pposito p un altro modo: de tutta la linea, ouer tràsito. g. f. maggiore, ne taglia remo (p la terza del primo de Euclide) la parie. g. m. equal al tràsito, ouer linea. i. e. minore & perche tutti li corpi egualmente graui simili, & eguali dal principio delli loro monimenti naturali se parteno de equal uelocita (come di sopra fu dimostrato) lo corpo adonque che se partesse dall' altezza. a. andaria tanto ueloce per lo spacio. g. m. quãto faria quello che se partisse dall' altezza. c. p lo spacio. i. e. cioe ambi doi tràsirian in tempi eguali. Et perche lo detto corpo: che se partisse dall' altezza. a. (per la precedente propositione) andaria piu ueloce per lo spacio. m. f. che per lo spacio. g. m. (per comuna scientia) andaria anchora piu ueloce per lo detto spacio. m. f. che l' altro per lo spacio. i. e. che il medemo secondo proposito.

Propositione. I I I.

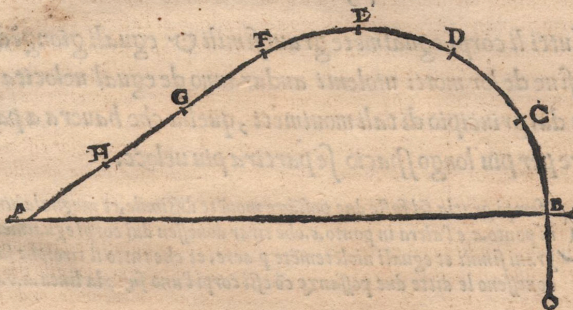
Quanto piu un corpo egualmente graue se andara luntanando dal suo principio, ouer propinquando al suo fine, nel

P R I M O.

6

moto uiolente, tanto piu andara pigro e tardo.

E ssempi gratia, sel fusse una possanza mouente in ponto .a. che tirare uolesse, ouer douesse un corpo egualmente graue uiolentemente per a .re, et che tutto il tiro che far potesse, ouer douesse la detta possanza con esso corpo fusse tut a la linea .a.b. Dico che quello tal corpo quãto piu il se andasse alontanãdo dal suo principio (cioè da lo istate .a.) ouer approssimãdo al suo fine (cioè allo istate .b.) tãto piu se andaria alentãdo de uelocita, laqual cosa se dimostrara in q̃sto modo. Diuideremo tutta la detta linea, ouer tràsito a.b. in piu spacij, et siano .b.c.cd.de.ef.fg.gh.et.ha. Hor perche il detto corpo (per la quarta comuna sententia) faria maggior effetto in un resistente essẽdo quello in ponto .c. che nõ faria essẽdo in ponto .b. dilche (per la pri-



ma suppositione) lo detto corpo andaria piu ueloce p lo ponto .c. che per lo ponto .b. et similmente per lo spacio .d. che per lo spacio .cb. cosi per le medeme ragioni lo detto corpo andaria piu ueloce per lo spacio .ed. che per lo spacio .dc. et per lo spacio .fe. che per lo spacio .ed. et p lo spacio .gf. che per lo spacio .fe. et per lo spacio .hg. che per lo spacio .gf. et per lo spacio .ab. che per lo spacio .hg. et se piu auanti fusse il principio di tal moto uiolente, tanto piu nelli seguenti spacij andaria ueloce, che è il proposito. Questo medemo se uerifica in cadauno che sia uiolentemente menato uerso a un luoco da esso odiato; che quanto piu se ua approssimando al detto luoco, tanto piu se ua atrislando in la mente, & piu cerca de andar tardigando.

Correlario. Primo.

Onde el se manifesta qualmente un corpo egualmente graue in lo principio d'ogni moto uiolente, ua piu uelocissimo, &

B ij

I B R O

in fin piu tardissimo che in ogni altro luoco, et quãto piu ha uera a passare per piu longo spacio tãto piu in lo principio di tal mouimento andara uelocissimo.

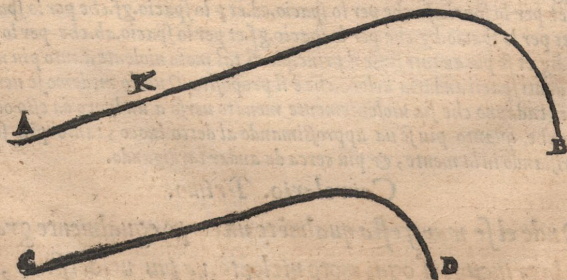
Correlario I I .

Anchor è manifesto qualmente un corpo egualmẽte graue di moto uiolente non puo passare per dui diuersi istanti de egual uelocita.

Propositione. I I I I .

Tutti li corpi egualmẽte graui simili & eguali giongẽdo al fine de lor motti uiolenti andaranno de egual uelocita, ma dal principio di tali mouimẽti, quella che hauera a passare per piu longo spacio se partira piu uelocc.

E ssempi gratia sel fusse due possãze mouẽte di simile, et ineguale luna in ponto. a. e l'altra in ponto. c. che tirar douessen dui corpi egualmẽte graui simili et eguali uiolẽtemẽte p aere, et che tutto il tiro: che far douesseno le ditte due possanze cõ essi corpi l'uno fusse la linea. a. b. et



P R I M O.

7

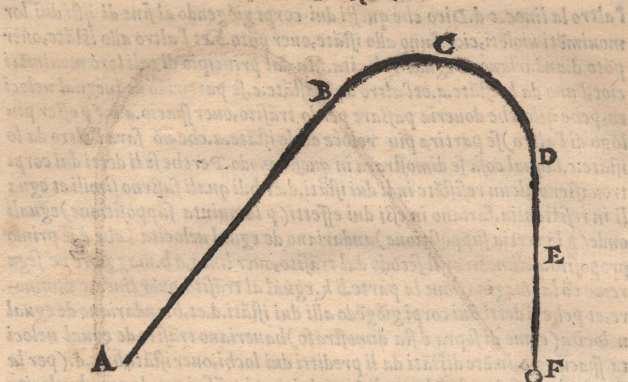
l'altro la linea. c. d. Dico che questi dui corpi giogendo al fine di qñi dui lor mouimēti uiolēti, cioe l'uno allo istāte, ouer pōto. b. et l'altro allo istāte, ouer pōto. d. andariano de equal uelocita. Ma dal principio di tali loro mouimēti cioe, l'uno da lo istāte. a. et l'altro da lo istāte. c. se partiriāo de inequal uelocita, pche qñlo. che doueria paßare per lo trāsito, ouer spacio. a. b. (p eßer piu lōgo di l'altro) se partira piu ueloce da lo istāte. a. che nō fara l'altro da lo istāte. c. laqual cosa se dimostrara in questo modo. Perche se li detti dui corpi trouaßeno alcun refistēte in li dui istāti. d. et. b. li quali fußeno simili et eguali in resistentia. fariano in eßi dui effetti (p la quinta suppositione) eguali onde (p la tertia suppositione) andariano de equal uelocita, che è il primo proposito. a. dimostrer il secōdo dal trāsito, ouer linea. a. b. maggiore ne sega remo cō la imaginatione la parte. b. k. equal al trāsito, ouer linea. c. d. minore, et pche li detti dui corpi giogēdo alli dui istāti. d. et. b. andariano de equal uelocita (come di sopra è sta dimostrato) baueriano trāsito de equal uelocita spacij egualmēte distāti da li preditti dui lochi, ouer istāti. b. et. d. (per la secōda suppositione). Adonca li detti dui corpi trāsiriano de equal uelocita l'uno p lo spacio. k. b. parziale, et l'altra per lo spacio. c. d. totale, cioe. Paßariano quegli in tēpi eguali. Et perche quāto piu un corpo graue (nel moto uiolēte) se andara alūtanādo dal suo principio (per la terza propositione) tāto piu andara pigro e tardo. Adonque il corpo che uenisse da lo istante a. andaria piu ueloce p lo spacio. a. k. che per alcun luoco del spacio. k. b. parziale, seguita adonca (per comuna sciētia) che il corpo che uenisse dallo istāte. a. andaria piu ueloce p lo spacio. a. k. che nō andaria l'altro in alcun luoco di spacio. c. d. totale. Il corpo adonque, che uenisse dal ponto, ouer istante a. si parteria piu ueloce da eßo istante. a. che non faria quello che se partisse da lo istante. c. da eßo istante. c. che è il secōdo proposito.

Propositione. V.

Niū corpo egualmēte graue, puo andare p alcun spacio di tēpo, ouer di loco, di moto naturale, e uiolēte insieme misto.

E*ssempi gratia, sel fusse una poßanza mouēte in pōto. a. laqual douesse tirare un corpo egualmēte graue uiolētemēte p aere, & che tutto il trāsito: chi far douesse il detto corpo de quella spinto: fusse tutta la linea. a. b. c. d. e. f. Dico che il detto corpo nō paßara parte alcuna di tal suo trāsito di moto uiolēte, naturale insieme misto, ma paßara per qñlo, ouer totalmēte di moto uiolēte puro, ouer parte di moto uiolēte puro, & parte di moto naturale puro, et qñlo istāte, che terminara il moto uiolēte, quel medemo fara principio di moto naturale, et se poßibel fusse (per laduersario) che qñlo potesse passare alcuna parte di moto uiolēte, et naturale insieme misto, poniamo, che quella sia la parte. c. d. Seguiria adonque che il detto corpo paßando*

LIBRO

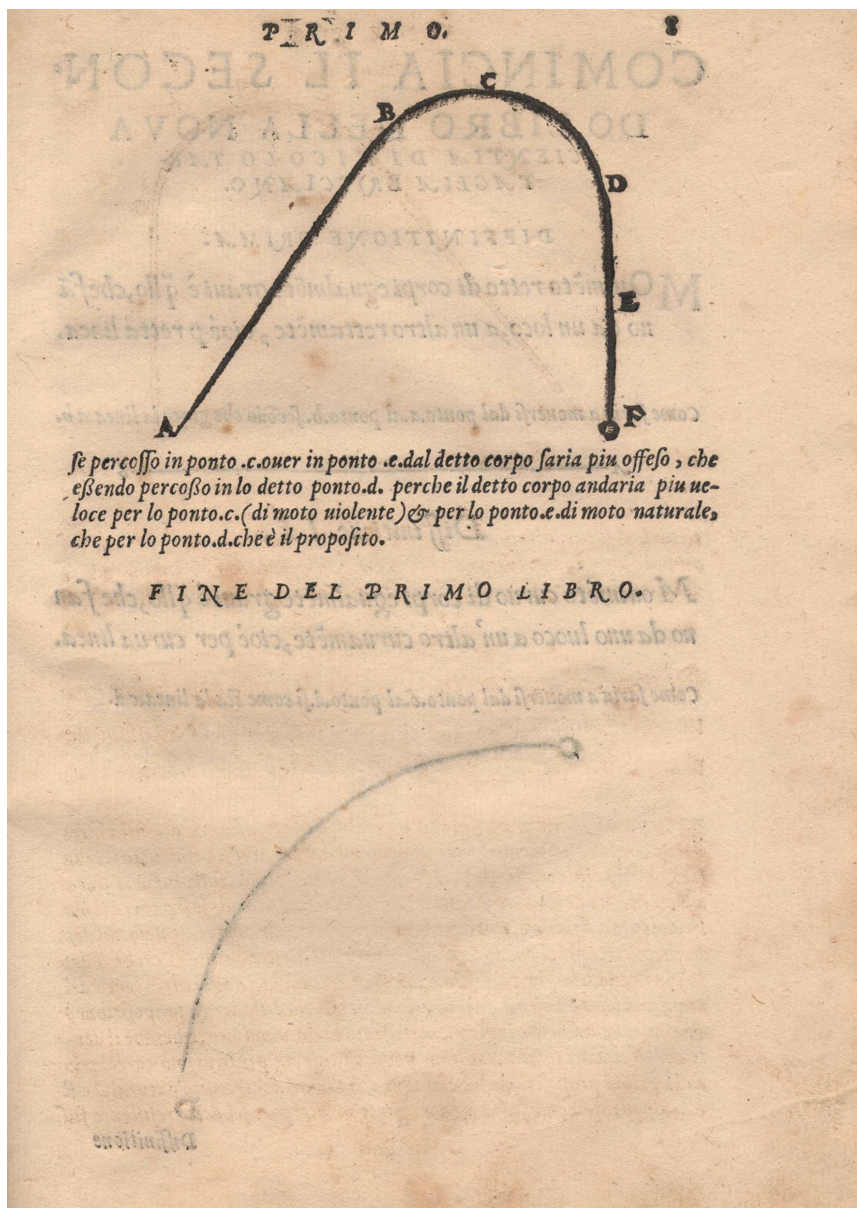


dal ponto.c.al ponto.d.andasse augmentando in uelocita,per quella parte che participasse del moto naturale(per la prima propositione) & similmente che andasse calando de uelocita per quella parte che participasse del moto uiolente(per la terza propositione) che saria una cosa absorda, che tal corpo in un medemo tempo debbia andar augmentando,& diminuendo de uelocita,destrutto adonque l'opposito,rimane il proposito.

Propositione. VI.

Ogni resistente mē uerra offeso,da un corpo egualmēte graue cieto uiolentemēte per aere,in quel istāte che distingue il moto uiolente dal naturale,che in ogni altro luoco.

ESempio sel fusse una posanza mouente in ponto.a.laqual doneffe tirare un corpo egualmente graue uiolentemēte per aere,et che tutto il transito:che transir doneffe quel tal corpo da quella spinto, fosse tutta la linea a b c d e f,& che il ponto.d.fusse il luoco de lo istante done se separara il moto uiolente dal naturale. Dico che ogni resistente men uerria offeso dal detto corpo in ponto.d.che in ogni altro luoco del detto transito. Perche il detto corpo andaria piu tardissimo per lo istante.d.che in ogni altro luoco del transito uiolente.a b c d.(per lo primo correlario della terza propositione) & consequentemēte saria menor effetto in lui.Similmente perche il detto corpo andaria piu tardissimo per lo istante.d.(per lo primo correlario della prima propositione) che in ogni altro luoco del transito natural.d e f.e.consequentemēte saria menor effetto in lui,se pero sel detto resistente fus

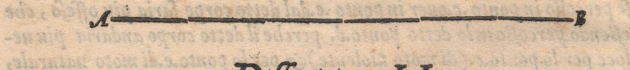


COMINCIA IL SECON
DO LIBRO DELLA NOVA
SCIENZA DI NICOLÒ TAR-
TAGLIA BRISCIANO.

DIFFINITIONE PRIMA.

Mouimēto retto di corpi egualmēte graui è q̃llo, che fã
no da un loco, a un altro rettamēte, cioè p retta linea.

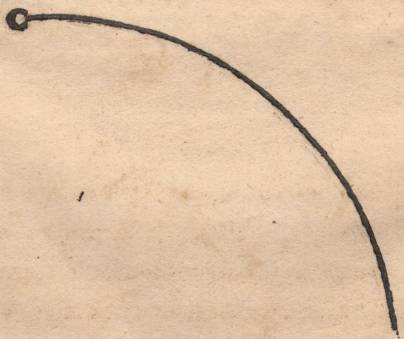
Come saria a mouersi dal ponto. a. al ponto. b. secōdo che giace la linea. a b.



Diffinitione. II.

Mouimēto curuo di corpi egualmēte graui è q̃llo, che fan
no da uno luoco a un' altro curuamēte, cioè per curua linea.

Come saria a mouersi dal ponto. c. al ponto. d. si come sta la linea. c d.



D
Diffinitione

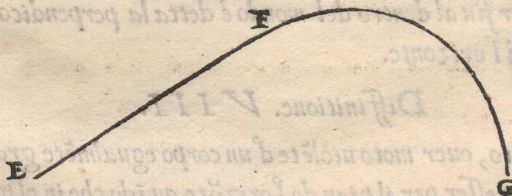
PRIMO.

9

Diffinitione. III.

Mouimento in parte retto e in parte curuo di corpi egualmente graui, è quello, che fanno da uno luoco, a un altro parte rettamente, & parte curuamente, cioè per linea in parte retta, è in parte curua.

Come saria a dire mouendosi dal ponto. e. al ponto. g. si come giace la linea. e. f. g. intendando pero che le dette due parte cioè la parte retta. e. f. sia congiunta in diretto con la parte curua. f. g. cioè che non facciamo angolo in ponto. f. perche se causasseno angolo non se potria dire che fusse vn moto continuo anzi sariano dui vari moti, si come che anchora non se potria dire che tutta la quantita. e. f. g. fusse vna sol linea, ma due linee, cioè vna retta, e l'altra curua, & questo bisognaua delucidare.



Diffinitione. III.

Orizzonte è detto quel piano circolare, che diuide (non solamente) lo hemisperio inferiore dal superiore, ma anchora ogni corpo egualmente graue, quando che è per esser eiecto, ouer tirato uiolentemente per aere, in due parti eguali, & è concentrico con il detto corpo.

c

L I B R O

Diffinitione. V.

Semidiametro del orizzonte, uien detta quella linea, che si parte dal centro, e ua a terminare nella circonferentia di quello rettamente per quel uerso, doue chi debbe esser tirato un corpo egualmente graue uiolentemente per aere.

Diffinitione. VI.

Perpendicular de l'orizzonte è detta quella linea, che si parte dal polo de l'orizzonte (cognominato zenith) & uien perpendicolarmente sopra il centro di quello, & continuata per fin al centro dil mondo.

Diffinitione. VII.

Ma quella parte, che è dal centro al polo, uien detta la perpendicolare sopra a l'orizzonte, & l'altra che è dal detto centro per fin al dentro del mondo è detta la perpendicolare sotto à l'orizzonte.

Diffinitione. VIII.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmēte graue uien detto esser per il pian de l'orizzōte quādo che in el principio se istente in parte per il semidiametro de l'orizzonte.

Diffinitione. IX.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmēte graue, uien detto esser elleuato sopra a l'orizzonte quādo che in el principio se istēde talmente che quello causi in parte angolo acuto cō el semidiametro de l'orizzonte, di sopra a l'os

P R I M O .

10

rizonte, et tanto piu se dice esser elleuato, quanto maggior angolo acuto causa, ma quando causa angolo retto se dice retto sopra al orizonte.

Diffinitione. X.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue se dice esser elleuato, 45. gradi sopra al orizonte quando che in el principio se istende talmente, che diuide l'angolo retto, causato dalla perpendicular sopra al orizonte con il semidiametro del orizonte, in due parti eguale.

Diffinitime. XI.

Il transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue, se dice esser obliquo sotto al orizonte, quando che in el principio se istende talmente che quel causa angolo acuto con il semidiametro del orizonte di sotto a esso orizonte, Et tanto piu se dice esser obliquo quanto maggior angolo acuto causa, ma quando causa angolo retto, se dice retto sotto al orizonte.

Diffinitione. XII.

Li transiti ouer moti uiolenti de corpi egualmente graui, se dicono egualmente e elleuati sopra al orizonte, quãdo che in el principio di quegli se istendono talmen: e che causano eguali angoli acuti con il semidiametro del orizonte di sopra a esso orizonte, et similmente egualmente obliqui, quando che in el detto principio causano eguali angoli acuti con il detto semidiametro di sotto a esso orizonte.

LIBRO

Diffinitione. XIII.

Il transito, ouer moto uiolente dun corpo egualmēte graue uien detto esser per la perpendicular del orizonte, quando che il principio, et fin di quello è in la detta ppendicolare, cioe quando che quello è retto sopra, ouer sotto al orizonte.

Diffinitione. XIII.

La distantia dun transito, ouer moto uiolente dun corpo egualmente graue, se piglia per quello interuallo: che è per retta linea dal principio al fine di tal moto uiolente.

Suppositione. Prima.

Tutti li transiti ouer mouimenti naturali de corpi egualmente graui sono fra loro, & anchora alla perpendicular de lorizonte equidistanti.

A Benche dui transiti, ouer moti naturali de corpi egualmente graui mai possiano esser fra loro, ne anchora alla perpendicular de l'orizonte perfettamente equidistanti. Perche se la terra gli andasse cedendo loco si come fa l'aere senza dubbio concorrariano insieme nel centro del mondo onde (per la vltima diffinitione del primo de Euclide) non sariano com'ho detto equidistanti. Nientedimeno per esser error insensibile in vn poco spacio, li supponemo tutti equidistanti fra loro & anchora alla perpendicular de l'orizonte.

Suppositione. II.

Ogni transito, ouer moto uiolente de corpi egualmēte graui che sia fuora della perpendicular de l'orizonte sempre sara in parte retto e in parte curuo, & la parte curua sara parte d'una circonfrentia di cerchio.

P R I M O.

II

A Benche niun transito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue che sia fuora delle perpendicolare de l'orizzonte mai puol hauer alcuna parte che sia perfettamente retta per causa della grauita che se ritroua in quel tal corpo, laquale continuamente lo uia stimolando, & tirando uerso il centro del mondo. Niente di meno quella parte che è insensibilmente curua, La supponemo retta, & quella che è euidentemente curua la supponemo parte duna circonferentia di cerchio, perche non preteriscono in cosa sensibile.

Suppositione. III.

Ogni corpo egualmente graue, in fine de ogni moto uiolente, che sia fuora della perpendicolare di l'orizzonte si mouera di moto naturale, ilqual sara contingente con la parte curua dil moto uiolente.

E Ssempi gratia se vn corpo egualmente graue sara cietto ouer tratto uiolentemente per aere, fuora della perpendicolare de l'orizzonte. Dico che in fine di tal moto uiolente, (non trouando resistentia) si mouera di moto naturale, ilquale sara contingente con la parte curua dil moto uiolente alla similitudine de tutta la linea a b e d. de laquale tutta la parte a b c sara il transito dil moto uiolente, & la parte c d sara il transito fatto di moto naturale, ilqual sara continuo, & contingente con la parte curua b c. in ponto c. e questo è quello che uolemo inferire.



Suppositione. IIII.

Lo effetto piu lontano dal suo principio, che far possa un

P R I M O.

12

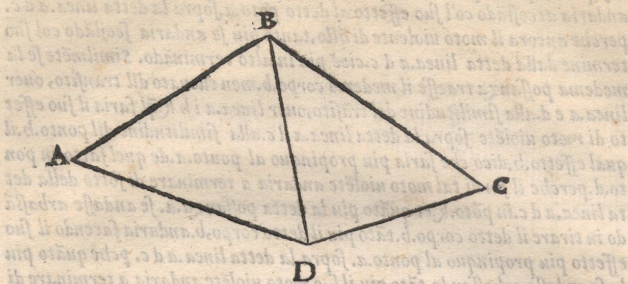
neria a terminare in la detta linea. a d c. di moto uolente, anzi terminaria di sopra di qlla in ponto. f. & quāto piu fusse elleuata mēte tirato, tāto piu se andaria accostādo col suo effetto al detto pōto. a. sopra la detta linea. a d c. perche ancora il moto uolente di qllō, tanto piu se andaria scostādo col suo termine dalla detta linea. a d c. cioè piu in alto terminādo. Similmēte se la medema possanza traesse il medemo corpo. b. men elleuato dil transito, ouer linea. a e d. alla similitudine del trāsito, ouer linea. a i b k. qll faria il suo effetto di moto uolēte sopra la detta linea. a d c. alla similitudine dil ponto. b. il qual effetto. b. dico che saria piu propinquo al ponto. a. de quel fatto in ponto. d. perche il fin di tal moto uolēte andaria a terminare di sotto della detta linea. a d c. in pōto. k. et quāto piu la detta possanza. a. se andasse arbasādo in tirare il detto corpo. b. tāto piu il detto corpo. b. andaria facendo il suo effetto piu propinquo al ponto. a. sopra la detta linea. a d c. pche quāto piu la se andasse arbasādo, tāto piu il suo moto uolēte andaria a terminare di sotto della detta linea. a d c. il medemo si dene intēdere in ogni altro tiro essempi gratia tirādo dal pōto. a. al ponto f. (termine dil moto uolente. a f.) la linea. a f. dico che il detto corpo. b. in altro modo tirato dalla medema possanza mai potria aggiōgere al detto ponto. f. come si manifesta nel trāsito a e d b. ilqual sega la detta linea a f. in pōto. m. ilqual ponto. m. e molto piu propinquo al pōto. a. di qllō che ē il detto pōto. f. Similmente ancora tirādo una linea dal detto pōto. a. al ponto. k. (termine dil moto uolēte. a i k.) quā la sia. a k. dico che il detto corpo. b. in altro diuerso modo tirato dalla medema possanza mai potria aggiōgere al detto ponto. k. come per essempio appar nelli altri dui tiri superiori che ciascaduno segan la detta linea. a k. n. di moto naturale nelli dui pōti. o. et p. che cadauno di loro ē piu ppinquo al ponto. a. di qllō chi ē il detto ponto. k. ē questo ē qllō che uolem o inferire.

Propositione. Prima.

Li quatro angoli d'ogni quadrilatero rettilineo sono eguali a quatro angoli retti.

Sia il quadrilatero. a b c d. dico tutti li suoi quatro angoli tolti insieme sono eguali a quatro angoli retti. Perche protrato lo diametro. d. b. sara diuiso in dui triangoli, & li trei angoli di cadauno de detti triangoli (per la seconda parte della 32. del. 1. di Euclide) sono eguali a dui angoli retti, onde tutti li. 6. angoli de detti dui triangoli sono eguali a quatro angoli retti, & perche li detti. 6. angoli di detti. 2. triangoli sono eguali alli. 4. angoli del detto quadrilatero, essempi gratia langolo. a b d. del triangolo. a b d. giunto con langolo. d b c. del triangolo. d b c. se egualiano a tutto langolo, a b c. del quadrilatero, & similmente li altri dui, che terminano al ponto. d. se egualiano a tutto langolo. a d c. del detto quadrilatero, & li altri dui, cioè langolo. a e t. & sono quelli istesi del quadrilatero, onde il proposito ē manifesto.

LIBRO



Propositione. I I.

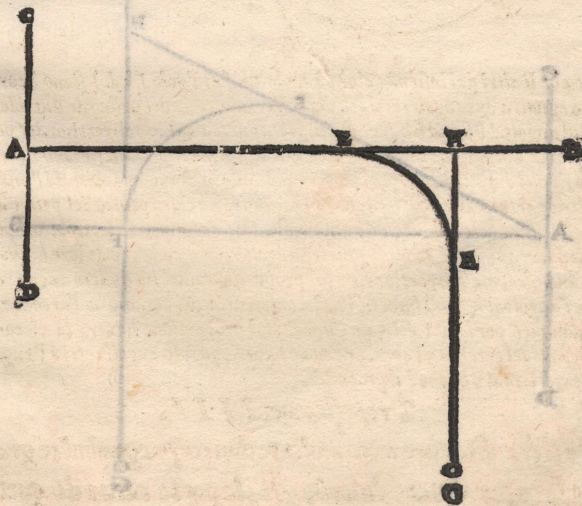
Se dal centro d'un cerchio saran protrate due linee fina alla circonferentia, tal proportione hauera tutta la circonferentia del cerchio à l'arco che interchiuden le dette due linee qual hauera quatro angoli retti a l'angolo contenuto dalle dette due linee sopra il centro.

Sia il cerchio. a b c. il centro dil quale sia il ponto. d. & dal centro. d. sian protrate le due linee. d. a. & d. b. Dico che tal proportione ha tutta la circonferentia del detto cerchio a l'arco. a. b. che interchiude le dette due linee qual ha quattro angoli retti, a l'angolo. a. d. b. Perche protraro una delle dette linee fina alla circonferentia & sia. a. d. fina in. e. onde (per la vltima dil sexto de Euclide) la proportione de l'arco. e. b. a l'arco. b. a. è si come l'angolo. e d b a. l'angolo. b. d. a. & (per la. 18. del quinto de Euclide) il congiunto delli detti dui archi. e. b. & b. a. (cioe tutto l'arco. e. b. a.) a l'arco. b. a. sara si come il congiunto delli dui angoli. e. d. b. & b. d. a. a l'angolo. b. d. a. & perche l'arco. e. b. a. è la mitade della circonferentia di tutto il cerchio, & il congiunto delli dui angoli. e. d. b. & b. d. a. (per la decima tertia del primo de Euclide) è eguale a dui angoli retti seguita adoque che si come è la mita della circonferentia del detto cerchio al detto arco. b. a. cosi sara dui angoli retti a l'angolo. b d a. & perche tutta la circonferentia dil cerchio alla mitade di quella (cioe a l'arco. e b a.) è si come quatro angoli retti a due angoli retti, adoque (per la vicesima seconda del quinto de Euclide) si come tutta la circonferentia del detto cerchio a l'arco. a. b. cosi saran quatro angoli retti a l'angolo. b d a. che è il proposito.

Propositione

Sarà la quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriuu.

Sia el semidiametro del pian de l'orizzonte la linea. a b. & la perpendicolare del orizzonte la linea. c a d. et il transito uiolente d'un corpo egualmente graue la linea. a e f. la parte curua dil quale sia l'arco. e f. et la parte. f g. sia il transito fatto di moto naturale. Dico che la detta parte curua. e f. esser la quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriuu. Perche produro il transito naturale. g f. uerso il semidiametro del orizzonte talmè che concorra con q̃llo in p̃to. h. & perche il trāsito. f g. h. è equidistante (per la prima suppositione di questo) alla perpendicolar. c a d. l'angolo adòque. f b a. (per la prima parte della uigesimanona del primo de Euclide) sarà eguale a l'angolo. h a c. ilquale è retto, adonque l'angolo. f b b. exteriore (per la decimaterza del primo de Euclide) sarà retto, onde quatro angoli retti uengono a esser quadrupli al detto angolo exteriore per ilche la circonferentia del cerchio donde deriuu la detta parte curua. e f. (per la terza propositione di q̃sto) uie a esser quadrupla al detto arco. e f. adonque il detto arco. e f. uien a esser il quarto della circonferentia dil cerchio donde deriuu, che è il proposito.



P R I M O.

15

e h k. & perche l'angolo f h e. è eguale (per la prima parte della vigesima nona del primo de Euclide) a l'angolo. e a c. & l'angolo. e a c. (per la ultima conceptione del primo de Euclide) è minore d'un angolo retto, adonque l'angolo. e h k. esteriore (per la 13. del primo de Euclide) sarà maggiore d'un angolo retto, & (per la seconda parte della ottava del quinto de Euclide) quatro angoli retti haueranno minore proportion che quadrupla al detto angolo esteriore, & similmente la circonferentia del cerchio donde deriuua l'arco. e f. (per la terza propositione di questo) hauerà menor proportion che quadrupla, al detto arco, & (per la seconda parte della decima del. 5. de Euclide) l'arco. e f. sarà maggiore della. 4. parte della circonferentia del cerchio donde deriuua che è il primo proposito. Et perche quanto piu se andara eleuando sopra a l'orizzonte la parte retta. a e. tanto piu menor angolo andara cauando la linea a e. con la linea. a c. & consequentemente la linea. e h. con la linea. f h. et l'angolo. e h k. continuamente se andara aggrandando & la proportion de quatro angoli retti a qllo sminuendo di quadrupla & similmente la proportion della circonferentia del cerchio donde deriuua l'arco. e f. al detto arco. e f. se andara sminuendo di quadrupla per il che il detto arco. e f. (per la detta seconda parte della decima del quinto di Euclide) andara continuamente crescendo in parte maggiore d'un quarto de circonferentia che è il secondo proposito. Et perche l'angolo. e h k. esteriore mai se puo egualiare (per la prima parte della trigesima seconda del primo de Euclide aiutado co la. 17. del medemo) a dui angoli retti, adonque la proportion de quatro angoli retti al detto angolo esteriore mai puo esser dupla seguita adonque che la proportion della circonferentia del cerchio d'onde deriuua qualunq; arco, ouer parte curua d'un moto uiolente, mai puo esser dupla al detto arco, ouer parte curua, & consequentemente il detto arco, ouer parte curua mai potra esser la mitade della circonferentia del cerchio donde deriuua, che è il terzo proposito.

Propositione. V I.

Se il tràsfito, ouer moto uiolente d'un corpo egualmente graue sarà obliquo sotto a l'orizzonte la parte curua di qllo sarà menor della quarta pte della circonferentia del cerchio d'onde deriuua, et tanto piu sarà minore quãto piu sarà obliquo.

Sia il semidiano etro de l'orizzonte la linea. a b. et la ppendicolare de l'orizzonte la linea. c a d, et il tràsfito uiolente d'un corpo egualmente graue la linea. a e f. la parte curua, dil quale sia l'arco. e f. et la parte. f g. sia il tràsfito fatto di moto naturale. Dico lo detto arco. e f. esser minore della quarta parte della circonferentia del cerchio donde deriuua. Perche pãuro il tràsfito natura-

T R A M O.

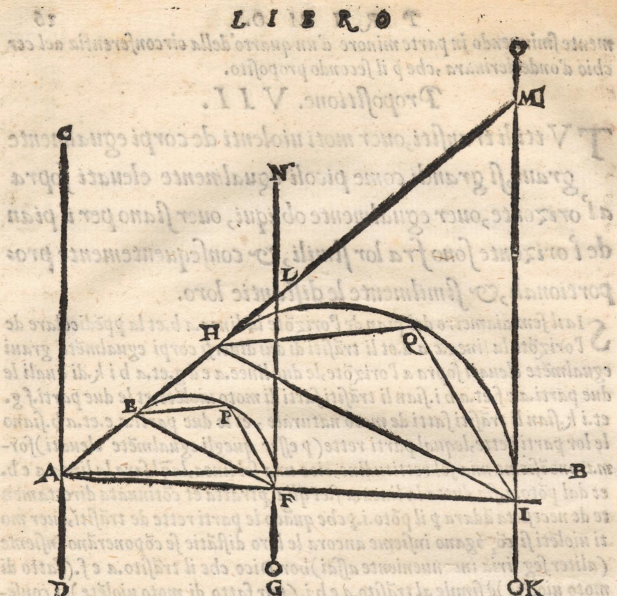
16

mente sminuendo in parte minore d'un quarto della circonferentia del cerchio d'onde derivara, che p il secondo proposito.

Propositione. VII.

TVtti li transiti, ouer moti uiolenti de corpi egualmente graui, si grandi come piccoli egualmente eleuati sopra al'orizzonte, ouer egualmente obliqui, ouer siano per il piano de l'orizzonte sono fra lor simili, & consequentemente proportionali, & similmente le distantie loro.

Siail semidiametro del piano de l'orizzonte la linea. a b. et la ppedicolare de l'orizzonte la linea. c a d. et li transiti di dui diuersi corpi egualmente graui egualmente eleuati sopra a l'orizzonte, le due linee. a e d g. et. a b i k. di quali le due parti. a e f. et. a b i. sian li transiti fatti di moto uiolente, et le due parti. f g. et. i k. sian li transiti fatti de moto naturale, et le due parti. a e c. et. a b. siano le lor parti rette, lequal parti rette (p esser quegli egualmente eleuati) formarono insieme una sol retitudine, cioe una sol linea, la q'l sara la linea. a g. e b. et dal poto. a. sia dutta la linea. a f. et q'lla p'tratta et cotinuata direttamente de necessita adara p il poto. i. pche quando le parti rette de transiti, ouer moti uiolenti si copogano insieme ancora le loro distantie se coponerano insieme (aliter seg'ria inconueniente assai) hor. Dico che il transito. a e f. (fatto di moto uiolente) e simile al transito. a e b i. (pur fatto di moto uiolente) et consequentemente proportionale, et similmente la distantia. a f. alla distantia. a i. Perche pduro li lor transiti naturali, et la lor comua pte retta. a e b. fin a tanto che corran insieme in li dui pti. l m. et pduro li detti transiti naturali fin in. n o. (costituendo li dui angoli esteriori. e l n. et. l m o.) et ducero le due corde. e f. et b i. alle lor pte curu. Et pche li dui transiti naturali. g n. et. k o. (p la prima suppositione di q'sto) sono equidistanti, adoque l'angolo. e l n. (p la seconda pte della. 29. del. 1. de Euclide sara eguale a l'angolo. l m o. onde (per la seconda pte della. 7. del. 5. de Euclide) quatro angoli retti haueran una medema proportionione a cadaun di loro, et similmente la circonferentia de cadauno di dui cerchi donde derivano li dui archi. e f. et. b i. alli detti dui archi (cadauno al suo relatiuo) (p la terza ppositione di q'sto) hauerano una medema proportionione p laqual cosa l'arco. e f. nien a esser simile a l'arco. b i. et similmente la portio p. alla portio. q. onde costituendo sopra cadauno de detti archi un angolo quai siano. e p f. et. b. q i. li quai dui angoli (p il conuerso delle due ultime diffinitione del terzo de Euclide) saranno fra loro eguali p la q'l cosa l'angolo. f e a. (p la. 31. del terzo de Euclide) sara eguale a l'angolo. i h. e onde (p la uigesima octaua del. 1. de Euclide) la corda. e f. sara equidistante alla corda. i b. p la qual cosa l'angolo. e f a. sara eguale (p la secoda parte della uigesimanona del primo de Euclide) a l'angolo. f i b. adonque il triangolo. a e f. sara equiangolo al triangolo. a b i. et consequentemente simile, onde tal proportionione e della



parte retta. a. e. alla parte retta. a. h. qual è dalla corda. e. f. alla corda. h. i. & della distàtia. a. f. alla distàtia. a. i. & da l'arco. e. f. à l'arco. h. i. che è il proposto, et p li medemi modi è uie se dimostrara tal similitudine in li tràsiti, ouer moti uiolèti che fusseno egualmète obliqui sotto a l'orizòte, ouer p il piano de l'orizòte, pche sempre li dui angoli esteriori sarāno sempre eguali, & li archi, ouer parte curue de quegli, sempre sarāno simile, perche le parti egualmète tolte de circonferètie de cerchi sono simile et arguendo, come di sopra è stato fatto se aprouara esser tal proportione della parte retta de l'uno no alla parte retta de l'altro qual è della distàtia de l'uno alla distàtia de l'altro et de l'arco a l'arco, et per la premutata proportionalita se dimostra ra esser tal proportione della parte retta de l'uno alla distàtia del medemo ouer alla parte curua del medemo, qual sara della parte retta del altro alla distàtia, ouer alla parte curua di quello istesso che sara il proposto.

Propositione. V. III.

Se una medema possanza mouente cieltara, ouer tirara corpi egualmente graui simili, et eguali in diuersi modi uolentemente

P R I M O.

17

lentemente per aere, Quello che fara il suo transito elcuato a. 45. gradi sopra a l'orizzonte fara ancora il suo effetto piu lontan dal suo principio sopra il pian de l'orizzonte che in qualunque altro modo elcuato.

PEr dimostrare questa propositione usaremo una argumētatione naturale la qual è questa, quella cosa che transisse dal minore al maggiore, et per tutti li mezzi, necessariamente trāsisse ancora plo eguale, ouer qst'altra. Doue accade trouar il maggiore, et ancora il minore di qualunque cosa, accade ancora retrouar lo eguale. Vero è che queste tale argumētationi nō ualeno, ne sono accettate, ne cōcesse dal geometra, come euidentemēte dimostra il comētatore sopra la decimaquinta ppositione del 3. de Euclide, et similmente sopra la trigesima del medesimo, mentedimeno tai cōclusioni se uerifican in le cose che sono realmēte uniuoce, ma in qlle che partecipano de equiuocatione, alle uolte sono mendace, esēpi gratia che dicesse el si troua una portione di cerchio che ne da l'angolo costituendo sopra l'arco, menor del angolo retto e, qsta è la portione maggiore dil semicerchio (per la detta trigesima del terzo di Euclide) similmente el sene troua un'altra che ne da il detto angolo maggior dil retto (et questa è la portione minore dil semicerchio) per la detta trigesima del 3. di Euclide. Adōque el saria possibile per le dette argumētationi a trouarne una che ne dara il detto angolo eguale a l'angolo retto, hor dico che in qsto caso la detta ppositione, ouer argumētatione nō sara mēdace, cioè che glie possibile a trouar una portione di cerchio, che ne dara realmēte l'angolo costituendo sopra l'arco eguale a l'angolo retto, et qsto aduen perche nelli detti angoli non è alcuna equiuocatione. Ma che dicesse el si troua una portione di cerchio, che ne da l'angolo de detta portione minore de l'angolo retto (e qsta è la portione minore del semicerchio) per la detta trigesima del 3. di Euclide) Similmente el sene troua un'altra che ne da il detto angolo maggiore dil angolo retto (e questa è la portione maggiore del semicerchio) per la detta trigesima del terzo. Adōque (per le dette argumētationi el saria possibile a trouarne una che ne desse il detto angolo eguale a l'angolo retto, hor dico che in qsto caso la detta ppositione, ouer argumētatione saria mēdace perche l'angolo della portione dil cerchio nō è realmēte uniuoco cō l'angolo retto perche l'angolo retto è cōtenuto da due linee rette, et l'angolo della portione è cōtenuto da una linea retta, et da una curua, cioè dalla corda et da l'arco di qlla. Nōdimeno dico che qlla ppositione, ouer argumētatione che è uera se uerifica sēpre al sēso, et a l'intelletto in qlla qualita media fra qlle due diuersita, ouer qualita cōtrarie, cioè fra la portione minore, et la portione maggiore, del semicerchio, laqual qualita media è ppriamente esso semicerchio (come per la detta trigesima del 3. de Euclide si puà) ma qlla che mēdace. Sēpre se uerifica ancora lei in quāto al sēso per in lo detto termine, ouer qualita media, cioè nel semicerchio, perche tal sua mēdacia nō è sensibile, ne alcun sēso da se è atto

E

LIBRO

aconfer'la in materia, ma solamēte allo intelletto è nota, & ch'el sia il ue-
 ro el se fa che l'angolo cōtenuto dalla corda, & da l'arco del semicerchio è
 tanto uicino a l'angolo retto che l'no è possibile à costruir uno angolo acu-
 to de linee rette che sia piu uicino a l'angolo retto di lui, ne ancora tanto ui-
 cino quanto lui (come si proua sopra la 15. del 3. de Euclide) seguita adon-
 que che tai propositioni, ouer argumētationi sempre se uerificano. In quan-
 to al senso in quel termine, ouer qualita media che giace fra due qualita cō-
 trarie in proprieta, ouer in effetti, cioè che egualmēte participa di cadauna
 di q̃lle. Et p̃ nō star in vn solo esēpio pigliamo q̃st' altro. Il sole girādo cōti-
 nuamēte p̃ il zodiaco ne da alcune volte li giorni maggiori della notte, &
 alcune altre nelli da minori. Onde p̃ le dette p̃positioni, ouer argumētatio-
 ni seguiria che in alcun tēpo, ouer luoco, ne douesse dar un giorno eguale al
 la notte, laqual cosa essēdo vera se uerificara al senso, et all'intelletto in q̃llo
 tēpo, ouer in q̃l loco medio fra li dui tēpi, ouer luochi massimamēte cōtrarij
 in tai effetti (liquai dui luochi massimamēte cōtrarij l'uno si è il primo gra-
 da de cancer, & l'altro si è il primo grado di capricorno, p̃che quando il sole
 intra nel detto primo grado de cācer ne da il giorno piu lōghissimo di la not-
 te che in niun altro luoco, ouer tēpo, & quādo intra in el primo grado di ca-
 pricornone da il giorno piu cortissimo di la notte, che in niun altro luoco.
 Ma il pōto medio fra q̃sti dui estremi in effetto cōtrarij l'uno saria il primo
 grado di ariete e l'altro il primo grado de libra.) Ma se la detta argumēta-
 tione in q̃sto caso sara mēdace. Dico che similmente la se uerificara ācora lei
 (in quāto al sēso) in li preditti luochi medij come cōtinuamēte uedemo che
 quādo il sole intra in vn di dui p̃ditti luochi il giorno se eguaglia alla notte,
 & se pur non se egualia p̃fettamēte (come approua) & bene (il Reuerēdis-
 simo Cardinal Signor Pietro de Aliaco in la sesta questione sopra 2. an di
 Sacrobusto) tal differētia è insensibile. Hor tornādo adōque al nostro p̃posi-
 to. Perche euidentemēte sapemo che se vn corpo egualmēte graue sara eiet-
 to, ouer tirato uiolētemēte p̃ il pian de l'orizōte quel andara a terminare il
 suo moto uiolēte piu sotto a l'orizōte che in qualunque modo elenato, ma se
 lo andaremo ellenuādo pian piano sopra a l'orizōte p̃ vn tēpo andara termi-
 nādo il detto suo moto uiolēte pur sotto a l'orizōte, ma cōtinuādo tal elenu-
 tione euidentemēte sapemo che a tēpo terminara di sopra al detto orizōte,
 & poi quāto piu se andara elenuādo tāto piu andara a terminare piu in al-
 to (idest piu lontano del detto orizōte) e finalmēte giongēdo alla p̃pendico-
 lare sopra al orizōte (cioè che tal suo moto, ouer trāsito sia retto sopra a l'o-
 rizōte) quel terminara piu in alto ouer piu lontan di sopra del detto piano
 del orizōte che in qualunque modo elenato. Onde seguiria per le antedette
 propositioni, ouer argumentationi, che gli sia una elenuatione cosi cōditi-
 onata che l' debbia far terminare precisamēte in el proprio piano del orizō-
 te, laqual argumētatione essēdo vera se uerificara realmente al senso an-
 cora al intelletto in quella elenuatione che è media fra quelle due massima-
 mēte cōtrarie in terminatione (cioè fra q̃lla che è p̃ il piano del orizōte &
 q̃lla che è retta sopra al orizōte, p̃che l'una fa andare a terminare il det-

P R I M O.

18

to corpo di moto uolente piu di sotto, & l'altra piu di sopra al orizonte, che in qualunque modo elleuato) & questa eleuation media è quando il detto transito, ouer moto uolente d'un corpo egualmente graue è elleuato alli 45. gradi sopra al orizonte (cioe quando la parte retta di quello diuide l'angolo retto causato dalla ppedicolare sopra al orizonte co el semidiametro del orizonte in due parti eguale) Ma se la detta argumetatione fusse medace (p l'aduersario geometrico) Se verificara pur ancora lei (in quanto al senso) in la detta eleuation media, cioe alli 45. gradi sopra a l'orizonte, se'l corpo adoque cietto, ouer tirato talmete che faccia il transito suo elleuato, 45. gradi sopra al orizonte, terminara il suo moto uolente in el proprio pian del orizonte, & lo effetto che fara in el detto piano fara il piu lontano dal suo principio (per la quarta suppositione) che far possa sopra al pian del orizonte, in altro modo elleuato, cietto, ouer tirato dalla medema possanza che è il proposito.

Correlario.

Da questa propositione, et dalla ultima del primo, se manifesta qualmete un corpo egualmente graue nel moto uolente elleuato alli 45. gradi sopra al orizonte fara menor effetto nel pian de l'orizonte che in qualunque altro modo elleuato.

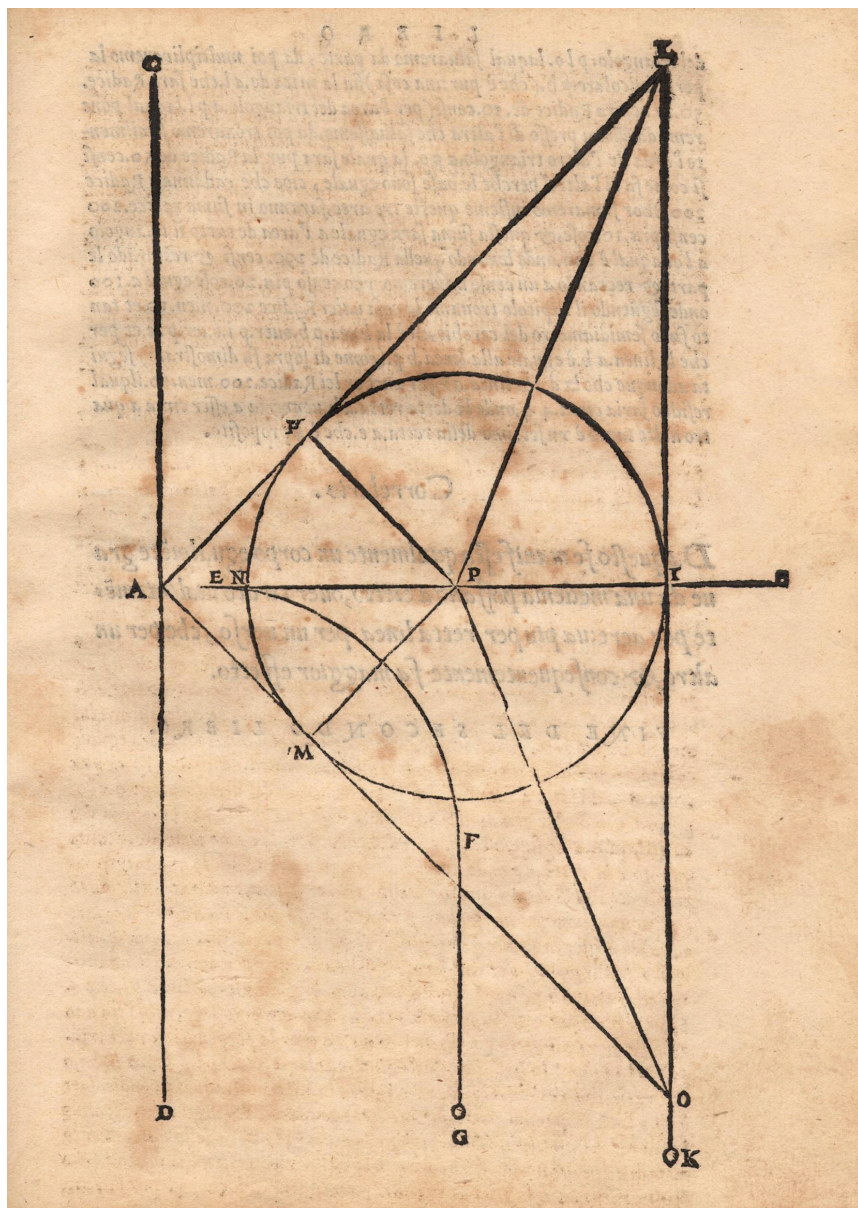
Propositione. I X.

Se una medema possanza mouete ciettara, ouer tirara due corpi egualmente graui simili, & eguali l'uno elleuato alli 45. gradi sopra al orizonte, e l'altro per il pian del orizonte. La parte retta del transito di quello che fara elleuato alli 45. gradi sopra al orizonte, fara circa a quadrupla della parte retta di l'altro.

Per dimostrare questa propositione, pigliaremo p supposito quello che in el principio dicefimo hauer trouato, cioe che la distantia del transito, ouer moto uolente elleuato alli 45. gradi sopra a l'orizonte esser circa a decupla al transito retto, fatto p il pian del orizonte, che dal vulgo è detto tirar de po toin bianco, laqual proportione se uedera cosi essere nel quarto libro doue se dara in numeri l'ordine, & la proportioni di crescer e calar di tiri de ogni sorte machine. Sia adoque il semidiametro del orizonte la linea, a b. ella p ppedicolar del detto orizonte la linea, c a d. et il transito d'un corpo egualmente graue fatto p il pia dl orizonte la linea, a e f g. la pte retta di quella sia la linea a e. et la curua la linea, e f. et il transito di moto natural la linea, f g. Et il transito d'un altro corpo simile et egual al primo, e dalla medema possanza tirato

LIBRO

ellinato alli 45. gradi sopra a l'orizōte, la linea. a b i k. la pte retta dil qua-
 le sia la linea. a b. & la curua la linea. b i. trāsito di moto naturale la linea
 i k. & la distātia la linea. a e i. la qual distātia uien a esser p il semidiametro
 del orizōte. Dico che la parte retta. a b. è circa a quadrupla della parte ret-
 ta. a e. Perche produro il trāsito naturale. i k. et la parte retta. a b. tātō che
 cōcorrano insieme in pōto. l. & pche il semidiametro. a b. sega orthogonalmē
 te il trāsito naturale. i k. in pōto. i. (per la decimaottaua del 3. de Euclide)
 q̄l andasse p il cētro dil cerchio donde deriva la parte curua. h i. Cōpiro adō
 que (per la 24. del 3. di Euclide) il detto cerchio donde deriva la detta par-
 te curua. h i. qual sia. h i m n. & dal pōto. a. (per la 16. del 3. di Euclide) du-
 cero una linea cōtingēte al detto cerchio, quala pongo sia. a m. & q̄lla pro-
 duro in diretto fin a tanto che la cōcorra cō il trāsito natural. i k. in pōto. o.
 & sarà costituito il triangolo. a l o. hor dalli dui pōti. h. & m. al cētro del
 cerchio (qual pōgo sia p.) duco le due linee. h p. et. m p. (lequal sarāno egua-
 le fra loro) p la diffinitione dil cerchio posta da Euclide nel 1.) Similmente
 la linea. a b. (per la 35. del terzo de Euclide) sarà eguale alla linea. a m. &
 l'angolo. p h a. sarà eguale a l'angolo. p m a. perche l'uno e l'altro e retto (p
 la 17. del 3 di Euclide) e la basa. a p. è comuna a l'uno e l'altro di dui trian-
 goli. a b p. et. a m p. onde (per la 8. del 1. de Euclide) li detti dui triangoli sa-
 ranno equiangoli, et perche l'angolo. h a p. e mezzo angolo retto (per esser
 la mita de l'angolo. c a p. dal prosupposito) adunque l'angolo. a p h. (per la
 2. parte della. 32. del 1. de Euclide) sarà ancora lui mezzo angolo retto. Se-
 guita adonque, che l'angolo. m a p. de l'altro triangolo sia ancora lui la mi-
 ta d'un angolo retto, per ilche tutto l'angolo. h a m. del triangolo. a l o. sarà
 retto, & perche l'angolo. a l o. è mezzo angolo retto (per esser eguale a l'an-
 golo alterno. l a c. (per la. 29. del. 1. de Euclide) (Seguita (per la. 2. parte del-
 la trigesima seconda del 1. de Euclide) che l'altro angolo. l o a. sia ancora lui
 mezzo angolo retto, onde (per la 6. del 1. de Euclide) lo lato. a l. sarà eguale
 al lato. a o. per ilche tutto il detto triangolo. a l o. uien a esser mezzo un qua-
 drato et la distātia. a i. uien a esser la perpendicolar del detto triangolo. a l o.
 ancora uien a esser egual (alla mita della basa. l o. cioe al l. i. et perche la de-
 ta distātia. a i. è supposta esser decupla alla retta. a e. cioe dese uolte tanto
 quanto è la retta. a e. onde l'area del triangolo. a l o. (per la quadragesima
 prima del 1. de Euclide) ueneria a esser. 100. cioè. 100. quadrati della retta
 a e. (laquale sumemo in q̄sto loco p misura di q̄llo che se ha a dir.) et lo lato
 a l. ueria a esser la radice quadrata de 200. (p la penultima del 1. de Encli-
 de) & similmente l'altro lato. a o. hor uolendo saper per numero la quanti-
 ta della retta. a b. primamente del centro. p. duceremo le due linee. p l. et. p o.
 procederemo per algebra, ponendo che il semidiametro del cerchio sia una
 cosa, & perche il detto semidiametro uien a esser la perpendicolar del trian-
 golo. p l o. (sopra la basa. l o.) & similmete del triangolo. a p l. (sopra la basa
 a l.) et similmete del triangolo. a p o. (sopra la basa. a o.) le quai ppendicolar
 sono. p i. p h. et. p m. hor trouaremo l'area de cadauno di detti tre triangoli (p
 la sua regola) multiplicādo la ppendicolar cōtra la mita della basa, ouer la
 mita della perpendicolar cōtra a tutta la basa, onde multiplicando. p i. (che
 è posto esser una cosa) sia la mita di l o. che è. 10.) sarà. 10. cose per l'area.



L I B R O

del triangolo. p l o. laqual saluaremo da parte, da poi multiplicaremo la perpendicolare. p h. (che è pur una cosa) sia la mita de. a l. che sarà Radice. 50. ne uenirà Radice de. 50. cenfi (per l'area del triangolo. a p l. laqual ponremo da cāto a presso di l'altra che saluassemo, da poi trouaremo similmente l'area de l'altro triangolo. a p o. la quale sarà pur la Radice de. 50. cenfi si come fu di l'altro (perche le base sono eguale, cioè che cadauna è Radice 200.) hor sumaremo insieme queste tre aree, faranno in suma radice. 200 cenfi piu. 10. cose, & questa suma sarà eguale a l'area de tutto il triangolo a l o. laqual è 100. onde leuando quella Radice de 290. cenfi & restorādo le parti & reccando a un censo haueremo vno censo piu. 20. cose egual a. 100 onde seguendo il capitolo trouamo la cosa ualer Radice 200. men. 10. et tanto fu lo semidiametro del cerchio, cioè la linea. p h. ouer. p i. ouer. p m. et per che la linea. a h. è eguale alla linea. h p. (come di sopra fu dimostrato) seguita adonque che la detta linea. a h. sia anchor lei Radice. 200. men. 10. ilqual residuo sarà circa. 4 $\frac{1}{4}$. onde la detta retta. a h. uenneria a esser circa a quatro uolte tanto è vn settimo della retta. a c. che è il proposito.

Correlario.

Da questo se manifesta qualmente un corpo egualmente graue da una medema possanza cietto, ouer tirato uiolentemēte per aere: uia piu per retta linea per un uerso, che per un altro, & consequentemente fa maggior effetto.

FINE DEL SECONDO LIBRO.

20

COMINCIA IL TERZO

LIBRO DELLA NOVA SCIENTIA DI

NICOLÒ TARTAGLIA BRISCIANO.

Diffinitione. Prima.

O Rizzonte (in questo luoco) è detto quel piano circolare che diuide (non solamente) lo hemisperio inferiore dal superiore, ma anchora l'occhio risguardante alcuna cosa apparète in due parti eguali, et è cōcentrico con quello.

Diffinitione. II.

Perfetto piano se chiama qualunque spacio terreo, che procede, ouer che se istende egualmente distante al pian de l'orizzonte, di sotto a esso orizzonte.

Diffinitione. III.

L'altezza delle cose apparente è la perpendicolar ditta dall'uertice di cadauna di quelle, alla basa, ouer piano terreo doue esse se ripossano.

Diffinitione. IIII.

Distanza ipothumissale, ouer diametrale, è quella, che è per retta linea dal occhio risguardante, alla uertice di qualunque altezza opparente

Diffinitione. V.

Distanza orizzontale è quella che è per retta linea dal occhio risguardante, a alcuna cosa apparente che sia in el pian del orizzonte.

L I B R O

Propositione. Prima.

Mi uoglio certificare i materia se una data regola ouer Rega) materiale per desiguar linee rette è giusta.

Si la data Regola, ouer Rega, a, della quale mi uoglio certificare s'ella è giusta per tirare & designare artificialmente linee rette in ogni piana superficie, segno li dui ponti. b. & c. picolini quanto sia possibile lontani luno da laltro circa a tanto quanto è longa la data Regola, ouer Rega, a, come nel primo effempio appare, da poi acontio, ouer giusto la data Regola alli detti dui ponti stante il corpo della detta regola nerjo mi, come nel secondo effempio si uede, dapoi dal ponto. a. al ponto. b. tiro leggiermente una linea suttilissima secondo l'ordine della data regola, fatto questo uolto la data regola da l'altra banda della tirata linea, giustandola diligentemente alli detti dui ponti, come nel terzo effempio appare, & tiro leggiermente un'al-



tra linea dal detto ponto. a. al ponto. b. suttilissima fatto questo leuo la detta regola, ouer rega & guardo diligentemente se la linea tirata a questa seconda uolta congruisse perfettamente sopra a quella, che fu tirata alla prima, cioe che la sia in quella istessa, la qual cosa essendo cosi dirò, che la detta regola, ouer rega è giustissima, ma quando che la linea tirata la seconda uolta non congruesse perfettamente sopra a quella, che fu tirata prima, & che fra l'una e l'altra serasseno qualche spacio, come in lo quarto effempio appare, a l'hor dirò che tal regola in modo alcuno non è giusta, ne le linee signate, ouer tirate secondo l'ordine di quella non sono rette, perche due linee rette non ponno fra l'una & l'altra serare alcuna superficie (per la ultima petitione del primo di Euclide,) che è il proposito.

Propositione

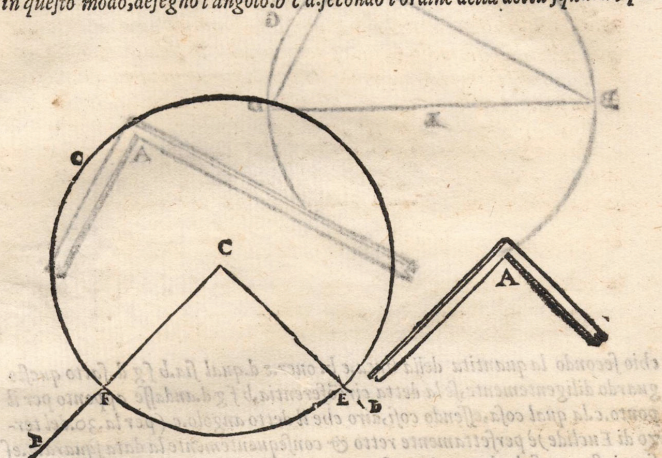
PRIMO.

81

Propositione. II.

*Mi voglio certificare in materia se una proposta squara
materiale e giusta.*

Sia la detta Squara .a. Dico che mi uoglio certificare s'ella è giusta, & se li angoli designati secòdo l'ordine di quella sono perfettamente retti, faccio in questo modo, disegno l'angolo. b c d. secondo l'ordine della detta squara, poi



piglio un compasso, & faccio centro il ponto.c. & sopra quello descrivo il cerchio.e f.g. maggior che sia possibile pur che non transisca fuora delle due linee c.b. & c.d. ma che segghi cadauna di quelle in li doi ponti.e.f. fatto questo, piglio il mio compasso, & cō diligentia guardo se l'arco f.e. è precisamente il quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, laqual cosa essendo così, dirò che il detto angolo.c. è perfettamente retto (per la 2. propositione del. 2.) & consequentemente la sguara.a. esser giusta (per la ottaua commun sententia del primo di Euclide) ma se il detto arco. f.e. sarà più, ouer meno della quarta parte della circonferentia del detto cerchio, dirò che il detto angolo.c. in conto alcuno non è retto & consequentemente la detta sguara.a. non esser giusta.

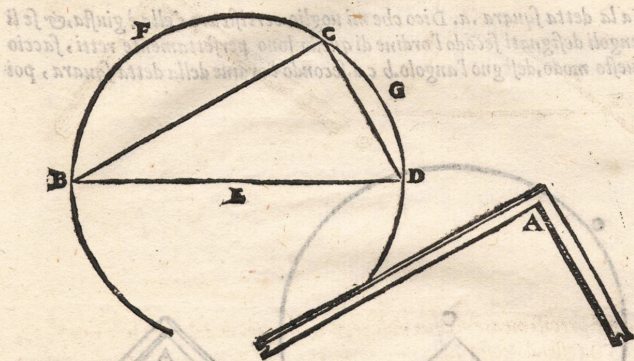
Propositione. III.

*Per unaltro modo (per esser piu sicuro) mi uoglio certificare
in materia se la data squara e giusta.*

4

L I B R O

Sia la data squara. *a*. Dico, che per esser piu sicuro mi uoglio p un'altro modo certificare se quella e giusta, disegno l'angolo. *b c d*. secondo l'ordine di qlla, poi dal ponto. *b*. al ponto. *d*. tiro la linea. *b d*. & qlla diuido in due parti eguali in poto. *e*. el qual ponto. *e*. faccio cetro, & sopra di quello descriuo un semicer



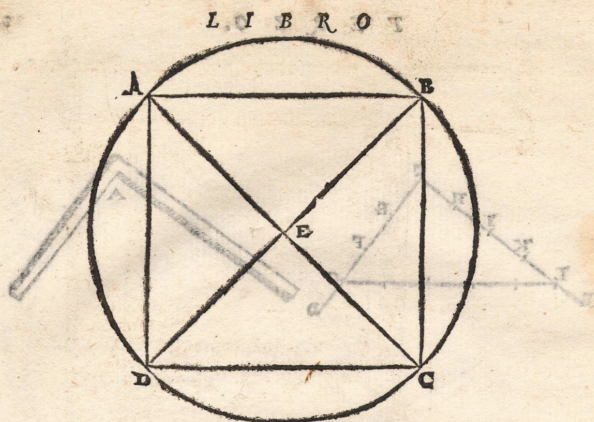
chio secondo la quantita della linea. *e b*. ouer. *e d*. qual sia. *b f g d*. fatto questo guardo diligentemente, se la detta circoferentia. *b f g d*. andasse apponto per il ponto. *c*. la qual cosa, essendo cosi, diro che il detto angolo. *c*. (per la. 30. del terzo di Euclide) e perfettamente retto & consequentemente la data squara. *a*. esser giusta, ma se la detta circoferentia andasse quanto piu di sopra, ouer di sotto dal detto ponto. *c*. diro assolutamente, che il detto angolo. *c*. non e retto & consequentemente la squara. *a*. non esser giusta, che e il proposito.

Propositione. I I I I.

Anchora per un'altro modo mi uoglio certificare in materia se la data squara e giusta.

Sia la data squara. *a*. Dico ancora (per esser piu sicuro) mi uoglio per un'altro modo uerificare se qlla e giusta descriuo l'angolo. *b c d*. secondo l'ordine di qlla fatto qlsto piglio il mio copasso, & appro quello talmete che la appritura poscia intrare tre uolte in la linea. *c d*. nel circa, et secondo la detta appritura assegno le tre parti. *c e f*. & *f g*. et secondo la medema appritura di copasso assegno in l'altra linea. *c b*. le quatro parti, ouer misure. *c b*. *h i*. *k l*. fatto questo dal ponto. *l*. al ponto. *g*. tiro la linea. *l g*. poi con diligentia guardo se la detta





Propositione. VI.

Mi uoglio fabricar uno istrumẽto che mi serua a liuelar un piano, et ancora a conoscerlo cõ la spetto, le altezze, larghezze e profundita, distantie hipotumissale, et horizontale delle cose apparente, & che ancora con facilità me lo possa accomodar da inuestigar la uarieta di tiri de cadauno pezzo de artiglieria, & similmente de ogni mortaro.

Pigliò una lamina di alcun metallo bẽ plana grossa una bona costa di cortello, ouer una tauoletta di alcun legno sodo e ben secco grossa al men un dedo grosso, & con una rega, et squadra giusta, ne cauo della detta lamina, ouer tauoletta una squadra alla similitudine della infra scritta. a b c d e f. che habbia interchiuso uno pffettissimo quadro alla similitudine del quadro, e g h i. & lontano una costa al cortello, uel circa da li dui lati, g b. & h i. tiro tre linee l'una ne l'ua da l'altra un dedo grosso, nel circa eg distate alli detti dui lati, g b. et h i. & cadauna di q̃lle due che sono p̃pinque alli detti dui lati, h g. & h i. diuido in 12. parti eguali & dal angolo. e. a cadauno delli detti. 12. e. 12. diuisioni, ouer p̃oti, tiro le linee diuidẽte li spaci, che interchiude le tre, e tre linee equidistate alli dui lati, g b. & h i. in. 12. spaci eguali, et così haro cõpita la figura gnomonica. k h l. diuisa in. 12. e. 12. parti eguali, laqual figura dalli antiqui e chiamata scala altimetria, & la pte. l. e detta ombra retta, & la pte. h k. e chiamata ombra uersa, et la linea. b e. (cioè il diametro del quadro) è detta linea de l'ombra media, & la diuisione. 1. de l'ombra retta se chiama il primo ponto



L I B R O

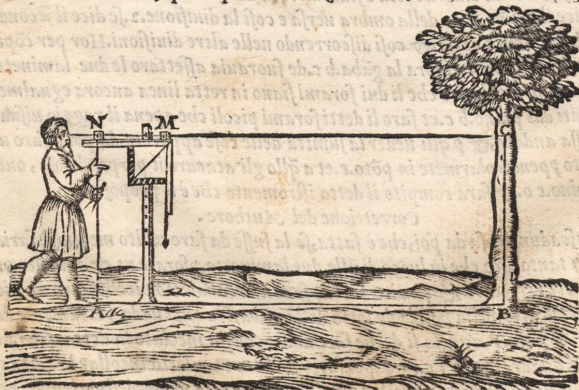
la parte. i. f. per couerzer quella parte del detto canaletto che inui sera, el qual canaletto perche uenira a passare rettamente sotto al centro. E doue uia attaccato il perpenlicolo, ouer piombino, molto piu iustamente ne seruira nelle nostre operationi, di quello fara le dette due laminette, come detto di sopra, & massime doue bisogna trasportar l'istrumento da un luoco in un' altro, come occorre nella decima propositione di questo. Anchor bisogna notar, che uolendo far questa squadra de legno, la si debbe far di legno di ancipresso a tento, che ho ritronato quello non far mai sensibile mutatione, ne per humidita ne per scicita, & dapoi designar la detta squadra in carta, & incollarla sopra a quella di legno.

Oltra di questo bisogna notare, che quanto piu fara maggiore questo istrumento, tanto piu fara atto a dar la cosa piu giusta, & in uero il quadrato. g. h. i. e. non uoria esser men di una spanna per lato, talmente che cadauno delli detti 12. & 12. ponti della ombra retta, & uersa se possino diuidere in altre. 12. & 12. parti secondo il medesimo modo le quai parti se chiamariano minuti, tal che il detto quadro ueria a esser poi. 144. minuti per fazzza, li quali seruiranmo molto piu pontalmente, & sottilmente di quello faria solamente con le 12. prime diuisioni.

Propositione. VII.

*V*oglio liuelar un spacio terreo, & conoscer se quello e perfetto piano.

*S*ia il spatio terreo la linea .a. b. Dico che uoglio liuellar il detto spacio, et certificarne se eglie perfetto piano, aposto un ponto in qualche cosa ellenuata perpendicolarmente sopra il pian del orizzonte, & sia il ponto .c. poi piglio il



T E R Z O.

24

mio istromento, & lo assetto, ouer acconcio fissamente in qualche cosa stabile talmente che lo perpendicolo. e o. cada precisamente sopra il lato. e g. del quadrato, cioè sopra la linea. e g. d. & poi lo alzo ouer abbasso, talmente che per li forami. m. n. ueda il ponto. c. fatto questo, misuro diligentemente quanto è dal mio occhio, ouer dal for. a. m. n. perpendicolarmente in terra (cioè quanto è la linea. n. a.) & similmente misuro quanto è dal ponto c. perpendicolarmente a terra (cioè quanto è la linea. c. b.) & se trouo che la detta linea. c. b. sia eguale alla linea. n. a. & che il detto piano se distenda dalla banda destra, & dalla sinistra secondo l'ordine della linea. a. b. diro che il detto piano. a. b. sarà perfetto piano, perché la linea. a. b. che andasse p. quello (per la trigesimalterza del primo di Euclide) sarà equidistante alla linea. n. c. che andasse per il piano de l'orizzonte, consequentemente il detto piano donde andasse la detta linea. a. b. sarà equidistante (per la decimaquarta del. 11. di Euclide) al pian del orizzonte, ma se la linea. c. b. sarà maggiore della linea. n. a. diro che il detto piano terreo sarà piu basso uerso. b. che uerso. a. & conuerso, se la linea. c. b. sarà minore della linea. n. a. diro che il detto piano terreo sarà piu alto uerso. b. che uerso. a. & con lo medemo ordine procedero dalla banda destra, & dalla sinistra uolèdome certificare se circum circa se istende secondo la detta linea. a. b. che è il proposito.

Propositione. V I I I.

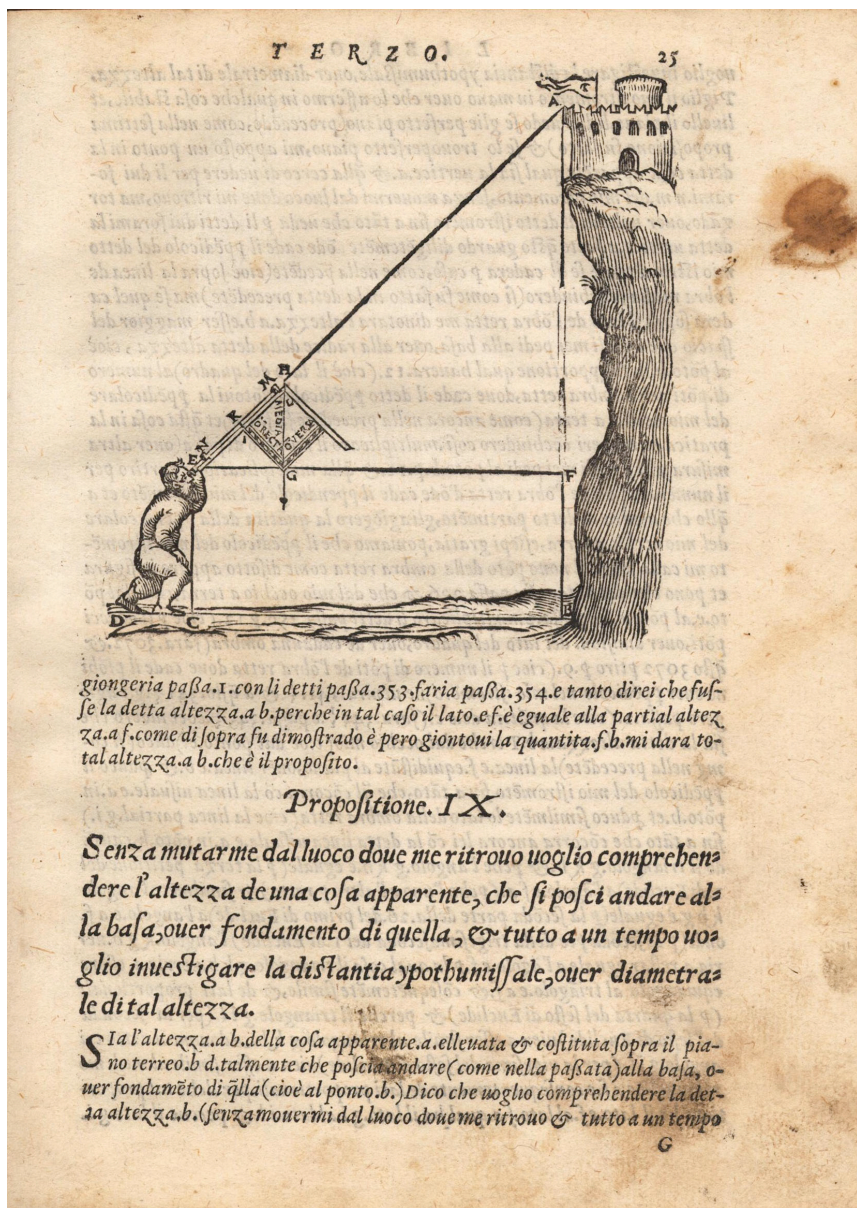
Voglio inuestigare l'altezza de una cosa apparente, alla qual si posci andare alla basa, ouer fondamento di quella, & tutto a un tempo uoglio comprehendere la distantia ypotumissale, ouer diametrale di tal altezza.

Se l'altezza. a. b. della cosa apparente. a. ellenata, et costituita sopra il piano terreo. b. d. talmente che si poscia andare alla basa, ouer fondamento di quella (cioè al ponto. b.) Dico che uoglio inuestigare la detta altezza. a. b. & tutto a un tempo uoglio cōprehendere la distantia ypotumissale, ouer diametrale di tal altezza. Piglio il mio istromento, & affisso quello in qualche cosa stabile, & linello. il piano. b. d. et uedo si glie pfecto piano (procedèdo, come nella passata fu fatto) & se lo trouo perfetto piano mi apposto un poto in la detta cosa apparète qual sia la uertice. a. et qlla cerco de uedere p. li dui forami. m. n. del mio istrometo, et mi uado tiràdo tato in drio, ouer auanti che il ppendicolo cada sopra la linea della ombra media, cioè sopra il diametro del quadro come di sotto appar in figura, fatto questo misuro il spacio che è dal ponto done cade la ppendicolar del mio occhio fina alla basa de tal altezza (cioè quanto è dal poto. e. al ponto. b.) & a quella quantita gli agiongo la perpendicolare, che è dal mio occhio a terra (cioè la quantita. e. c.) e tanto quanto sarà questa suma tanto sarà anchora l'altezza. a. b. Esempi gratia, se il spacio. c. b. fusse passa. 353. & che dal occhio mio a terra (cioè dal ponto. e. al ponto. c. fusse passa dui

L I B R O

cōchiuderei che la altezza $a.b.$ fusse passa. 355. Perche dal occhio mio (cioè dal ponto. $e.$) duco la linea. $e.f.$ equidistante al piano, ouer linea. $c.b.$ & pduco il ppedicolo del mio istrometo fin a tanto che q̄l cōcorra cō la linea uisuale, e a. in pto. $h.$ & pduco similmete lo lato della ombra retta, cioè la linea. $g.i.$ (lato del quadro) fin a tanto che cōcorra cō la medema linea uisuale. e a. in pto. $k.$ causando il triangolo. $g.k.b.$ & pche l'angolo. $g.k.b.$ è eguale (p la terza petitione del primo di Euclide) a l'angolo. $e.f.a.$ (pche l'uno e l'altro è retto) & similmete l'angolo. $k.b.g.$ è eguale (per la secōda parte della. 29. del primo di Euclide) a l'angolo. $e.f.ōde$ (pla secōda pte della trigesima del 1. di Euclide) l'angolo. $k.g.h.$ uerria a restar eguale a l'angolo. $a.e.f.$ p ilche il triangolo. $g.k.b.$ uerria a esser equi angolo cō il triangolo. $e.a.f.$ & cōsequētemēte simile & de lati pportionali (p la quarta dil sesto di Euclide) & pche il triangolo. $g.i.l.$ uerria a esser simile al triangolo. $g.k.b.$ (per la 2. del sesto di Euclide) ancora il triangolo. $e.a.f.$ (per la uigesima del sesto di Euclide) uerria a esser simile al detto triangolo. $g.i.l.$ & de lati pportionali adōque tal pportione ha il lato. $e.f.$ al lato. $f.a.$ qual ha il lato. $g.i.$ al lato. $i.l.$ & perche il lato. $l.i.$ è eguale al lato. $i.g.$ (per esser cadaun lato del quadrato) il lato adōque. $a.f.$ sarà eguale al lato. $e.f.$ & perche il spacio, ouer linea $c.b.$ (per la trigesimaquarta del 1. di Euclide) è eguale al medemo lato. $e.f.$ seguita (per la prima comuna sentētia del 1. di Euclide) che la parrial altezza $a.f.$ sia eguale alla distātia, ouer linea. $c.b.$ & perche lo residuo. $f.b.$ (di tal altezza) è eguale (per la detta trigesimaquarta del 1. di Euclide) alla linea. $e.c.$ seguita adōque (per la secōda comuna sentētia del 1. di Euclide) che la quantita $b.c.$ giōta cō la quātita. $c.e.$ tal suma sarà eguale a tutta l'altezza. $a.b.$ che è il primo pposito. Et perche si come il lato. $g.i.$ al lato. $g.b.$ (diametro del quadro) così è il lato. $e.f.$ (ouer. $c.b.$) al lato. $e.a.$ & pche il lato. $g.i.$ è incommensurabile (per la settima del decimo di Euclide) al diametro. $g.b.$ ancora il lato. $f.e.$ (ouer. $c.b.$) (p la decima del decimo di Euclide) sarà incommensurabile al lato. $e.a.$ & pche il diametro. $g.b.$ è doppio in potētia (p la penultima del 1. di Euclide) al lato. $g.i.$ ācora il lato. $e.a.$ sarà doppio in potētia al lato. $e.f.$ (ouer. $c.b.$) quadro adōque il lato. $e.f.$ (ouer. $c.b.$) (qual ho posto esser passa. 352) fa. 124609. & lo indoppio fa. 249218. et di q̄sto indoppiamēto piglio la ppinqua radice quadrata laqual sarà circa. 499. $\frac{3}{4} \frac{1}{8} \frac{7}{8}$. & passa. 499. $\frac{3}{4} \frac{1}{8} \frac{7}{8}$. (uel circa) diro che sarà la distantia ypothumissale, ouer diametrale. e a. che è il secōdo pposito. Ma se p caso il piano terreo. $b.d.$ nō fusse perfetto piano (come la maggior parte delle uolte accade) pigliaro il pto doue segara il piā del orizōte tal altezza. $a.b.$ linelando col mio istrometo si come in la ppositione pcedēte fu fatto, qual pōgo sia il pto. $f.$ poi cerco cō industria di misurare la linea. $e.f.$ ouer una equidistāte a q̄lla, et a q̄l la quātita nō gli agiongo piu la quātita. $e.c.$ ma bē in looco di q̄lla gli agiongo la quātita. $f.b.$ & tāto quāto sarà tal suma, tanto diro che sia la detta altezza $a.b.$ & pēpi gratia se la linea. $e.f.$ fusse (come di sopra fu supposto) passa. 353. et che la linea. $f.b.$ fusse passa. 31. io giōgero li detti passa. 31. cō li passa. 353. sarà passa. 356 $\frac{1}{2}$. e passa. 356 $\frac{1}{2}$. diro che sia la detta altezza. $a.b.$ & così procedaria quando che la linea. $f.b.$ fusse menor della linea. $e.c.$ cioè, se la fusse solū passa. 1.

giongeria



L I B R O

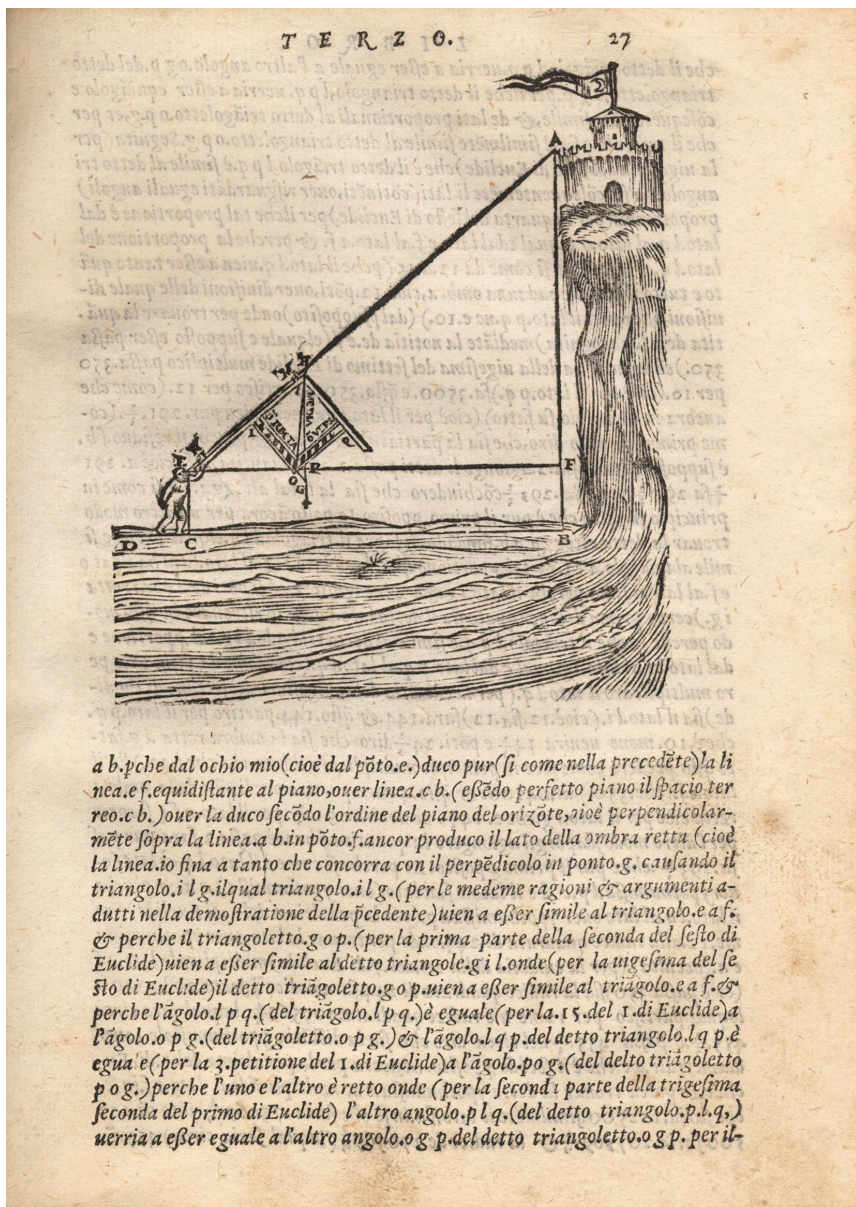
uoglio inuestigare la distanza ypothumifale, ouer diametrale di tal altezza. Piglio il mio istromento in mano ouer che lo affermo in qualche cosa stabile, et liuello il piano. b. d. et uedo se glie perfetto piano (procededo, come nella setima propositione fu fatto) & se lo trouo perfetto piano, mi apposto un ponto in la detta cosa apparète qual sia la uertice. a. & qlla cerco di uedere per li dui forami. n. m. del mio istromento, senza mouermi dal luoco doue mi ritrouo, ma torzàdo, ouer uoltàdo il detto istrometo fin a tãto che ueda p li detti dui forami la detta uertice. a. fatto qsto guardo diligetemente cõde cade il ppèdicolo del detto mio istrometo, & se ql cadera p caso, come nella pcedète (cioè sopra la linea de l'obra media) cõchiudero (si come fu fatto in la detta pcedète) ma se quel cadera sopra il lato de l'obra retta me dinotara l'altezza. a. b. esser maggior del spacio che è dalli mei pedi alla basa, ouer alla radice della detta altezza, cioè al poto. b. in tal pportione qual hauera. 1. 2. (cioè il lato del quadro) al numero di pti della ombra retta, doue cade il detto ppèdicolo, giõtoni la ppèdicolare del mio occhio a terra (come ancora nella pcedète fu fatto) et qsta cosa in la pratica de numeri cõchiudero cosi, multiplicaro il numero di passa (ouer altra misura) che è dalli mei pedi al poto. b. p. 1. 2. & qlla multiplicatione partiro per il numero di pti de l'obra retta d'õde cade il ppendicolo del mio istrometo et a qllo che uenira al detto partimeto, gli agiõgero la quatita della ppendicolare del mio occhio a terra, esẽpi gratia, poniamo che il ppèdicolo del mio istrometo mi cada sopra il nono poto della ombra retta come disotto appare in figura et pono che dal poto. c. sia passa. 236. & che dal mio occhio a terra, cioè dal poto. e. al poto. c. sia passa. 2. multiplicaro li detti passa. 236. p 12. (cioè p li dodeci pti, ouer diuisioni del lato del quadro, ouer de cadauna ombra) (sara. 3072. & qsto 3072 ptiro p. 9. (cioè p il numero di pti de l'obra retta doue cade il piõbi no ouer ppèdicolo nel mio istrometo) ne uenira. 341. $\frac{1}{3}$. & a qsto, 341 $\frac{1}{3}$. g. i agiõgero passa. 2. (cioè la quatita de. e. c. (sara. 343 $\frac{1}{3}$. e passa. 343 $\frac{1}{3}$. cõchiudero che sia la detta altezza. a. b. Perche dal occhio mio (cioè dal ponto. e.) duco (si come nella pcedète) la linea. e. f. equidistate al piano, ouer linea. c. b. & pduco il ppèdicolo del mio istrometo fin a tãto, che ql cõcorra cõ la linea uisuale. e. a. in poto. b. et pduco similmente lo lato della ombra retta (cioè la linea partial. g. i.) fin a tãto che cõcorra ancora lei cõ la detta linea uisuale. e. a. in poto. k. causãdo il triangolo. g. k. b. & peche l'angolo. g. k. b. è eguale (p la terza petitione del 1. di Euclide) a l'angolo. e. f. a. (peche l'uno e l'altro p retto) & similmente l'angolo k. b. g. è eguale (p la secõda parte della. 26. del primo di Euclide) a l'angolo. e. a. f. onde (p la secõda pre della trigesima secõda del 1. di Euclide) l'angolo. k. g. b. uenira a restar eguale a l'angolo. e. f. p la qual cosa il triangolo. g. k. b. uenira a essere equiangolo al triangolo. e. a. f. & cõsequetemente simile, & de lati proportionali (p la quarta del sesto di Euclide) & perche il triangolo. g. k. b. (per la secõda del sesto di Euclide) uien a esser simile al triangolo. g. k. b. Adonque il detto triangolo. g. i. l. (per la uigesima del sesto di Euclide) uien a esser simile al medemo triangolo. e. a. f. e consequentemente de lati proportionali, per ilche tal proportion ha il lato. e. f. al lato. f. a. qual ha il lato. g. i. al lato. i. l. & perche il lato. g. i.



L I B R O

e passa. $426\frac{2}{3}$ diro che sia la distantia ypothumissale, ouer diametrale. a. e. che è il secòdo proposito. Ancora per la penultima del 1. di Euclide. Io potea trouar la detta ypothumissa. e. a. multiplicando il lato. e. f. in se che saria. 65536 . ancora il lato. f. a. in se che saria. $116508\frac{2}{3}$ & questi dui quadrati giòti insieme sariano. $182044\frac{2}{3}$ & di questa summa pigliandone la radice quadrata laqual saria pur. $426\frac{2}{3}$ si come per l'altra via fu trouato e tanto diria che fusse la detta distantia ypothumissale. e. a. che saria pur il medemo secondo proposito. Ma se per caso il piano terreo. b. d. non fusse perfetto piano (come la maggior parte delle uolte accade) procedero si come nella precedente liuelando, & misurando con industria la linea. e. f. & poi procedero si, come disopra è stato fatto eccetto che in luoco della linea. e. c. gli agiongero la quantita. f. b. o sia piu, ouer meno de passa 2. & cosi conchiudero il pposito. Et se per caso il perpendicolo del mio istromento non mi cascase sopra integral poto, ouer diuisione, essempi grati se mi cascase sopra al nono poto è mezzo del decimo, cioè a ponti $9\frac{1}{2}$ ouer a $9\frac{1}{4}$ procederìa pur si come disopra è stato fatto multiplicando la detta distantia cioè li passa. 256 per 12 & tal multiplicatione partiria per $9\frac{1}{2}$ ouer $9\frac{1}{4}$ et a quello che uenisse gli agiongeri la perpendicolar del mio occhio, ouer la quantità. f. b. & tãto quanto fusse tal suma, tãto conchiuderei che fusse la altezza. a. b. & cosi mi gouernarei in ogni altro rotto de poto, ouer diuisione, che è il proposito. E pero p fug gir li rotti laudo a douer diuider ciascaduno di 12 . et 12 . pti in altre 12 pti (come fu detto nella costrutio dello detto istrumẽto) liquali si chiamano minuti per ilche cadauna ombra ueria a esser diuisa in 144 . minuti.

MA se il perpendicolo del mio istromento cascarà sopra il lato della ombra uersa, all' hora me dinotara che il spacio che sara fra me & la basa della altezza, cõ la perpendicolar del mio occhio, ouer cõ la linea. a. f. b. esser maggiore della altezza della cosa apparente, in tal proportionẽ qual è. 12 . al numero di ponti della ombra uersa doue cade il perpendicolo del mio istromento & tal cosa in la pratica de numeri conchiudero in q esto modo multiplicaro il numero di passa (ouer altra misura) che è per retta linea delli mei pedi alla basa di tal altezza (ouer dal mio occhio al ponto doue che il pian del orizzonte sega quella) per li pti ouer minuti di l'ombra uersa (doue cade il piobino del mio istromento) e quella multiplicatione partiro per 12 . ouer per 144 . & a q̃llo che uenira gli giõgero la quantità della perpendicolar del mio occhio a terra (essendo in perfetto piano) ouer la quantità, che sara dal poto doue sega q̃lla il pian del orizzonte a terra e tanto quanto sara tal suma tanto cõchiudero che sia la detta altezza, essempi gratia poniamo che il perpendicolo del mio istrometo mi cada sopra il decimo ponto della ombra uersa, come di sotto appar in disegno, & pono che dal poto. c. al poto. b. ouer dal poto. e. al ponto. f. sia passa 350 . & che dal mio occhio ouer dal poto. f. a terra sia passa 2 . multiplicaro gli detti passa 350 . per 10 . (cioè per li ponti de l'ombra uersa doue cada il perpendicolo) sara 3500 . & q̃sto 3500 . partiro per 12 . (cioè per le 12 . diuisioni, ouer pti de cadauna ombra, ouer del lato dil quadro) ne uenira $291\frac{2}{3}$ & a q̃sto $291\frac{2}{3}$ gli giõgero. 2 . (cioè li passa che hauemo supposto che sia dal poto. e. al poto. c. ouer dal poto. f. al poto. b.) sara. $293\frac{2}{3}$ & passa. $293\frac{2}{3}$ cõchiudero che sia la detta altezza



LIBRO

che il detto triägolo. l p q. uerria a eſſer eguale a l'altro angolo. o g p. del detto triangoletto. o g p. per il che il detto triangolo. l p q. uerria a eſſer equiägolo e cōſequentemēte ſimile, & de lati proportionali al detto triägoletto. o g p. et per che il triägolo. e f a. è ſimilmēte ſimile al detto triägoletto. o g p. Seguita (per la uigeſima del ſeſto di Euclide) che è il detto triägolo. l p q. è ſimile al detto triägolo. e a f. cōſequentemēte li lati (cōrinēti, ouer riſguardati eguali angoli) propotionali (per la quarta del ſeſto di Euclide) per il che tal propotione è dal lato. l q. al lato. q p. qual ed al lato. e f. al lato. a f. & perche la propotione del lato. l q. al lato. q p. è ſi come da 12. a. 10. (perche il lato. l q. uien a eſſer tanto quāto e tutto il lato de cadauna ombra, cioè. 12. pōti, ouer diuiſioni delle quale diuiſioni, ouer pōti il lato. p q. ne e. 10.) (dal pſuppoſito) onde per trouare la quātitā de. a f. (incognita) mediāte la notitia de. e f. (el quale e ſuppoſto eſſer paſſa 350.) cō la euidētia della uigeſima del ſettimo di Euclide multiplico paſſa. 350. per 10. (cioè per il lato. p q.) ſa. 3500. e qſto. 3500. partiſco per 12. (come che ancora in principio fu fatto) (cioè per il lato. l q.) mene uien pur. 291. $\frac{2}{3}$. (come prima) & tātō diro, che ſia la partial altezza a f. & perche il reſiduo. f b. è ſuppoſto eſſer paſſa. 2. agiongo li detti paſſa. 2. alla quantita. a f. (cioè a. 291. $\frac{2}{3}$ ſa 293. $\frac{2}{3}$ & paſſa. 293. $\frac{2}{3}$ cōchiudero che ſia la total altezza. a b. ſi come in principio fu fatto che è pur il primo ppoſito. Io poſſo ācora per vn altro modo trouar la detta altezza. a b. fondādomi ſopra il triägolo. l i g. el qual ſo che e ſi mile al triägolo. a e f. & tal pportione qual ha il lato. i l g. al lato. l. tal ha il lato e f. al lato. a f. ma perche il lato. i g. me è incognito (cioè li pōti de l'ombra retta i g.) cerco prima di ſaper quato ſia il detto lato. i g. & lo ritrouaro in qſto modo perche ſo che il triägolo. l p q. è ſimile al detto triägolo. l i g. tal pportione e dal lato. l i al lato. i g. qual e dal lato. p q al lato. l q. (cioè come da 10. a 12. e per ro multiplicaro il lato. l q. (per la euidētia della uigeſima del ſettimo di Euclide) ſia il lato. l i. (cioè. 12. ſia. 12) ſara. 144. & qſto. 144. partiro per il lato. p q. che è. 10. mene uenira 14. $\frac{2}{3}$ e pōti. 24. $\frac{2}{3}$ diro che ſia la ombra retta i g. ſatto qſto. pcedero come fece in principio multiplicaro il lato. i l. (che è. 12.) ſia il lato. e f. (che. 350.) ſara. 4200. & qſto. 4200. partiro per li pōti della ombra retta cioè per il lato. i g. che e. 14. $\frac{2}{3}$. ne uenira. 291. $\frac{2}{3}$. per il lato. a f. (ſi come per l'altro modo) dapoi gli agiongero la quantita. f b. cioè paſſa 2 ſara pur paſſa. 293. $\frac{2}{3}$. che è pur il primo ppoſito. Et perche ſi come è il lato. l q. al lato (ouer ypothumiſa. l p. ſi e il lato. e f. al lato (ouer ypothumiſa.) e a. & perche il lato. l q. al lato ouer ypothumiſa. l p. (per la penultima del 1. di Euclide) e cō me. 12. alla radice quadrata di. 244. onde per trouar lo lato, ouer ypothumiſa e a. (occulta) (per la euidētia della 20. del. 7. di Euclide) multiplico lo lato. e f (cioè paſſa 350) ſia la radice quadrata di 244. ſara radice qdrata. 29890000 loqua! partiſco per 12. ne uie radice quadrata. 207569. $\frac{2}{3}$. laqual ſara circa 455. $\frac{2}{3}$. è paſſa 455. $\frac{2}{3}$ nel circa diro che ſia la diſtātia ypothumiſale, ouer diametrale. e a. che è il ſecōdo ppoſito. Ancora per la penultima del. 1. di Euclide. Io potea trouar la detta ypothumiſa. e a. multiplicādo il lato. e f. in ſe, che ſaria. 122500. ſimilmēte il lato. f a. in ſe che ſaria. 75069. $\frac{2}{3}$ pōtō cō. 122500 ſaria 207569. $\frac{2}{3}$ & la radice de 270569. $\frac{2}{3}$ (laqual ſaria circa) 455. $\frac{2}{3}$.

T E R Z O.

28

e passa circa.455. $\frac{1}{4}$. diria che fusse la detta ypothumissale. e a. si come che ancora per l'altra uia fu determinato che è il proposito, & se per caso il piano terreo non fusse piano, ouer che il perpendicolo cascase sopra alcuna parte di ponto, ouer de diuisione procederia si come nella precedente, & per conoscer meglio le dette parti ouer frattioni diuidero cadaun ponto, ouer diuisione, si de l'ombra retta come della uersa (come di sopra fu ancor detto) in altre dode ci parti, & cadauna di quelle chiamaremo minuto: la qual diuisione mi sara molto accomoda per trouar le dette altezze, & ancora le distantie ypothumissale & orizzontale senza mouermi dal luoco doue me ritrouo.

Propositione. X.

Voglio artificialmente misurare l'altezza duna cosa apparente, che non si possa andare, ne ancor uedere la basa, ouer fondamento di quella, & tutto a un tempo uoglio inuestigare la distantia ypothumissale, ouer diametrale di tal altezza, et ancora la distantia orizzontale, cioe quella, che e dal mio occhio al ponto doue il pian del orizonte sega tal altezza, quantunque tal ponto non sia apparēte, ouer amente quella, che e dalli miei piedi rettamente alla basa, ouer fondamento di tal altezza, quantunque tal basa, ouer fundamento me sia occulto.

Sia la cosa apparēte. a. l'altezza di laquale (per la terza diffinitione di questo) è la perpendicolare tutta dalla uertice. a. alla basa, ouer piano terreo doue essa altezza se riposa, ilqual piano pongo sia quello perfetto piano che se istende (se non in atto almen in mente) dal luoco doue me ritrouo equidistante al pian del orizonte, ilqual piano pongo che una parte ne sia il spacio doue se istende la linea. d. r. & parte della detta altezza, sia la linea. a. s. il fondamento di laqual altezza uerria a esser drento della globosita terrea. t. cioe doue cōcorrariano insieme le due linee. d. r. & a. s. e sēdo protratte con la mēte penetrāte la detta globosita. t. il qual cōcorso pōgo che sia (si come nella passa ta) il ponto. b. il qual ponto. b. nō è apparēte per causa della detta globosita terrea. t. hor dico che uoglio artificialmēte cō lo aspetto misurare la detta altezza. a. b. (quantunque nō si possa andare ne approssimare alla basa, ouer fondamento di qlla, cioe al ponto. b.) & tutto a un tēpo uoglio ritrouare la distantia ypothumissale, ouer diametrale di tal altezza, & similnēte la distantia orizzontale cioe qlla, che è dal mio occhio al pūto doue il piano del orizonte sega tal altezza quantunque tal ponto nō sia apparēte per causa della globosita. t. oueramente quella che è dalli miei piedi per retta linea al fondamēto di tal altezza (cioe al ponto. b. quantunque al ponto. b. ne sia occulto per causa della det-

L I B R O

ta globosita. Piglio il mio istromento in mano ouer che lo affermo in qualche cosa stabili talmente che si possa girare da basso in alto, da poi mi affermo in qualche loco che sia piu perfetto piano che sia possibile e procedo con il detto mio istromento si come nella precedente, cioè apposto un ponto in la detta cosa apparente qual sia la uertice. a. & quella cerco di uedere per li dui forami del mio istromento fatto questo considero sutilmente sopra qual lato, ouer ombra cade il perpendicolo del detto istromento, il quale sel cade (come frequẽtamente interuiene in tal sorte di misurationi) sopra il lato della ombra uersa, uedo quanti ponti taglia il detto perpendicolo, & per quel numero de ponti io parto. 12. & dapoï seruo il numero quotiente esẽmpi gratia se il detto perpendicolo cade sopra alli 2. ponti, il numero quotiente uien a esser 6. il qual seruo da parte, dapoï segno il loco nel qual son stato & poi mi tiro alquanto (rettamente) in drio, ouer che uado alquãto piu inanti del detto loco & maltra uolta in la seconda statione cerco da nouo da uedere la detta summita, ouer uertice. a. per li detti forami del detto mio istromento, & dapoï guardo diligentẽte sopra quãti pōti della detta ombra uersa cade il detto perpendicolo, per il qual numero de ponti di nouo parto par 12. & il numero quotiente che me uienelo sōtro, del primo quotiente che fu seruato (se quel è minore) ouer al contrario se quel è maggiore, & seruo tal eccesso, esẽmpi gratia se in la seconda statione il perpendicolo cade se sopra alli 6. pōti della detta ombra diuido 12. per il detto 6. me uiene per numero quotiente. 2. il qual 2. sottra da l'altro numero quotiente seruato ch. fu. 6. lo eccesso dilqual sotramẽto è 4. il qual eccesso seruo da banda dapoï misuro il spatio, che è fra la prima, & secōda statione (con che misura mi piace) & il numero di quelle misure diuido per il numero dello eccesso di sopra seruato, cioè p 4. & a q̃llo che uiene gli agiōgo la ppendicolare del mio occhio a terra, & tal summa cōchiudo che sia l'altezza della detta cosa apparente. Esẽmpi gratia sel numero delle misure del detto spatio fusse passa 156. diuido il detto. 156. p. 4. ne uiene passa. 39. & a q̃sto 39. li agiōgo la ppendicolar del mio occhio a terra (qual pōgo sia passa. 2.) fa passa 41. & tãto cōchiudo che sia la detta altezza a b. Ma p esser q̃sta ppositione alquanto piu difficile delle altre la uoglio resẽplicare un'altra uolta, et uariatamente del sopra datto esẽmpio hor poniamo di nouo che nella prima statione (quala pōgo sia doue il pōto. c.) il ppendicolo del mio istromẽto mi cada sopra il decimo pōto della ombra uersa (come di sotto appar in disegno) & in la secōda statione (quala pongo sia q̃lla doue il pōto. u.) mi cada sopra lo ottauo pōto della detta ombra uersa (come di sotto appar in figura) & che dal pōto. c. al pōto. u. sia piedi. 285. & che dal occhio mio a terra (cioè dal pōto. e. al pōto. c.) ouer dal pōto. x. al pōto. u. sia piedi 4. parto. 12. (cioè le 12. diuisione de cadauna ombra) p 10. cioè per li. x. ponti che sega il perpendicolo nella prima statione ne uie. $1\frac{1}{4}$ qual seruo, poi parto similmente il medemo. 12. per 8. (cioè per li pōti che sega il detto perpendicolo nella secōda statione) (ne uien $1\frac{1}{2}$ & da questo. $1\frac{1}{2}$ ne sotro quel $1\frac{1}{4}$ che fu seruato resta $\frac{1}{4}$ & per q̃sto $\frac{1}{4}$ parto 285. (cioè la quantita di piedi, che è dal ponto c. al ponto. u.) ne uien. 950. & a questo. 950. gli agiōgo. 4. (cioè gli piedi. 4 che haemo supposto che sia dal ponto. e. al ponto. c. ouer al ponto. 10. al ponto. u.)

L I B R O

triangolo $l p q$. della detta seconda statione, & che tãte uolte quãto intra il lato $p q$. (che è pōti. 8.) in lo lato $l q$. (che è pōti. 12.) tãto intrara il lato a fin lo lato $x f$. & perche il lato $p q$. (cioè pōti. 8.) intra $1\frac{1}{2}$ in lo lato $l q$. (cioè in pōti. 12. adōque il lato a fintrara similmente $1\frac{1}{2}$ in lo lato $x f$. onde sottrando il lato $e f$ del lato $x f$. (cioè $1\frac{1}{2}$ de $1\frac{1}{2}$) restara $\frac{1}{2}$ per la differentia $e x$. sicche la detta differentia $e x$. uerria a esser $li \frac{1}{2}$ della detta linea $a f$. & perche la detta differentia $e x$. è tãto quãto la linea $u c$. (per la trigesimaquarta del primo di Euclide) et la detta linea $u c$. è supposita esser piedi. 285. seguita adonq; che questi piedi 285. siano $li \frac{1}{2}$ della detta linea $a f$. per ilche tutta la linea $a f$. uerria a esser piedi. 950. (come che anchora di sopra fu determinato) giontoni adonque li piedi. 4. (che è supposto esser la linea $e c$. ouer $x u$.) farà piedi. 954. & piedi 954. dirò che sia tutta la altezza $a a b$. perche $f b$. uien a esser similmente piedi 4. che è il primo proposito. Et perche si come lo lato $p q$. (della prima statione) al lato ouer ypothumissa $l p$. cosi è il lato $a f$ al lato ouer ypothumissa $a e$. & perche il lato $p q$. al lato ouer ypothumissa $l p$. (per la penultima del primo di Euclide) è comē. 10. alla radice quadrata di. 244. onde multiplico piedi. 950. sia la detta radice. 244. & quella multiplicatione parto per 10. me ne viene poco meno de. 1484. & piedi 1484. (ouer poco meno) cōchiudo esser la linea ouer ypothumissa $a e$. che è il secondo proposito. Et perche il lato $e f$. è quãto il lato $a f$. et un quinto de piu (come di sopra prouai) per ilche piglio il quinto del lato $a f$. (cioè de piedi. 950.) che sono piedi. 190. & li sumo con li detti piedi. 950. fano piedi. 1140. et tanto cōchiudo esser la distãtia orizzontale, cioè la linea $e f$. ouer la linea $c b$. che è il terzo proposito. Et per li medemi modie uie procederia nella seconda statione quando desiderasse di sapere la quantita della ypothumissa $x a$. ouer della distãtia orizzontale $x f$. vero è, che per altre uie piu facile io potria trouar le dette distantie ypothumissale et similmente tutte le altre cōmensurationi, le qual uie sariano molto al proposito per quelli che nō sanno radicare ne pratica de numeri, ma per esser difficile a dichiarirle in scrittura, le laso. Bisogna notare per queste sorte de operationi done si procede cō due positioni che la perpendicolare del mio occhio a terra nella piu propinqua statione sarà alquãto menore di quella della statione piu lōtana et massime essẽdo il detto istromẽto fissò in qualche cosa stabile & quãtunque tal differentia sia poca cosa, nondimeno alle uolte puo causar non poco errore, & per tãto efforto a fonderse nella perpendicolare, che sarà da quel pironcino doue sta attaccato il piòbino p infino a terra si in l'una come in l'altra statione, il qual piòcino uierà a esser il cẽtro di tal istromẽto, & congignando il detto istromẽto girabile in qualche cosa che stia in piedi, come sono li lucernari, el si debbe congegnare da l'altra bāda di tal istromẽto un pironcino fermo a dirimpeto del piòcino del piòbino, talmente che tal istromẽto uenghi a girare sopra il suo centro, perche girādo sopra altro pōto, sempre ui correrà alquanto di errore nella conclusione. Hor per ritornar al nostro proposito, se per sorte io fusse pur tanto appressò della detta altezza, che il perpendicolo mi cascase sopra la ombra retta, vedẽrò medesimamente quanti pōti gli harà il detto perpendicolo di detta ombra retta, et procederò al contrario del precedente modo, cioè io partirò li detti pōti tagliati dal detto perpendicolo, per. 12. del qual partimento necessariamente

T E R Z O.

10

se ne venirà sempre vn rotto; el qual rotto seruaro da banda, & dapò segnaro il loco nel qual sarò stato, & dapoi me tiraro alquanto rettamente in drio, ouer che andarò alquanto piu inanti del detto luoco, (come fu fatto nell'altra sopradetta operatione) & vn'altra volta in la seconda statione cercaro di nouo di veder la detta sommità, ouer vertice. a. per li detti forami del detto istromento, & dapoi guardaro diligentemente sopra quanti ponti della detta ombra retta caderà il detto perpendicolo, li quali ponti di nouo li partirò per. 12. del qual partimento necessariamente me ne venirà vn rotto, & questo tal rotto lo cauaro da quell'altro primo che fu seruato da banda, (essendo però menor di quello,) oueramente cauaro quel primo da questo secondo, essendo maggiore, & questo restante seruaro da banda, dapoi misurarò il spacio, che è fra la prima, & seconda statione, con che misura me parerà, & il numero di queste tal misure partirò per quel mio restante (seruato da banda) & a quello auenimento gli aggio la perpendicolare, che sarà dal centro del mio istromento à terra (cioè da quel ponto doue sta attaccato il perpendicolo) & tal summa conchiuderò che sia l'altezza della detta cosa apparente. Essempigratia, se nella prima positione, ouer statione, il perpendicolo, ouer piombino mi cascasse sopra lo terzo ponto della ombra retta, io parteria li detti 3. ponti per. 12. (lato del quadro) & me ne ueneria $\frac{1}{4}$. & questo $\frac{1}{4}$. seruaria da banda, & dapoi segnaro il luoco doue son stato, cioè farò vn segno nel detto piano rettamente sotto doue cade il piombino del istromento. Dapoi me tiraria alquanto in drio et vn'altra volta in questo secondo luoco cercaria la detta sumità, ouer vertice. a. per lo trasguardo del detto istromento & dapoi guardaria sopra a quanti ponti della detta ombra retta caderia el detto mio piombino, & se per caso quel cascasse sopra il 4. ponto, io partiria il detto 4. per 12. & me ne ueneria $\frac{1}{3}$. et così di questo $\frac{1}{3}$. ne cauaria quel $\frac{1}{3}$. che da prima fu saluato, & me ne restaria $\frac{1}{3}$. Dapoi misuraria diligentemente il spacio che sarà fra la prima & seconda statione, cioè da quel ponto signato nel piano nel luoco doue risguardaua il ponto piombino nella prima operatione, a quello doue che risguardarà nella seconda, qual spacio pongo per essempio che fusse passa. 8. io partiria questi passa. 8. per quel $\frac{1}{3}$. & me ne ueneria. 96. & a questo. 96. gli aggio quanto sarà dal pironcino del detto mio istromento per fin in terra, qual pogo che ve sia. 1. passo giongerìa alli d. trii passa. 96. quel passo. 1. & sarà. 97. passa. & passa. 97. conchiuderia che fusse la detta altezza a b. Et la verità di questa tal propositione se dimostra per li medesimi modi, e uie che fu fatto della prima parte, cioè per la similitudine di triangoli, & delli suoi lati proportionali. In queste sorte de comensurationi doue bisogna operare con due positioni, ouer in dui colpi, egli è necessario a esser molto diligente in questo che quella cosa doue sarà conzignato il nostro istromento girabile stia talmente perpendicolare nel secondo luoco come che stasua precisamente nel primo, perche non stasendo così precise non poco errore causarebbe, & questo si può conoscere con el piombino medesimo del nostro istromento, ouer con un altro a settato in quella tal cosa

L I B R O

Propositione. XI.

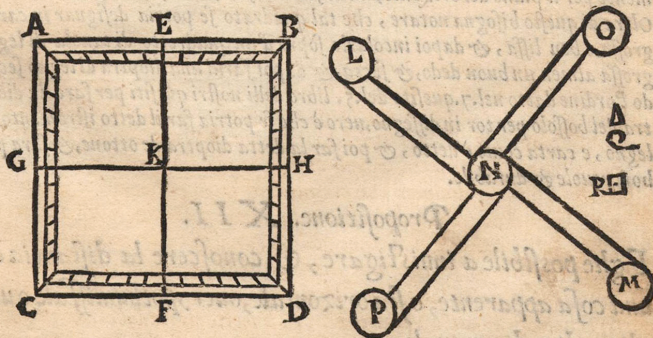
Mi uoglio fabricare un' altro istromento che mi serua comodamente a inuistigare cō l'aspetto le distanze orizzontale & ancora le ypotumissale delle cose apparente.

Piglio una lamina di rame, ouer di ottone ben piana grossa circa a una costa di cortello, & di q̃lla ne cauo un quadro piu giusto che sia possibile (per gli modi dati nella quinta p̃p̃ositione di q̃sto) & nel detto quadrato li ne disegno un' altro alquāto menor del primo, talmēte che li quatro lati di questo secondo quadro siano egualmēte distati della lati del primo & questo faccio per lassarmi quel poco intervallo per mettere li numeri delle diuisioni de cadauno lato del detto quadro, ouer istromēto, & in questo secōdo quadro gli ne disegno uno altro terzo quadro iāto menor del secōdo, che li lati di q̃sto terzo siano egualmēte distati delli lati del secōdo circa a quatro coste di cortello & piu, e māco secōdo la grādezza ouer picolezza del primo quadrato, & q̃sso secōdo intervallo lo lasso per mettere le diuisioni di lati del detto istromēto, et fatto questo diuido cadauno lato di questi tre quadrati in due parti eguali, & dal centro di ta' quadro a ciascaduna di quelle diuisioni tiro una linea retta & per esser meglio inteso sia il primo quadro a b c d. cō li altri due quadrati inscritti come nella sequēte figura appar. & le linee che uēgono dal cētro k. del detto quadro, alla mita di ciascun lato siano le due linee e f. & g. b. le quale due linee uēgono a diuidere ciascadun lato di questi tre quadrati in due parti eguali, hor dico che questo istromēto nō uoria esser mē di una spāna per fazzza, ouer per lato. Il che essēdo ogni mita del lato del 2. quadrato nol esser diuiso in 12. parti lequali, 12. parti se chiamano ponti, talche cadaun lato del detto 3. quadrato ueria a esser diuiso in 24. p̃ti, cioè. 12. in una mita et 12. nell'altra mita, & tutte queste 12. & 12. p̃ti cominciano a numerar dalla mita di ciascun lato andādo uerso l'angolo sia da una bāda come da l'altra, & per esser piu pronto a numerar li detti p̃ti in quel intervallo che fra li lati del primo & secōdo quadro ui si gli mette il numero a ciascadun ponto cioè. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. & 12. & il primo ponto in l'una e l'altra mita principia nella mita dil lato (cioè doue che le due linee g. b. & e. f. segano li lati del detto secōdo quadrato) & il 12. p̃to di l'una & l'altra mita uien a fenire nelli quatro angoli dil detto 3. quadrato & acio che tai 12. & 12. diuisioni per ciascun lato siano piu euidente se diuide tutto quel spacio che è fra li lati del secōdo & terzo quadrato, & cō linee che uēghino dal cētro k. del quadro a cadauna di quelle 12. & 12. diuisioni gia fatti in ciascun lato del secōdo quadrato. Et oltra di questo. ciascaduno di questi 12. & 12. p̃ti de ciascun lato si debe diuidere ancora in altre 12. parti eguali, lequali se chiamāo minuti, & farli euidentē cō linee tirate dal cētro k. come fu detto di p̃ti, & fatto questo a cadauno lato del detto secōdo quadrato uera a esser diuiso in 288. minuti, cioè. 144. in ciascaduna mita del lato, & 144. ne l'altra mita. Ma perche questa così minuta diuisione nō si puo mandar a esecutione in un quadrato piccolo, nōdimeno per esser meglio inteso te pōgo in figura sot-

T E R Z O.

31

to lo scritto quadretto del quale ogni mita del lato del secôdo, è diuiso solamete in sic parti, ma per accordarse con quello che se ha da dire, supponeremo che ciascaduno di questi uaiua per doi ponti. Il numero di detti ponti per la strettezza del spacio non ui se sono potuti accomodar, ma basta a saper che doue finisse il primo ponto dal.e.uerfo.b. se gli pone.i. & doue finisse il secondo ui si gli mette.2. & cosi pcedendo per fin in 12.elqual 12.ponto uien a terminare nel angolo.b.del secondo quadrato il medesimo si debbe fare nell'altra mita uerso a.cioè nel fin del primo ponto dal.e.uerfo.a.m. tterui.1. & in fin del secondo.2 & cosi andar pcedendo per fin in 12.ilqual 12.uien a fenire nel angolo.a.del secondo quadrato, & tutto questo che se è detto del lato.a.b. del detto secondo quadrato si debbe intendere & fare in li altri tre lati.a.c.d. & a.b.del detto secondo quadrato,cioè principiar a numerar alli ponti di mezzo, cioè.g.f.h. del detto secondo quadrato & fenir nelli angoli.a.b.c.d. & bisogna aduertire, come di sopra fu detto, che li detti numeri di ponti uogliono esser posti in quelli interualli che sono fra li lati del primo quadro, & quelli del secondo. Oltra di questo bisogna far una dioptra,ouer trasguardo ilqual trasguardo uolendo far de un pezzo solo el si debbe tuor quella lamina di ottone,ouer di rame piana, & tirar in qlla(cò una rega iustissima) una linea retta longa quanto che è il diametro del quadrato del istrometro qual in questo caso saria quãto che è dal.a.al.d.ouer dal.b.al.c. & questa tal linea suppono che sia la retta.l.m. & qsta sia diuisa in due parti eguali in poto.n. & ad angoli retti con un'altra retta linea a qlla eguale laqual pōgo sia la.o.p.et sopra il poto.n.faccio un circoletto piccolo,et unaltro simile & eguale a quello ne sia descritto in cadauna istremità di queste due linee,cioè sopra li pōti.l.m.o.p.et di questa figura cavarne fuora quattro brazza in croce perfetta,ma talmente che il corpo de cadauno di questi quattro brazza sia al contrario del nostro contraposto come di sotto si uede in figura.



Ma bisogna usar diligẽtia, che qlli lati che passano p il cẽtro.n.siano rettamente tagliati, liquali lati uengono a esser le prime due linee tirate nel principio.

L I B R O

cioè la linea. l. m. & o. p. Fatto questo bisogna affettare nel cetro di cadauno di quelli quattro cerchij. l. m. o. p. una pōta alla similitudine della pōta. q. oueramēte una laminetta cō uno busetino alla similitudine della laminetta. r. che oppositamēte se incōrrino per trasguardar le cose. Et doppo q̄sto bisogna cō un pironcino ipironare il cetro. n. della dioptra, ouer trasguardo sopra il cetro. k. del nostro istromēto talmēte che la detta dioptra sia girabile sopra il detto cetro. k. onde essendo bē fatta, et affettata li effetti suoi sarāno di tal sorte che ogni uolta che sia girata talmente che la linea. l. m. della dioptra caschi precisamente sopra la linea. e. f. del istromēto necessariamēte l'altra linea. o. p. della detta dioptra cascarā p̄cisamēte sopra la linea. g. h. del detto istromēto, et q̄n che così sia tal dioptra, la se ripossara rettamente sopra del nostro istromēto, similmentē tal dioptra se diria ripossarse rettamēte sopra del detto istromēto quādo che la linea. l. m. di tal dioptra cascase p̄cisamente sopra la linea. g. h. del istromento, il che essendo l'altra linea. p. o. della detta dioptra, ueneria a cascar sopra la linea. e. f. del detto istromento, & questo tal istromento per operarło, bisogna da l'altra banda congegnaui di poterlo accomodare in cima d'un bastone alto almeno tre piedi ilqual bastone per operarło alla foresta bisogna che da l'altro capo habbia un ferro appointito di poterlo piātā in terra, ma per operarło in lochi doue non si potesse piantare in terra ui se potria far a tal bastone un pie alla similitudine di quelli lucernali che si costumano per ficar le lucerne. Et uolendo che tal istromento ne serua comodamente non solamente per inuistigare una distantia orizzontale, ma ancora le ypothumissale, ouer diametrale, cioè di sotto insuso diametralmente, ouer di suso in giuso pur ypothumissalmentē. Bisogna congegnaui tal istromento in la cima di quel bastone, come son dui poli talmente che lenandolo dalla parte dananti, la parte di drio si uenghi ad abbasar in uerso terra, & al contrario elleuandolo dalla parte di drio, la parte denanti se abbaszi uerso terra il che facendo se potra trasguardar non solamente per il piano del orizzonte, ma de sotto in suso, & di suso in giuso. Oltra di questo bisogna notare, che tal quadrato se potria designar in carta grossa, e ben lissa, & dapoi incolarlo sopra d'un quadretto di tanola di legno grossa almen un buon dedito, & secca, & dapoi farui una dioptra di legno secondo l'ordine datto nel. 7. quesito del. 5. libro delli nostri questiti per fare la dioptra del bossolo per tor in disegno, uero è che se potria far il detto istromento de legno, e carta come è detto, & poi far la detta dioptra de ottone, & sara piu honoreuole & durabile.

Propositione. XII.

Eglie possibile a inuistigare, & conoscere la distantia de una cosa apparente, o sia orizzontale, ouer ypothumissale o uogliam dire diametrale.

Si la prima il pōto. a. situato nel piano del horizonte dico che eglie possibile a cōsiderare, ouer conoscere quāto sia da me distāte, & per inuistigar questo,

LIBRO

Le dette due ponte, ouer busi il detto poto. a.) a obliquare, ouer torzere la detta dioptra (senza mouer l'istrometo) co la pōta, ouer busi. c. nerso il detto. a. come che nella figura del. 2. luoco appare, & fatto q̄sto guardo diligētēte quāto se sia discostata la linea. b. e. della dioptra dalla sua rettitudine cioè dal poto h. & q̄sto lo conoscerò per uigor di pōti, & minuti gia descritti nel lato del. 2. quadro cioè q̄ti ne restarāno discopti fra. h. et. i. hor poniamo che dal. h. al. i. siano. 4. pōti, cioè de q̄lli che ciascaduna mitta del. 2. quadrato ne è 12) diro per la regola uolgarmēte detta del. 3. se 4. pōti mene da. i. 2. p. la mitta del lato che me dara q̄lli 15. passa che hauemo supposto che sia dal loco doue se piatō prima lo istrometo al luoco doue se pianto alla. 2. uolta, onde multiplicaro q̄lli 15. passa p. 12. fara. 180. & q̄sto partiro p. 4. mene uenira. 45. & passa. 45. conchiudero che sia dal luoco doue che prima se piatō l'istrometo al poto. a. et cosi se p. sorte ogni poto fusse diuiso in. 12. minuti & che p. sorte dal poto. h. al poto. i. fusse, poniamo caso minuti. 8. io direi se minuti. 8. mi da minuti. 1. 44. (cioè la mitta del lato del quadro) che mi dara passa 15. onde multiplicaria li detti passa 15. sia li detti minuti. 144. fara 2160. & q̄sto parteria p. 18. minuti ne uenira passa 270. & passa 270. cōchiuderia che fusse dal detto luoco doue che se piatō prima il detto nostro istrometo p. fin al detto poto. a. & cosi pcedaria nelle altre simile. hor p. dimostrar la causa di tal nostra opatione p. abreuuar il dire nel centro del istrometo della prima positioe intēderemo un. k. et nel cetro di q̄llo della 2. positioe intēderemo un. n. & arguiremo in q̄sto modo, pche la linea. l. h. è equidistate alla linea. k. a. l'angolo. h. n. i. del triangolo. h. n. i. fara eguale (p. la 29. del 1. di Euclide) al angolo. a. del triangolo. n. a. k. (p. eēr alterni) et similmete l'angolo. k. del triangolo. n. a. k. è eguale al angolo. h. del triangolo. h. n. i. p. eēr l'uno e l'altro retto onde p. la 32. del 1. di Euclide li detti dui triangoli. k. a. n. et. h. n. i. saranno equiangoli, et (cōsequētēte p. la 4. del 6. di Euclide) saranno delati p. portionali onde la p. portioe del lato. h. i. al lato. n. b. fara, come q̄lla del lato. k. n. al lato. k. a. et pche nel principio fu supposto che il lato. h. i. fusse pti. 4. & il lato. h. n. uie a eēr pti. 12. (p. eēr egual alla mitta del lato del quadro) & il lato. n. k. fu supposto eēr passa 15. onde p. ritrouar il lato k. a. cōgnito, p. la euidentia della 16. del. 6. di Euclide multiplico il lato. k. n. (cioè passa 15.) p. il lato. h. n. cioè per pti. 12.) fa 180. et q̄sto parto p. il lato. h. i. cioè p. li 4. pti che mi scopre la dioptra (dal p. supposito) mene uiene. 45. et passa 45. diremo che sia il lato. k. a. cōe che in principio fu determinato & cosi se. pcedaria q̄do chel poto. a. fusse piu in alto ouer piu basso del orizōte alzādo, ouer abasādo la pte dauanti del istrometo stāte pero sēpre il bastone doue fara fitto p. pēdicolare al orizōte si in mote come i piano et similmete le due bacchette che se piatarāno si debbono sēpre piatar p. pēdicolarmēte et tai bacchette uogliono eēr rettiissime, & la tramutatioe che se fara dati al 2. loco cō l'istrometo, bisogna che sia egualmete distate dal pīzo del orizōte, Oltra di q̄sto bisogna cōsiderar diligētēte, e minuziamente, li pti et minuti et pte di minuto che lassara scopiti la dioptra, cioè la q̄nta de. h. i. per che ogni piccolo errore che si facesse in li detti minuti causariano errore molto euidente nella cōclūsiōe perche tai pti, ouer minuti uēgono a eēr partitore, et ogni minimo errore che si faccia nel partitore nō poco fa uariar lo auenimēto.

I N V I N E G I A. M. D. LVII.