Guidobaldo del Monte's *Mechanicorum liber*

Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge

Sources 1

Edition Open Access
2017

Guidobaldo del Monte's *Mechanicorum liber*

Jürgen Renn and Peter Damerow

Edition Open Access
2017

Max Planck Research Library
for the History and Development of Knowledge
Sources 1

This volume was submitted by Antonio Becchi
Copyedited by Lindy Divarci

ISBN 978-3-945561-25-6
Published 2017 by Edition Open Access,
Max Planck Institute for the History of Science
Reprint of the 2010 edition
Printed and distributed by
PRO BUSINESS digital printing Deutschland GmbH, Berlin
Edition Open Access
http://www.edition-open-access.de

The images of the facsimile part are produced by the digitization group of the library of the *Max Planck Institute for the History of Science* from an original of the library's rare book collection.

The *Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge* comprises two subseries, *Studies* and *Sources.* They present research results and the relevant sources in a new format, combining the advantages of traditional publications and the digital medium. The volumes are available both as printed books and as online open-access publications. They present original scientific work submitted under the scholarly responsibility of members of the Scientific Board and their academic peers.

The volumes of the two subseries and their electronic counterparts are directed at scholars and students of various disciplines, as well as at a broader public interested in how science shapes our world. They provide rapid access to knowledge at low cost. Moreover, by combining print with digital publication, the two series offer a new way of publishing research in flux and of studying historical topics or current issues in relation to primary materials that are otherwise not easily available.

The initiative is supported, for the time being, by research departments of three Max Planck Institutes, the MPI for the History of Science, the Fritz Haber Institute of the MPG, and the MPI for Gravitational Physics (Albert-Einstein-Institut). This is in line with the *Berlin Declaration on Open Access to Knowledge in the Sciences and Humanities*, launched by the Max Planck Society in 2003.

Each volume of the *Studies* series is dedicated to a key subject in the history and development of knowledge, bringing together perspectives from different fields and combining source-based empirical research with theoretically guided approaches. The studies are typically working group volumes based on integrative approaches to problems ranging from the globalization of knowledge to the nature of scientific innovation.

Each volume of the *Sources* series presents a primary source – relevant for the history and development of knowledge – in facsimile, transcription, or translation. The original sources are complemented by an introduction and by commentaries reflecting original scholarly work. The sources reproduced in this series may be rare books, manuscripts, documents or data that are not readily accessible in libraries and archives.

On the basis of scholarly expertise the publication of the two series brings together traditional books produced by print-on-demand techniques with modern information technology. Based on and extending the functionalities of the existing open access repository *European Cultural Heritage Online (ECHO)*, this initiative aims at a model for an unprecedented, web-based scientific working environment integrating access to information with interactive features.

Contents

Part 1: On this Book

Chapter 1
The Author

Guidobaldo Marchese del Monte[1] was born on 11 January 1545 in Pesaro in the territories of the duke of Urbino.[2] His father Ranieri Marchese del Monte was a soldier and author of two books on military architecture. He was honored with the title *Marchese del Monte* by Duke Guidobaldo II of Urbino[3]. Ranieri's son Guidobaldo inherited the title and became heir to the family estate of Montebaroccio.

Guidobaldo studied mathematics at the University of Padua in 1564. The military expertise he gained from his father encouraged him to serve for some time in the army and to take part in the unsuccessful campaign of the Holy Roman Emperor Maximilian II[4] against the Turks from 1566 to 1568 in Hungary.

Guidobaldo left the army and returned to Montebaroccio. In Urbino, as a private disciple he joined the circle of Federico Commandino[5], an important translator of ancient writings on mathematics and mechanics, including Euclid's *Elements*.[6] Guidobaldo became a friend of Bernardino Baldi[7], a disciple of Commandino. Baldi became a versatile scholar and and poet who published numerous works and translations, among them notably a commented edition of the Aristotelian *Problemata mechanica*

[1] Guidobaldo del Monte, 1545-1607; often formerly referred to as Guido Ubaldo.

[2] For the following short biography, see Rose (2008) and Gamba and Andersen (2008). For extensive discussions of Guidobaldo's science and historical context, see Gamba and Montebelli (1988), Biagioli (1990), Bertoloni Meli (1992), Gamba (1998), Micheli (1992), Henninger-Voss (2000), Bertoloni Meli (2006), van Dyck (2006a,b) and Bertoloni Meli and Gamba (2011).

[3] Guidobaldo II della Rovere, 1514-1574, was duke of Urbino from 1538 until his death.

[4] Maximilian II, 1527-1576, was emperor of the Holy Roman Empire from 1564 until his death.

[5] Federico Commandino, 1509-1575.

[6] See, in particular, Archimedes (1558, 1565); Ptolemaeus (1562); Apollonius of Perga (1566); Euclid (1572); Aristarchus of Samos (1572); Pappus of Alexandria (1588).

[7] Bernardino Baldi, 1553-1617.

and a *Cronica de matematici* containing biographies of more than 200 mathematicians.[8]

In 1577 Guidobaldo published his first book, the *Mechanicorum liber*[9], which is reprinted here in a facsimile edition. The book is a comprehensive treatise on mechanics dealing with the five simple machines, the lever, the pulley, the wheel on an axle, the wedge, and the screw, their properties being in turn derived from the workings of the balance and lever. The idea that every mechanism can be reduced to these five simple machines goes back to Heron of Alexandria[10] and has been transmitted to the early modern period by Pappus[11], while the foundational role of balance and lever goes back to the *Problemata mechanica*[12] ascribed to Aristotle.[13] In 1581, the book was translated into the Italian vernacular[14] by Filippo Pigafetta[15].

As a military man Guidobaldo was appointed in 1588 visitor general of the fortresses and cities of the grand duke of Tuscany. He visited Tuscany in the Spring of 1589.[16] In the later part of his life Guidobaldo pursued scientific studies and made scientific instruments at the family castle in Montebaroccio. He published further works on geometry (*Planispheriorum universalium theorica*[17]), on the center of gravity (*In duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*[18]) and on perspective (*Perspectiva*[19]). Further books were published posthumously (*Problemata astronomica*[20] and *Cochlea*[21]). Several minor works remained unpublished and are known only from correspondence.

It is known from the exchange of letters that Guidobaldo was in close scholarly contact with many of his contemporary scholars. Historically

[8] See Baldi (1621, 1707).
[9] Guidobaldo del Monte (1577).
[10] Heron (or Hero) of Alexandria, ca. 10–70 CE.
[11] Pappus of Alexandria, ca. 290–350 CE.
[12] Aristotle (1980).
[13] The attribution of the treatise to Aristotle, 384–322 BCE, has long been a matter of controversial discussion. See the recent contribution by Krafft (1970, 13-20).
[14] Guidobaldo del Monte (1581).
[15] Filippo Pigafetta, 1533-1604.
[16] Menchetti (2011).
[17] Guidobaldo del Monte (1579).
[18] Guidobaldo del Monte (1588).
[19] Guidobaldo del Monte (1600).
[20] Guidobaldo del Monte (1609).
[21] Guidobaldo del Monte (1615).

most significant was his encounter with Galileo[22]. Their first contact[23] goes back to the year 1588. Galileo sent Guidobaldo a proof of a theorem on the center of gravity of parabolic solids, a subject that Guidobaldo himself was working on at that time. That they remained in close scholarly contact is documented several times in a notebook of Guidobaldo[24]. In the meantime, Guidobaldo as an interlocutor and patron furthered the young Galileo, in particular by securing appointments for him first in Pisa and then in Padua. When Galileo visited Guidobaldo in 1592 on his way to Padua they performed an experiment together on trajectories on an inclined plane which triggered Galileo's work on moving bodies and finally his new science of motion.

The encounter with Guidobaldo not only influenced Galileo's theoretical work, it also led to a practical turn in his life: like Guidobaldo Galileo became an engineer-scientist.[25] He opened his own workshop, taught and wrote treatises on practical matters. In particular he wrote a treatise on mechanics[26] following the model of Guidobaldo's *Mechanicorum liber* reprinted here. Guidobaldo del Monte died in Montebaroccio in 1607.

[22] Galileo Galileo, 1564-1642.

[23] On the cooperation between Guidobaldo and Galileo, in particular on its role for the discovery of the law of fall and its dating, see Renn et al. (2000).

[24] Guidobaldo del Monte (1587). See the discussion in Renn et al. (2000).

[25] See Valleriani (2010).

[26] This treatise, completed in 1602, was originally only copied and sold in the context of his teaching activities. After his condemnation, it was published in French translation by Marin Mersenne (Galileo Galilei, 1634).

Chapter 2
The Context

Guidobaldo del Monte was a central figure of early modern science, he was pivotal for the history of mechanics in a way that has been obscured by the later glorious achievements of Galileo and Newton.[1] His work on mechanics embodies the High Renaissance of science, preceding the age of the Scientific Revolution. Unlike the history of art, the history of science associates such a chronology with an image of progress according to which one achievement is just a stepping stone towards the next. With such a perspective, one can easily lose sight, however, of the historical constellation that made a particular scientific achievement possible in the first place. In Guidobaldo's case this constellation may indeed be characterized by labelling him a Renaissance scientist. He worked in a time in which the humanistic recovery of the scientific knowledge of classical antiquity had recently culminated in the work of his mentor Federico Commandino. Against this background, Guidobaldo attempted a new synthesis, building on the fragmentary heritage of the ancients. His intention was to continue their endeavor, revitalizing their original spirit while distancing himself from medieval aberrations and from those contemporaries who based their own work on medieval predecessors such Tartaglia[2], who in turn relied on the work of Jordanus[3].

Guidobaldo aimed at more than a mere revival of antiquity focusing on translations, paraphrases and commentaries of the recovered ancient sources. He was not interested in technical accounts that merely described ancient or contemporary engineering feats. Instead he attempted to develop a deductive, explanatory treatment of the technical knowledge of

[1] A number of recent studies have contributed to a better understanding of several details of the role of Guidobaldo del Monte in the social context of his time, see in particular Micheli (1992), Bertoloni Meli (1992, 2006), Gamba (1988, 1995, 1998), Gamba and Montebelli (1988), Sinisgalli and Vastola (1994), Henninger-Voss (2000), van Dyck (2006a,b, 2009) and Palmieri (2008).

[2] Niccolò Tartaglia, 1500?-1557.

[3] Jordanus Nemorarius (also Jordanus de Nemore), early 13th century. See, e.g., Tartaglia's edition, Jordanus Nemorarius (1565).

mechanics following the model of Euclid and Archimedes[4]. Yet, in contrast to the generation of scientists following him, for instance Benedetti[5] and Galileo, he refrained from criticism of the ancient authors, even when they offered mutually contradictory approaches and results. Instead he made every effort to reconcile such conflicting traditions and was ready to sacrifice entire domains of knowledge in this synthetic enterprise if they seemed difficult to incorporate, for example, Aristotelian physics and, in particular, the Aristotelian theory of motion. In contrast to his followers, Guidobaldo excluded, at least in his published work on mechanics, the consideration of challenging objects, that is, of objects emerging from contemporary technology and representing intellectual challenges for contemporary physical theory, such as artillery, the pendulum, air pumps, the stability of matter, the spring, etc.

Yet Guidobaldo lived in a world that would be inconceivable without an emergence of novelty and proliferation of knowledge, which reflects the dynamics of the early modern economy. This was a world in which commercial capital played an ever larger role and shattered the foundations of traditional feudal organization; it was a fragmented world of competing urban centers and feudal courts. In this world, classical antiquity served as an alternative model for shaping individual lives and collective culture in a way that mastered the challenges of society and nature. Thus Renaissance culture, including science, was from its inception burdened with the dilemma of relying, on one hand, on the image of an ideally stable world to be emulated, and on the other, of coping with a rapid expansion of economy, technology and knowledge, without any historical precedent. Accordingly, also Guidobaldo's classicist synthesis of mechanical knowledge could only enjoy transient success and was quickly superseded by the new sciences of the 17th century. Nevertheless, it offered a crucial point of reference for future scholars; until then one could proceed along the tracks laid out by the ancients, but no further. What came after Guidobaldo was no longer Renaissance, it had to be genuinely new, a veritable scientific revolution.

But even Guidobaldo's revival of ancient mechanics was marked by a context significantly different from that of antiquity. Guidobaldo himself was not just an intellectual, he was a military and a practical man, an engineer-scientist[6] comparable in this respect to Archimedes. But, in the early modern period, the numbers of such engineer-scientists had signifi-

[4] Archimedes, around 287-212 BCE.
[5] Giovanni Battista Benedetti, 1530-1590.
[6] See Renn et al. (2000), in particular 336-340.

cantly increased, with possibly more of them around than had ever lived in antiquity. New means of communication such as paper and print had profoundly changed the conditions for the generation and dissemination of knowledge. Barriers between the theoretical knowledge of scholars at the universities and the practical knowledge of artisans were coming down. Large-scale technological endeavors such as the construction of cathedrals and fortresses, ship-building, hydraulics and artillery had become concerns that were closely intertwined with politics and the economy.

This situation is also reflected in the contemporary literature involving mechanical knowledge.[7] Manuscripts of architects and artists containing drawings of machines illustrate the extent to which contemporary technical knowledge had become a subject of public interest as well as of courtly and urban patronage. Examples of such manuscripts are those by Taccola[8], by Francesco di Giorgio Martini[9], and by Antonio da Sangallo the Younger[10]. Taccola finished his manuscripts around 1450.[11] Francesco di Giorgio Martini worked with Taccola in the *Studio* in Siena and copied some of his drawings,[12] probably some time after Taccola's death around 1453,[13] and later composed his own comprehensive work with machine drawings.[14] This was completed around 1490.[15] The manuscripts by Antonio da Sangallo the Younger probably date to the early 16th century.[16] This tradition was continued by printed books on machines such as those by Ceredi[17] published in 1567,[18] and Zonca[19] published in 1607.[20]

The parallel recovery of ancient knowledge, as mentioned, first took the form of translations, paraphrases and commentaries of ancient sources. Editions and reworkings of the Aristotelian *Problemata mechanica*[21], in

---

[7] Drake and Drabkin (1969) have provided selected translations of some of the key treatises on mechanics written at that time, among them selected parts of Guidobaldo del Monte (1588).

[8] Mariano di Jacopo, called Taccola, 1382-ca.1453.

[9] Francesco di Giorgio Martini, 1439-1502.

[10] Antonio da Sangallo the Younger, born Antonio Cordiani, 1484-1546.

[11] See Taccola (1971, 1984).

[12] See Francesco di Giorgio Martini (1989).

[13] See Scaglia (1992, 13-19, in particular 15).

[14] Francesco di Giorgio Martini (1967).

[15] See Scaglia (1992, 17).

[16] See Sangallo the Younger (2001).

[17] Giuseppe Ceredi, fl. first half of the 16th century.

[18] See Ceredi (1567).

[19] Vittorio Zonca, 1568-1603.

[20] See Zonca (1607).

[21] See Rose and Drake (1971).

particular by Fausto[22], Tomeo[23], Piccolomini[24] and Monantheuil[25] played a crucial role. This text served both as a link between the new practical knowledge of the time and ancient theoretical principles, but also as an intermediate between the discursive style of Aristotelian natural philosophy and the deductive style of Euclid and Archimedes. As we have also mentioned, Commandino contributed translations of Euclid, Archimedes and Pappus, while Tartaglia made the works of Jordanus available to his contemporaries. All in all, the transmitted ancient knowledge was diverse and fragmentary in character. Not even Archimedes' book on the balance[26] was extant, which would have been of key interest to early modern engineer-scientists, nor Heron's *Mechanics* which survived as an Arabic version found only in the 19th century.[27]

Early modern scholars seeking to cope with this diverse heritage were thus confronted with the uncomfortable alternative of being either comprehensive as far as the extension of knowledge was concerned or systematic in its treatment.[28] A typical response to this dilemma was to compose a collection of problems, sometimes in the form of dialogue or correspondence with patrons or colleagues. To stress systematicity, many authors chose to arrange at least some of their problems according to the Aristotelian *Problemata mechanica*, as was done by Tartaglia in *Quesiti*[29], Benedetti in *Diversarum speculationum*[30], Maurolico[31] in *Problemata mechanica*[32] and Baldi in *Exercitationes*[33]. Other collections of treatments of mechanical problems circulated in manuscript form, as was probably the case with Leonardo's[34] manuscripts.

Guidobaldo's book on mechanics pioneered the attempts to give a systematic account of mechanical knowledge following the model of Euclid and Archimedes. In order to achieve this goal he used the classification of simple machines ascribed to Heron and transmitted by Pappus. As no such systematic treatment of mechanics from antiquity was extant,

[22] Vittore Fausto, 1480-1551?, see Aristotle (1517).
[23] Niccolò Leonico Tomeo, 1456-1531, see Tomeo (1525).
[24] Alessandro Piccolomini, 1508-1579, see Piccolomini (1565).
[25] Henri de Monantheuil, 1536?-1606, see Aristotle (1599).
[26] See Archimedes (1953, xxxvii).
[27] See Heron of Alexandria (1900).
[28] See, for instance, the encyclopedic attempt by Cardano (1550).
[29] Tartaglia (1546).
[30] Benedetti (1585).
[31] Francesco Maurolico (in Latin, Franciscus Maurolycus), 1494-1575.
[32] Maurolico (1613).
[33] Baldi (1621).
[34] Leonardo da Vinci, 1452-1519.

Guidobaldo's book may be considered to represent the autonomous continuation of the Greek tradition. It integrates Archimedian techniques with notions such as the concept of center of gravity – the Aristotelian framework in which weight is always to be referred to the center of the earth, the reduction according to Heron and Pappus of complex to simple machines, as well as the reduction of some machines to balance and lever as in the Aristotelian *Problemata mechanica*. The model that Guidobaldo established with his treatise on mechanics was later followed by Stelliola[35] and Galileo[36], while Stevin's[37] book on mechanics[38] differs considerably from this model and may be considered as an independent achievement.[39]

Apart from the immediate follow-ups to Guidobaldo's book, among which there was also a German adaptation[40], Guidobaldo's book inspired a long tradition of textbooks on mechanics that were organized in a similar fashion and written in many European languages for a period that extended into the Scientific Revolution and beyond.

[35] Niccolà Antonio Stelliola (also: Colantonio Stelliola), 1546-1623; see Stelliola (1597).
[36] Galileo Galilei (1634).
[37] Simon Stevin, 1548-1620.
[38] Stevin (1586).
[39] Stevin in all probability never traveled to Italy and had no personal contact with Guidobaldo; he is not mentioned in his works on mechanics. However, he shares a common body of knowledge with Italian Renaissance scholars. This can be inferred from explicit references to writings such as those of Tartaglia, Commandino, Cardano and Benedetti, as well as to ancient treatises on mechanics by Aristotle and Archimedes. Guidobaldo himself is mentioned three times in a mathematical treatise of Stevin (1602, 17, 18 and 20) as the author of a little book, the title of which he could not remember (identifiable as Guidobaldo del Monte 1579).
[40] Mögling (1629).

Chapter 3
The Book

Guidobaldo structured his treatise on mechanics according to his goal to apply the ancient model of a deductive theory. The treatise starts with definitions (*definitiones*), axioms (*communes notiones*) and postulates (*suppositiones*). Following this short introductory part, the treatise continues with propositions (*propositiones*) together with their proofs. Some of the propositions are additionally designated as problems (*problemata*). This basic structure is occasionally complemented by auxiliary propositions (*lemmata*) preceding the propositions of a chapter and by corollaries (*corollaria*) adding one or more immediate consequences to a proposition.

While these formal distinctions which structure a theory were commonly accepted as a conceptual scheme inherited from the ancient model, this was not equally the case with regard to their meaning and their attributions to specific statements. In particular, the assignment of the three categories of preconditions to specific classes of assumptions, and especially whether a statement has to be qualified as an axiom or a postulate, varies from author to author. This is even more so for the subject of the propositions, the level of generality they represent and their grouping into content areas.

It has been mentioned already that Guidobaldo, according to Heron's analysis of machines[1], formulated and grouped his propositions into certain elements and their classification into so-called simple machines. Heron's sophisticated analysis, however, was unknown to Guidobaldo and his contemporaries except for the fragmentary quotations provided by Pappus and made known to them through Commandino's translation[2]. Guidobaldo and his contemporaries had to reinvent the details of the propositions and

[1]See Heron of Alexandria (1900, 95).

[2]See Pappus of Alexandria (1660, 460, mentioned at the beginning of the proof of Proposition X of Book VIII). Commandino's translation of Books III to VIII was first published posthumously in 1588 under the title *Mathematicae collectiones*. A later edition is used here; see Pappus of Alexandria (1660). The final editing was done by Guidobaldo who surely had access to the Greek text and to Commandino's translation long before his death in 1575. Commandino had already published translations of excerpts of Pappus' text in his editions of Apollonius of Perga (1566) and of

their proofs. Thus the recourse to Heron's analysis of mechanical technology was not simply a revival of his work, but moreover an incentive for innovation and controversial discourse.

The order in which Pappus, and Commandino after him, arranged the simple machines differs from the one in Herons *Mechanics*.[3] The five simple machines listed in Commandino's translation[4] of Pappus' *Mathematicae collectiones*[5] are:

wedge (*cuneus*)
lever (*vectis*)
screw (*cochlea*)
pulley (*polyspaston*)
axle (*axe*)

Guidobaldo reordered these five machines and complemented them with the balance as a sixth. Accordingly, his chapters are titled:

On the balance (*De Libra*)
On the lever (*De Vecte*)
On the pulley (*De Trochlea*)
On the axle in a wheel (*De Axe in peritrochio*)
On the wedge (*De Cuneo*)
On the screw (*De Cochlea*)

3.1 The *Definitiones*

Guidobaldo gives a definition for only one concept, the definition of the center of gravity.[6] Literally following Commadino in his work on the center of gravity[7] he gives two different definitions of the concept. Both Commandino and Guidobaldo define the center of gravity as a point of indifferent equilibrium. They correctly attribute this definition to Pappus[8], who himself obviously took this definition from the *Mechanics* of Heron[9] although not literally as a quotation.

Aristarchus of Samos (1572), that is, at the time Guidobaldo stayed with him as his private disciple.

[3]See Heron of Alexandria (1900, 94) and the corresponding order of the subsequent treatment of the simple machines.

[4]Pappus of Alexandria (1660, 460).

[5]Pappus of Alexandria (1871, 331).

[6]Guidobaldo del Monte (1577, 1r).

[7]Commandino (1565, 1).

[8]See Pappus of Alexandria (1871, 311).

[9]Heron of Alexandria (1900, 64).

The second definition given by Commandino and Guidobaldo is also taken from the *Mechanics* of Heron[10], who attributed it to Archimedes, probably referring to one of his lost works.[11] According to this second definition the center of gravity of a body is a point through which each cut divides the body into two parts of equal weight. This definition, attributed by Heron to Posidonius[12], is obviously fallacious since it does not take into account the positions of the centers of gravity of the two parts. Guidobaldo adopts the two definitions from Commandino without comment.

3.2 The *Communes notiones*

In the further presuppositions[13] of his treatise Guidobaldo followed neither Commandino nor Archimedes, although his own theory of equilibrium is based largely on Archimedes' treatise *On the equilibrium of planes.* Instead of using the *postulates* of Archimedes, which themselves are inspired by the axioms (*common notions*) in Euclid's *Elements*, Guidobaldo uses the first three axioms (*common notions*) of Euclid[14] literally only replacing the term *equal things* by the term *things of equal weight.*

3.3 The *Suppositiones*

Guidobaldo adds three postulates (*suppositiones*) which essentially make assumptions about the center of gravity explicit. He assumes that the center of gravity of a body is unique and invariable. He further assumes that a body descends towards the center of the world according to his center of gravity.

---

[10]Heron of Alexandria (1900, 62-64).

[11]It is commonly accepted that the treatise of Archimedes (1953, 189-220) *On the equilibrium of planes* is only part of a lost corpus of Archimedes' work on mechanics: Heron refers three times to specific works, see Heron of Alexandria (1900, 64-66, 70, and 86-88). In the present context he mentions a work dealing with the equilibrium of figures to which a lever is applied. This may refer to the extant treatise *On the equilibrium of planes*, however, this treatise does not contain a definition of the center of gravity. The other two remarks of Heron about works of Archimedes refer to titles which cannot be identified with extant works of Archimedes, a *Book on pillars* and *Treatises on the lever.* See the discussion of the lost works of Archimedes and in particular of the unknown definition of the center of gravity by Archimedes in Dijksterhuis (1956, 47f. and 295-304).

[12]Heron of Alexandria (1900, 62).

[13]Guidobaldo del Monte (1577, 1v).

[14]See Euclid (1956, vol. 1, 117-124 and 221-240); Euclid (2008, 7).

3.4 The Chapter *De Libra*

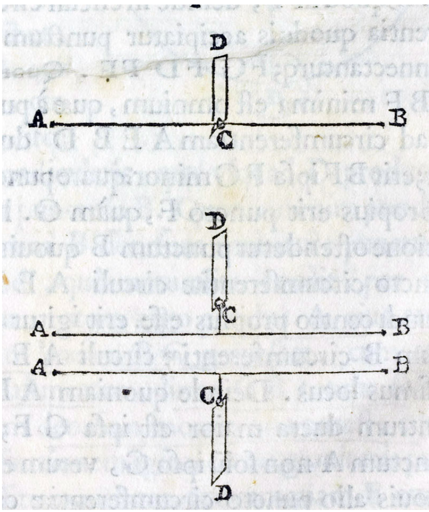


Figure 3.1: The balance (*libra*) supported at, from above, and from below its center of gravity

The chapter on the balance[15] begins with some explanations of terms related to this instrument, terms such as the support (*trutina*), the center of the balance (*centrum librae*) around which the balance turns, or the arms of the beam (*librae brachia*).

These explanations are followed by a geometrical lemma concerning the distances of different points on the circumference of a circle to a point outside the circle. From the context it becomes clear that the circle represents the end points of the beam of a balance turning around its center while the external point represents the center of the world.

The lemma thus indicates a major concern of Guidobaldo and his contemporaries: If heavy bodies tend to descend to the center of the world their lines of descent cannot be parallel. In modern terms, gravitation is truly a radial field around the center of the earth rather than a homogeneous one. While the lemma seems to play only a minor role, if any, in Guidobaldo's treatise it is nevertheless closely linked to Guidobaldo's

[15]Guidobaldo del Monte (1577, 2r).

extensive discussion against the arguments of his contemporaries, which he deems fallacious and criticizes in the sequel to his fourth proposition.

The lemma is followed by three propositions representing facts concerning the equilibrium of a balance which were well known from antiquity. In particular, the second and the third proposition deal with balances supported above or below their centers of gravity. They state that the equilibrium in these cases is not stable. This is essentially what has already been proven, although in another way, by the second problem of the Aristotelian *Problemata mechanica*.[16]

The following fourth proposition expresses a further major concern of Guidobaldo. He proves that the equilibrium of a balance is stable in every position if it is supported at its center of gravity. From a modern point of view this claim is a simple consequence of the definition of the center of gravity and this is also the gist of Guidobaldo's reasoning. Nevertheless, some medieval and early modern scholars such as Jordanus, Tartaglia and Cardano[17] argued to the contrary. In reaction to their work, Guidobaldo complemented his fourth proposition with several pages of arguments that attempt to make evident that their alleged proofs were erroneous. He goes into great detail, attempting to show that even when their own conceptual means are applied – including the assumption that the directions in which the weights at the ends of the balance tend to descend are not parallel – it follows what he himself maintains, that is, that a balance is stable in every position if it is supported at its center of gravity.

The remaining propositions five to seven deal with what is now termed the *law of the lever*. This law provides the theoretical background for another type of balance, that is, the Roman steelyard (*statera*), a balance with unequal arms and a moving weight. Guidobaldo faced the conceptual difficulty of expressing the difference between the actual weight of a body and its varying effect if it is attached to different points on the beam of a balance.

This problem is an issue that was raised already in antiquity. It was transmitted to the Arabic culture and from there to scholars of the medieval Latin tradition. Jordanus made it well known through his work. He introduced the technical term "positional gravity" (*gravitas secundum situm*)[18] for the effect of a weight positioned at some place on the beam of a balance.

[16] Aristotle (1980, 347-351).
[17] Girolamo Cardano, 1501-1576.
[18] See Moody and Clagett (1960, 129, 155, and 175).

It was Tartaglia who not only made Jordanus known in the Renaissance by editing his work[19] but who also emphasized the distinction of the actual weight and its effect when attached to the beam of a balance. For the effect of such a weight he gives an explicit definition, designating this effect as positional heaviness (*grave secondo el luoco*).[20]

Guidobaldo deals with the problem in an ambiguous way by using the term *pondus* for the actual weight of a body and the term with the same root *ponderare* for the varying effect when the body is attached to different places on the beam of a balance.

His fifth proposition concerns two weights hanging down from different places on the beam.

> Two weights (*pondera*) attached to a balance. If the balance were divided in between so that the parts of the weight (*partes ponderibus*) correspond inversely, then they will weigh (*ponderabunt*) at the points they are attached as much as if each were suspended from the dividing point.[21]

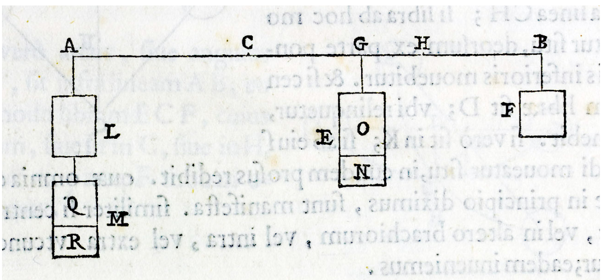


Figure 3.2: Balance AB with center C and with weights E and F attached according to the fifth proposition in order to compare their effect in dependence of hanging from points G and B, and after being moved together at point H

In contrast to Archimedes in his treatise *On the equilibrium of planes*, Guidobaldo does not compare weights attached to the two sides of a balance in equilibrium, but rather compares the effect of two weights hanging down from two points on one side of the beam and their effect after

[19] Jordanus Nemorarius (1565).
[20] Tartaglia (1546, 82 verso, diffinitione XIII).
[21] Guidobaldo del Monte (1577, 30v); translation by the authors.

both are moved to a point in between. The proportion between the two weights (*pondera*) is first conceived as the proportion between their actual weights. But the verb "to weigh" (*ponderare*) cannot mean the same here. Since a weight remains constant wherever it is placed, the statement of the proposition taken literally seems to be nonsensical. The terms *pondus* and *ponderare* are obviously used here within one and the same proposition with two different meanings, the latter designating the varying effect of the weights moved to different positions rather than their actual weights.

Guidobaldo provides a long and clumsy proof of this proposition which from a modern point of view is a simple consequence of the *law of the lever*. Here, however, this proposition is used rather to prove the *law of the lever* for the special case of the steelyard with its moving weight.

This law is the subject of the sixth proposition. Guidobaldo claims that:

> Equal weights (*pondera*) attached to a balance have proportions in gravity (*in gravitate proportionem habere*) as the distances (from the center) at which they are attached.[22]

Here Guidobaldo uses the distinction between weight (*pondus*) and gravity (*gravitas*) in order to express that the effect of a weight differs according to the distance from the center. Again the proof is complex, missing the elegance of the ancient proof of Archimedes whom Guidobaldo so admired.

The final seventh proposition provides the construction of the point on a beam at which it has to be supported to bring it into equilibrium if a number of different weights are attached to different places on the beam of a balance.

3.5 The Chapter *De Vecte*

From a modern point of view, there is no substantial difference between a balance with unequal arms, that is, a steelyard (*statera*), and a lever. Guidobaldo, however, treats them in different chapters. He added, as a sixth, the balance to the five simple machines of Heron, discussing it separately in the initial chapter before dealing with the lever in the following chapter.[23]

The reason may be that he followed the theoretical program promoted by the Aristotelian *Problemata mechanica* which, as mentioned earlier, was

[22]Guidobaldo del Monte (1577, 34r); translation by the authors.
[23]Guidobaldo del Monte (1577, 38r).

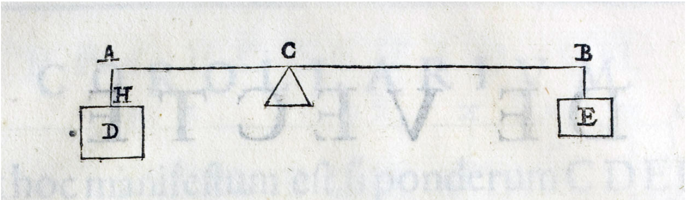


Figure 3.3: The lever (*vecte*) with a weight D (*pondus*) hanging down from the beam at A fastened by AH. The weight is compensated by a force E (*potentia*) acting at point B

well known and frequently commented on in the 16th and 17th centuries.[24] According to this treatise, the function of mechanical devices, which has to be explained, is to reduce the required forces:

> When, then, we have to produce an effect contrary to nature, we are at a loss, because of the difficulty, and require skill (technê, τέχνη). Therefore we call that part of skill which assists such difficulties, a device (mêchanê, μηχανή). For as the poet Antiphon wrote, this is true: "We by skill gain mastery over things in which we are conquered by nature." Of this kind are those in which the less master the greater, and things possessing little weight move heavy weights, and all similar devices which we term mechanical problems.[25]

According to the Aristotelian program, this functioning of mechanical devices has to be traced back to the functioning of the lever, which itself has to be traced back to the functioning of the balance, and which in turn is explained by the miraculous properties of the circle:

> ... there is nothing strange in the circle being the first of all marvels. The facts about the balance depend upon the circle, and those about the lever upon the balance, while nearly all the other problems of mechanical movement can depend upon the lever.[26]

Thus, by putting his own chapter on the balance before his chapters on the simple machines, Guidobaldo simply merges the theoretical programs

[24] For a detailed analysis of the role of this treatise, see Rose and Drake (1971).
[25] Aristotle (1980, 331).
[26] Aristotle (1980, 335).

of Heron and of the author of the Aristotelian treatise, who may or may not have been Aristotle himself.

The terminology used in Guidobaldo's chapter on the lever differs from that of the previous chapter on the balance. The center of the balance is replaced by the term *fulcimentum*. More important is the fact that there are not only weights (*pondus*), but also forces (*potentia*) acting on the lever. This latter distinction mitigates the problem of distinguishing between the actual weight of a body and the effect it has at a certain distance from the *fulcimentum*, designated now as its *potentia*.

Guidobaldo's chapter on the lever, following the chapter on the balance, again starts with a lemma and contains a further fifteen propositions. Like the lemma at the beginning of the chapter on the balance, the lemma at the beginning of the chapter on the lever is also purely mathematical, in this case dealing with proportions.

The following first proposition states the law of the lever, and thus corresponds to the sixth proposition on the balance. It is now phrased with the changed terminology:

> The force (*potentia*) sustaining (*sustinens*) a weight (*pondus*) attached to a lever has the same proportion to the weight as the distance on the lever between the *fulcimentum* and the suspension of the weight to the distance from the *fulcimentum* to the intervening force (*potentia*).[27]

The following second and third propositions deal with different constellations of weights and forces acting on a lever.

The fourth proposition states that if a weight is moved by a force acting on a lever, the spaces (*spatio*) traversed by the force and the weight are in the same proportion as the distances to the *fulcimentum*.

The following fifth to tenth propositions (including the sixth and seventh propositions, which are geometrical auxiliary propositions) are related to the problem to determine the effect of forces on weights to be moved depending on the position of the center of gravity above, below or in line with the lever. Guidobaldo assumes that the vertical projection of the center of gravity to the lever, whether in horizontal or oblique position, determines the point on the lever to be taken in account as the distance to the *fulcimentum*. While in the case of a horizontal position of the lever this procedure provides a correct result, in the case of an oblique position

[27] Guidobaldo del Monte (1577, 34r); translation by the authors.

of the lever, the result is ambiguous, since Guidobaldo disregards the differing effect of the direction (either vertical to the horizon or to the lever) of the applied force.

The eleventh to fourteenth propositions draw conclusions concerning the determination of forces that can move weights by means of a lever if certain constellations are given.

All propositions so far are proven under the assumption that the balance or the lever are themselves weightless. The final fifteenth proposition now raises the problem of how the weight of a material beam has to be taken in account. This problem was well known and solved in the Arabic tradition, if not already in antiquity. Guidobaldo's fifteenth proposition provides an answer for the simplest case of one weight attached to a material beam with a given weight.

3.6 The Chapter *De Trochlea*

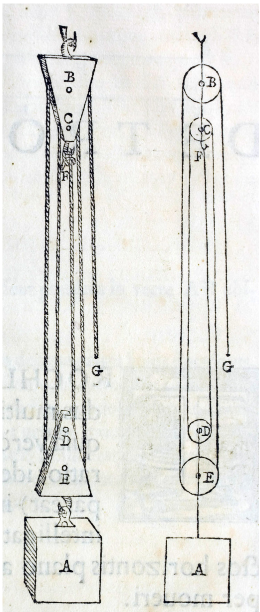


Figure 3.4: The pulley (*trochlea*)

The chapter entitled *De Trochlea*[28] contains a systematic theory of pulley blocks. It starts with an explanation of the relation between a weight (*pondus*) to be lifted and the force (*potentia*) required to suspend it using a single pulley. In the following, pulley blocks (*trochlea*) with increasing complexity containing different arrangements of up to six pulleys are investigated.

The main goal of the chapter is to reduce the functionality of different mechanisms of such pulley blocks to the functionality of the lever and thus to apply propositions proven for the lever to the explanation of the effect of using pulleys. Guidobaldo uses an ingenious method for accomplishing this program, combining levers in order to construct models of pulley blocks with the same functionality. He then proves each proposition for each type of pulley block, first for the lever model, and then transfers the result to the pulley block itself.

The chapter contains altogether twenty-eight propositions. It starts with a short introduction explaining the construction of a pulley block and alluding to the *Collectiones* of Pappus and to the Tenth Book of the *Architectura* of Vitruvius[29] as ancient sources discussing the use of pulleys for the construction of such pulley blocks. He also implicitly alludes to the Aristotelian treatise *Problemata mechanica* by quoting almost literally its basic goal of theoretical explanation, that is, to explain why a small force can move a large weight:

> Furthermore, the moving force may be placed at G, so that, as long as it descends, A will be raised up in opposite direction, just as Pappus shows in the eighth book of the *Mathematicae collectiones* and Vitruvius in the tenth of the *Architectura*, and others.
>
> We show, moreover, how this instrument pulley can be reduced to the lever, why a large weight (*magnum pondus*) can be moved by a small force (*ab exigua virtute*), and how, and in how much time ...[30]

Guidobaldo again starts with a purely mathematical lemma, this time concerning a simple geometrical figure with parallel tangents to a circle. The following propositions representing Guidobaldo's theory can be divided into four groups.

[28] Guidobaldo del Monte (1577, 62r).
[29] Marcus Vitruvius Pollio, first cent. BCE.
[30] Guidobaldo del Monte (1577, 62v); translation by the authors.

The first group consists of the first to tenth propositions. These propositions serve to determine the force (*potentia*) required to suspend a given weight by means of a growing complexity of pulley blocks. Among these propositions, the fourth, sixth, and eighth propositions deal with the lever models for pulley blocks.

The second group consists of the eleventh, thirteenth, fourteenth, and sixteenth propositions. These serve to determine for different pulley blocks the space the force has to pass through in order to move a weight through a certain distance.

The third group containing the twelfth, fifteenth and seventeenth to twenty-sixth propositions returns to the program of the first group. The force required to suspend a weight is determined for further complex types of pulley blocks.

Finally, the twenty-seventh and twenty-eighth propositions solve the problem of moving by means of a pulley block a given weight with a given force, and of moving a weight through a given distance with a force applied over a given distance.

3.7 The Chapter *De Axe in peritrochio*

Guidobaldo begins the chapter concerning the wheel attached to an axle[31] again with reference to its ancient origin. He says that this instrument was already described by Pappus in his *Mathematicae collectiones*. Then, some designations of parts of the instrument are explained, terms for the axle (*axe*), the drum (*tympanum*), the handles (*scytala*), the force acting on the handles (*potentia*), the weight (*pondus*) which is moved up, and the rope (*fune*) around the axle which suspends the weight.

Also in this chapter, alluding to the Aristotelian *Problemata mechanica*, its goal is explicitly stated:

> Therefore it remains for us that we exhibit why, by means of this instrument, large weights (*pondera*) can be moved by a small force (*ab exigua virtute*) and also in what way; moreover that we show the ratio of the time and the space, (and) in turn of the moving force *moventis …potentiae* and of the moved weight *moti ponderis*; and that we reduce such use of the instrument to the lever.[32]

[31] Guidobaldo del Monte (1577, 106r).
[32] Guidobaldo del Monte (1577, 106v); translation by the authors.

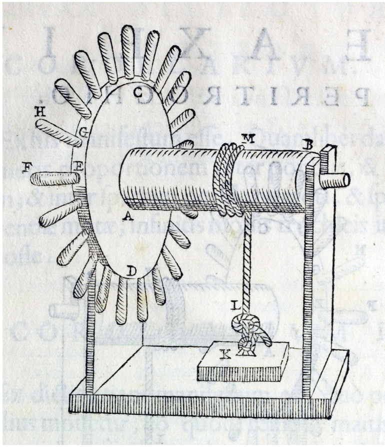


Figure 3.5: The axle in a wheel (*axe in peritrochio*) with the axle AB, the drum CD, the handles EF, GH etc., the places F, G etc. where the force is applied, the weight K to be moved up, and the rope LM around the axle which suspends the weight

This introductory note is followed by two propositions only. The first proposition states that the force (*potentia*) sustaining the weight (*pondus*) has the same proportion to the weight as the radius of the axle to the radius of the the drum (*tympanum*) together with the handles (*scytala*). The second proposition solves the problem of determining for a given weight (*pondus*) and force (*potentia*) the wheel (*axe in peritrochio*) by which it is moved.

The chapter ends with a remark about instruments that can be considered as examples of the described wheel. The instruments explicitly named are a sort of capstan or windlass (*ergata*), a type of winch (*succula*), the borer (*terebra*), and the wheel with its axle (*tympanum cum sui axibus*), whether teethed (*dentatus*) or not.

3.8 The Chapter *De Cuneo*

The chapter on the wedge[33] differs from the previous ones insofar as it contains no propositions that are explicitly labeled as such. It starts in-

[33]Guidobaldo del Monte (1577, 112r).

stead with a reference to the treatment of the wedge in the Aristotelian treatise *Problemata mechanica*[34] which in fact is the basis of Guidobaldo's treatment of the wedge. In particular, Guidobaldo adopts the idea that the two flanks of a wedge can split other material because they act as two levers.

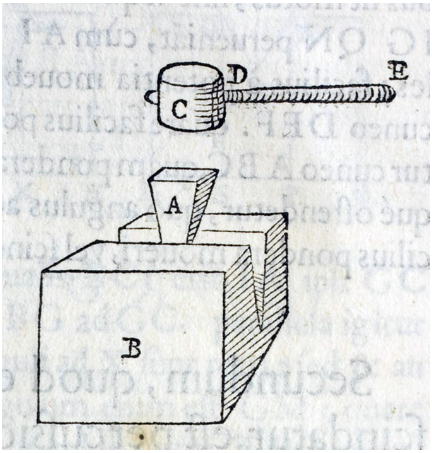


Figure 3.6: The wedge (*cuneo*)

IIn what follows, he discusses in detail the different possibilities of identifying the location that is considered as the *fulcimentum*, that is, the place which has to be interpreted as the unmoved point around which the lever turns. Furthermore, Guidobaldo claims that the flanks of the wedge can also be considered as inclined planes which in turn can again be reduced to the lever in order to explain their effect. In particular, he argues that the more acute the angle of the wedge is, the more easily it moves and splits the wedge. He then discusses the problem that the impact of strokes is a further condition for more easily moving the wedge and splitting its object.

n the course of this discussion certain emphasized statements seem to be meant as propositions, but are not explicitly designated in this way. The justifications for several of these statements end with phrases typically ending the proof of a proposition, phrases such as *quod demonstrare opor-*

[34]Problem 17, see Aristotle (1980, 371).

tebat. In one case, such an implicit proposition is followed by a *corollarium*, explicitly designated as such.

The statements justified in this way are only qualitative in nature throughout. In the case of reducing the wedge to the lever, this is a consequence of Guidobaldo's neglect of the directions in which forces act. In the case of interpreting the flanks of the wedge as inclined planes, no quantitative statement is possible because Guidobaldo follows the fallacious theory of Pappus in his *Mathematicae collectiones*.[35] Finally, in the case of the role of percussion there was no theory available to Guidobaldo that allowed for a calculation of the relation between force and effect.

3.9 The Chapter *De Cochlea*

The final chapter on the screw[36] again begins with reference to the *Mathematicae collectiones* of Pappus.[37] Guidobaldo claims that, while Pappus explained how to build a screw for moving heavy weights and attempted to explain the screw as acting like a wedge without percussion and thus moving by means of a lever, he nevertheless did not supply an adequate explanation. He himself therefore formulates as the goal of his chapter the provision of this missing explanation and a demonstration of the effect of the screw as a wedge. He would thus eventually reduce the screw to the lever and the balance.

Guidobaldo describes in detail the possible effect of a wedge coiled around an axle. By turning the axle the wedge can split an appropriately fixed block. Guidobaldo then continues with two propositions.

[35] Pappus' theory of the relation between the weight of an object and the force required to prevent it from sliding down an inclined plane has its roots in the *Mechanika* of Heron of Alexandria (1900, 60-62). Heron's argument, while presented as being valid for any object placed on an inclined plane, concerns only a rolling cylinder and is, at best, only qualitatively correct and only for a rolling body. He interprets the rolling cylinder as a lever turning around the point of contact between the cylinder and the inclined plane, however, comparing only the weights on both sides of the vertical through the center of the lever without taking into account the distances of the centers of gravity of both parts from this vertical. Pappus of Alexandria (1871, 326-331) tried to improve the argument but actually made it worse. His sophisticated identification of a rolling sphere with a lever is totally untenable. As Drake and Drabkin (1969, 325) noted, this has implications that are not even qualitatively correct. According to his argument the force required to compensate the weight of the sphere when the inclined plane is steepened towards the vertical increases to infinity and not, as it should be, to the actual weight of the sphere.

[36] Guidobaldo del Monte (1577, 120r).

[37] See Pappus of Alexandria (1871, 368-375) and Pappus of Alexandria (1660, 480-482 and 486-488).

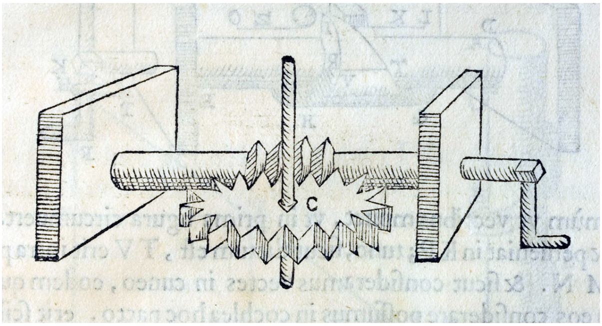


Figure 3.7: The screw (*cochlea*)

In the first proposition, he claims that a wedge, appropriately coiled twice around an axle, can be interpreted as a screw with two threads. He shows in his proof that such an axle coiled with a wedge can move a block, instead of splitting it, if it is guided along a support. He then describes in detail various instruments using a screw and explains how they work. Finally, he applies to the screw his interpretation of the wedge acting like a lever.

The second proposition is based on the interpretation of the wedge acting like an inclined plane. Guidobaldo claims in this proposition that also an inclined plane coiled around an axle can be interpreted as a screw.

Having proven this proposition, he adds the remark that the screw can thus be reduced to the balance (*ad libram reducatur*) according to Proposition IX of Book VIII of Pappus' *Mathematicae collectiones*[38] without noticing the falsity of the argument. As mentioned above, Pappus' identification of the inclined plane with a lever is incorrect, not only from the viewpoint of later classical mechanics, but also due to its inherent consequence that increasing the angle of an inclined plane towards the vertical would infinitely increase the force required to lift a body up, which is incompatible with any experience of lifting weights.

Guidobaldo continues again with a discussion of various instruments that use a screw, now interpreting them as based on the inclined plane. From the interpretation of the screw as a coiled inclined plane, he derives the consequence that the greater the number of threads within a length

[38] See Pappus of Alexandria (1660, 458-460).

unit and the longer the handles, the more easily and slowly the weight will be moved.

Finally, Guidobaldo argues that only in the case of the application of a lever can a precise proportion between the suspending force and the suspended weight be determined. In all other cases, intervening factors such as the length of the handles of a wheel or the strength of the stroke applied to a wedge modifies the proportion. This discussion serves to justify the restriction to qualitative statements about the relation of force and weight when these instruments were analyzed.

Chapter 4
Online Sources

The open access repository *European Cultural Heritage Online (ECHO)* of the Max Planck Institute for the History of Science continuously extends its collection of sources, which are freely accessible as text files in xml format and/or as high quality via its website *echo.mpiwg-berlin.mpg.de*. Currently, the following sources mentioned in the present publication and listed below are accessible this way.

4.1 The First Edition of the Treatise of Guidobaldo Del Monte and its Italian Translation

Guidobaldo del Monte 1577
Guidobaldo del Monte 1581

4.2 Ancient Sources Translated by Federico Commandino

Ptolemaeus 1562
Archimedes 1565
Euclid 1572
Aristarchus of Samos 1572
Pappus of Alexandria 1660

4.3 Early Modern Editions and Paraphrases of the Aristotelian *Problemata mechanica*

Tomeo 1525
Piccolomini 1565
Aristotle 1599
Baldi 1621

4.4 Early Modern Treatises on Machines

Ceredi 1567
Zonca 1607

4.5 Early Modern Treatises on Mechanics

Jordanus Nemorarius 1565
Tartaglia 1546
Cardano 1550
Commandino 1565
Benedetti 1585
Stevin 1586
Stelliola 1597
Guidobaldo del Monte 1600
Guidobaldo del Monte 1615
Guidobaldo del Monte 1588
Galileo Galilei 1634

Bibliography

Apollonius of Perga (1566). *Apollonii Pergaei conicorum libri quattuor. Una cum Pappi Alexandrini lemmatibus, et commentariis Eutocii Ascalonitae. Sereni antinsensis philosophi libri duo nunc primum in lucem editi. Quae omnia nuper Federicus Commandinus mendis quamplurimis expurgata e Graeco convertit, et commentariis illustravit.* Alexander Benacius, Bologna.

Archimedes (1558). *Archimedis opera non nulla a Federico Commandino Urbinate nuper in Latinum conversa, et commentariis illustrata.* Paulus Manutius, Venice.

Archimedes (1565). *De iis, quae vehuntur in aqua, libri duo, a Federico Commandino in pristinum intorem restituti et commentariis illustrati.* Alexander Benacius, Bologna.

Archimedes (1953). *The Works of Archimedes Edited in Modern Notation with Introductory Chapters by T.L. Heath with A Supplement "The Method Of Archimedes" Recently Discovered by Heiberg.* Dover, New York.

Aristarchus of Samos (1572). *Aristarchi de magnitudinibus et distantiis solis, et lunae, liber cum Pappi Alexandrini explicationibus quibusdam. A'Federico Commandino Urbinate in Latinum conversus, ac commentariis illustratus.* Camillus Francischinus, Pesaro.

Aristotle (1517). *Aristotelis mechanica Victoris Fausti industria in pristinum habitum restituta ac latinitate donata.* Badius, Paris.

Aristotle (1599). *Aristotelis mechanica, Graeca, emendata, Latina facta, et commentariis illustrata ab Henrico Monantholio.* Jeremias Perier, Paris.

Aristotle (1980). Mechanical Problems. In *Minor Works*, volume 14 of *Aristotle in Twenty-three Volumes*, pages 329–414. Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Baldi, B. (1621). *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes: adiecta succinta narratione di autoris vita et scriptis.* Joannes Albinus, Mainz.

Baldi, B. (1707). *Cronica de matematici, overo epitome dell' istoria delle vite loro.* Angelo Antonio Monticelli, Urbino.

Benedetti, G. B. (1585). *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber.* Nicolò Bevilacqua, Turin.

Bertoloni Meli, D. (1992). Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival. *Nuncius*, 7:3–34.

Bertoloni Meli, D. (2006). *Thinking with Objects. The Transformation of Mechanics in the Seventeenth Century.* Johns Hopkins University Press, Baltimore.

Bertoloni Meli, D. and Gamba, E., eds. (2011). *Guidobaldo del Monte (1545–1607). Atti del convegno internazionale svoltosi a Urbino (15–16 June 2007).* Olschki, Florence.

Biagioli, M. (1990). Galileo's System of Patronage. *History of Science*, 28:2–61.

Cardano, G. (1550). *Hieronymi Cardani medici mediolanensis de subtilitate libri XXI.* Petreius, Nuremberg.

Ceredi, G. (1567). *Tre discorsi sopra il modo d'alzar acque da'luoghi bassi.* Viotti, Parma.

Commandino, F. (1565). *Federici Commandini Urbinatis liber de centro gravitatis solidorum.* Alexander Benacius, Bologna.

Dijksterhuis, E. J. (1956). *Archimedes.* Munksgaard, Copenhagen.

Drake, S. and Drabkin, I. E. (1969). *Mechanics in Sixteenth-Century Italy. Selections from Tartaglia, Benedetti, Guido Ubaldo, and Galileo.* The University of Wisconsin Press, Madison.

Euclid (1572). *Euclidis elementorum libri XV. Una cum scholiis antiquis a Federico Commandino Urbinate nuper in Latinum conversi commentarisque quibusdam illustrati.* Johannes Criegher, Pesaro.

Euclid (1956). *The Thirteen Books of Euclid's "Elements", Translated from the Text of Heiberg with Introduction and Commentary by Sir Thomas L. Heath.* Dover, New York, 2nd edition.

Euclid (2008). *Euclid's "Elements" of Geometry. The Greek Text of J.L. Heiberg (1883-1885) from Euclidis Elementa, edidit et Latine interpretatus est I.L. Heiberg, in aedibus B.G. Teubneri, 1883-1885, edited and Provided with a Modern English Translation by Richard Fitzpatrick.* www.lulu.com.

Francesco di Giorgio Martini (1967). *Trattati di architettura ingegneria e arte militare. Edited by Livia Maltese Degrassi.* Il Polifilo, Milano.

Francesco di Giorgio Martini (1989). *Das Skizzenbuch des Francesco di Giorgio Martini. Vat. Urb. lat. 1757. Luigi Michelini Tocci (Ed.).* Belser, Zurich.

Galileo Galilei (1634). Les mechaniques de Galilée mathematicien et ingenieur du Duc de Florence. In Mersenne, M., editor, *Questions physico-mathematiques (1635).* Henry Guenon, Paris.

Gamba, E. (1988). Saggio bibliografico sull'ambiente scientifico del Ducato di Urbino. *Studia Oliveriana (1988-1989)*, 8/9:35–67.

Gamba, E. (1995). Guidobaldo dal Monte tecnologo. *Pesaro città e contà. Rivista della Società pesarese di studi storici*, 2:99–106.

Gamba, E. (1998). Guidobaldo dal Monte, matematico e ingegnere. In Fiocca, A., editor, *Giambattista Aleotti (1546-1636) e gli ingegneri del Rinascimento*, pages 341–351. Olschki, Florence.

Gamba, E. and Andersen, K. (2008). *Monte, Guidobaldo, Marchese Del.* Complete Dictionary of Scientific Biography. Vol. 23. Charles Scribner's Sons, Detroit.

Gamba, E. and Montebelli, V. (1988). *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento.* QuattroVenti, Urbino.

Guidobaldo del Monte (1577). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis mechanicorum liber.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Guidobaldo del Monte (1579). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis planisphaeriorum universalium theorica.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Guidobaldo del Monte (1581). *Le mechaniche dell'illustriss. sig. Guido Ubaldo de'Marchesi del Monte: tradotte in volgare dal sig. Filippo Pigafetta.* Sanese, Venice.

Guidobaldo del Monte (1588). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Guidobaldo del Monte (1600). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis perspectivae libri sex.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Guidobaldo del Monte (1609). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis problematum astronomicorum libri septem.* Hieronymus Concordia, Venice.

Guidobaldo del Monte (1615). *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis de cochlea libri quatuor.* Hieronymus Concordia, Venice.

Guidobaldo del Monte (first entry ca. 1587). *Meditantiunculae Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis Santae Mariae de rebus mathematicis (ca. 1587-1592).* Bibliothèque Nationale de Paris, manuscript, catalogue no. Lat. 10246.

Henninger-Voss, M. (2000). Working Machines and Noble Mechanics. Guidobaldo del Monte and the Translation of Knowledge. *ISIS*, 91:233–259.

Heron of Alexandria (1900). *Mechanik und Katoptrik. Herausgegeben und übersetzt von L. Nix und W. Schmidt.* Teubner, Leipzig.

Jordanus Nemorarius (1565). *Jordani opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum, novisque figuris auctum.* Curtius Troianus, Venice.

Krafft, F. (1970). *Dynamische und statische Betrachtungsweise in der antiken Mechanik.* Franz Steiner, Wiesbaden.

Maurolico, F. (1613). *D. Francisci Maurolyci Abbatis Messanen problemata mechanica cum appendice, et ad magnetem, et ad pixidem nauticam pertinentia.* Petrus Brea, Messina.

Menchetti, F. (2011). Guidobaldo del Monte nel Granducato di Toscana e la scuola roveresca di architettura militare. In Bertoloni Meli, D. and Gamba, E., editors, *Guidobaldo del Monte (1545-1607). Atti del convegno internazionale svoltosi a Urbino (15–16 June 2007).* Olschki, Florence.

Micheli, G. (1992). Guidobaldo del Monte e la meccanica. In Conti, L., editor, *La matematizzazione dell'universo*, pages 87–104. Porziuncola, Perugia.

Moody, E. A. and Clagett, M. (1960). *The Medieval Science of Weights (Scientia de Ponderibus). Treatises Ascribed to Euclid, Archimedes, Thabit Ibn Qurra, Jordanus de Nemore and Blasius of Parma.* The University of Wisconsin Press, Madison, 2nd edition.

Mögling, D. (1629). *Mechanischer Kunst-Kammer Erster Theil Von Wag- Hebel- Scheiben- Haspel- Keil- Und Schrauffenwerckh darinn der wahre unfehlbare Grund aller Kunstlicher und Sinnreicher Machination begrieffen. Zu vielfältigem Nutzen und merckhlicher Beförderung Theutscher Künstler, Uff underschiedlicher derselbigern inständiges Pitten und ansuchen, Auß Guidi Ubaldi è Marchinibus Montis Italienisch und Lateinischem Exemplar, in vnsere Mütter-Sprach deutlich übersetzt, und durch nützliche Additiones hin vnd wider besser erklärt.* Merian, Frankfurt am Main.

Palmieri, P. (2008). Breaking the Circle. The Emergence of Archimedean Mechanics in the Late Renaissance. *Archive for History of Exact Sciences*, 62:301–346.

Pappus of Alexandria (1588). *Pappi Alexandri mathematicae collectiones a Federico Commandino Urbinate. In Latinum conversae, et commentariis illustratae.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Pappus of Alexandria (1660). *Pappi Alexandri mathematicae collectiones a Federico Commandino Urbinate. In Latinum conversae, et commentariis illustratae. In hac nostra editione ab innumeris, quibus scatebant mendis, et praecipue in Graeco contextu diligenter vindicatae.* Hieronymus Concordia, Pesaro.

Pappus of Alexandria (1871). *Der Sammlung des Pappus von Alexandrien siebentes und achtes Buch herausgegeben von C. I. Gerhardt.* Schmidt, Halle.

Piccolomini, A. (1565). *In mechanicas quaestiones Aristotelis, paraphrasis paulo quidem plenior.* Curtius Troianus, Venice.

Ptolemaeus, C. (1562). *Claudii Ptolemaei liber de analemmate a Federico Commandino Urbinate instauratus, et commentariis illustratus, qui nunc primum eius opera e tenebris in lucem prodit. Eiusdem Federici Commandini liber de horologiorum descriptione.* Paulus Manutius, Rome.

Renn, J., Damerow, P., and Rieger, S. (2000). Hunting the White Elephant. When and How Did Galileo Discover the Law of Fall? *Science in Context*, 13:299–419.

Rose, P. L. (2008). Monte, Guidobaldo, Marchese Del. In *Complete Dictionary of Scientific Biography. Vol. 9*, pages 487–489. Charles Scribner's Sons, Detroit.

Rose, P. L. and Drake, S. (1971). The Pseudo-Aristotelian "Questions of mechanics" in Renaissance Culture. *Studies in the Renaissance*, 18:65–104.

Sangallo the Younger, A. d. (1994/2001). *The Architectural Drawings of Antonio da Sangallo the Younger and his Circle. Edited by Christoph L. Frommel and Nicholas Adams.* MIT Press, Cambridge.

Scaglia, G. (1992). *Francesco di Giorgio. Checklist and History of Manuscripts and Drawings in Autographs and Copies from ca. 1470 to 1687 and Renewed Copies (1764-1839).* Lehigh University Press, Bethlehem.

Sinisgalli, R. and Vastola, S. (1994). *La teoria sui planisferi universali di Guidobaldo del Monte.* Cadmo, Florence.

Stelliola, N. A. (1597). *De gli elementi mechanici.* Stamparia à Porta Regale, Naples.

Stevin, S. (1586). *De beghinselen der weeghconst beschreven dver Simon Stevin van Brugghe.* Plantijn, Leyden.

Stevin, S. (1602). *Tweede stvck der wisconstighe ghedachtnissen vande meetdaet.* Jan Bouwensz, Leyden.

Taccola, M. (1971). *De machinis. The Engineering Treatise of 1449. Facsimile of Codex Latinus Monacensis 28800. Introduction, Latin Texts, Descriptions of Engines and Technical Commentaries by Gustina Scaglia.* Reichert, Wiesbaden.

Taccola, M. (1984). *De ingeniis. Taccola's Introduction, Drawings of Engines and Latin Texts, Descriptions of Engines in English Translation. The liber ignium of Marcus Graecus. Facsimile of Codex Latinus Monacensis 197 pt. 2. Editorial Notes on Technology in Renaissance Italy by Gustina Scaglia, Frank D. Prager, Ulrich Montag.* Reichert, Wiesbaden.

Tartaglia, N. (1546). *Quesiti et inventioni diverse.* Ruffinelli, Venice.

Tomeo, N. L. (1525). *Nicolai Leonici Thomaei opuscula nuper in lucem aedita quorum nomina proxima habentur pagella.* Bernardino Vitali, Venice.

Valleriani, M. (2010). *Galileo Engineer.* Springer, Dordrecht.

van Dyck, M. (2006a). *An Archaeology of Galileo's Science of Motion.* PhD thesis, Ghent University.

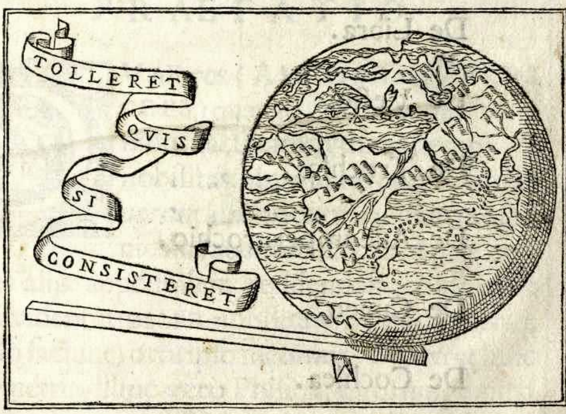
van Dyck, M. (2006b). Gravitating Towards Stability. Guidobaldo's Aristotelian-Archimedean Synthesis. *History of Science*, 44:373–407.

van Dyck, M. (2009). The Epistemological Foundations of the Law of the Lever. *Studies in the History and Philosophy of Science*, 40:315–318.

Zonca, V. (1607). *Novo teatro di machine et edificii.* Pietro Bertelli, Padua.

Part 2: Facsimile Reproduction

GVIDIVBALDI
È MARCHIONIBVS
MONTIS
MECHANICORVM
LIBER.



PISAVRI
Apud Hieronymum Concordiam.
M. D. LXXVII.
Cum Licentia Superiorum.

PRAESENTI OPERE CONTENTA.

De Libra.

De Vecte.

De Trochlea.

De Axe in peritrochio.

De Cuneo.

De Cochlea.

AD FRANCISCVM MARIAM II VRBINATVM AMPLISSIMVM DVCEM

GVIDIVBALDI È MARCHIONIBVS MONTIS

PRAEFATIO.

DVAE res (AMPLISSIME PRINCEPS) quæ ad conciliandas hominibus facultates, vtilitas nempè, & nobilitas, plurimùm valere consueuerunt. illæ ad exornandam mechanicam facultatem, & eam præ omnibus alijs appetibilem reddendam conspirasse mihi videntur: nam si nobilitatem (quod pleriq; modò faciunt) ortu ipso metimur, occurret hinc Geometria, illinc verò Phisica; quorum gemina to complexu nobilissima artium prodit mechanica. si enim nobilitatem magis, tùm stratæ materiæ, tùm argumentorum necessitati (quod Aristoteles fatetur aliquandò) relatam volumus, omnium proculdubiò nobilissimam perspiciemus. quæ quidem non ſolum geometriam (vt Pappus teſtatur) abſoluit, & perficit; verùm etiam & phiſicarum rerum imperium habet: quandoquidem quodcunq; Fabris, Architectis, Baiulis, Agricolis, Nautis, & quàm plurimis alijs (repugnantibus naturæ legibus) opitulatur; id omne mechanicum eſt imperium. quippè quod aduerſus naturam vel eiuſdem ęmulata leges exercet; ſumma id certè admiratione dignum; veriſſimum tamen, & à quocunque liberaliter admiſſum, qui prius ab Ariſtotele didicerit, omnia mechanica, tùm problemata, tùm theoremata ad rotundam machinam reduci, atq; ideo illo niti principio, nō minus ſenſui, quàm rationi noto. Rotunda machina eſt mouentiſſima, & quò maior, eò mouentior. Verùm huic nobilitati adnexa eſt ſumma rerum ad vitam pertinentium vtilitas, quæ propterea omnes alias à diuerſis artibus propagatas antecellit; quòd aliæ facultates poſt mundi geneſim longa temporis intercapedine ſuos explicarunt vſus; iſta verò & in ipſis mundi primordijs ita fuit hominibus neceſſaria, vt ea ſublata Sol de mundo ſublatus videretur. nam quacunq; neceſſitate Adæ vita degeretur; & quamuis etiam caſis contectis ſtramine, & anguſtis tugurijs, ac gurguſtijs cœli defenderet iniurias; ſic & in corporis veſtitu, licet ipſe nihil aliud ſpectaret, niſi vt imbres, vt niues, vt ventos, vt Solem, vt frigus arceret; quodcunque tamen id fuit, omne mechanicum fuit. neq; tamen huic facultati contingit, quod ventis ſolet; qui cùm vndè oriuntur, ibi vehementiſſimi ſint, ad longinqua tamen fracti, debilitatiquè perueniunt: ſed quod magnis fluminibus crebriuſ accidit, quæ cùm in ipſo ortu parua ſint, perpetuò tamen aucta, eò ampliori feruntur alueo, quò à fontibus ſuis longius receſſerunt. Nam & temporis progreſſu mechanica facultas ſub iugo æquum arationis laborem diſpenſare, atque aratrum agris circumagere cæpit. deinceps bigis, & quadrigis docuit comeatus, merces, onera quælibet vehere, è finibus noſtriſ ad finitimos populos exportare, & exil lis contra importare ad nos. præterea cùm iam res non tantùm neceſſitate, verùm etiam ornatu, & commoditate metirentur, mechanicæ fuit ſubtilitatis, quòd nauigia remo impelleremus; quòd gubernaculo exiguo in extrema puppi collocato ingentes triremium moles inflecteremus; quòd vnius ſæpè manu pro multis fabrorum manibus modò pondera lapidum, & trabium Fabris, & Architectis ſubleuaremus; modò tollenonis ſpecie aquas è puteis olitoribus exhauriremus. hinc etiam è liquidorum prælis vina, olea, vnguenta expreſſa, & quicquid liquoris habent, perſoluere domino compulſa. hinc magnas arborũ, & marmorum moles duobus in contrarias partes diſtrahẽtibus vectibus diremp- ſimus; hinc militiæ in aggeribus extruendis, in conſerenda manu, in opugnando, propugnan- doq; loca infinitæ ferè redundarunt vtilitates; hinc demum Lignatores, Lapicidæ, Marmorarij Vinitores, Olearij, Vnguentarij, Ferrarij, Auri fices, Metallici, Chirurgi, Tonſores, Piſtores, Sar tores, omnes deniq; opifices beneficiarij, tot, tan taq; vitæ humanæ ſuppeditarunt commoda. Eant nunc noui logodedali quidam mechanicorum contemptores, perfricent frontem, ſi quam ha- bent, & ignobilitatem, atquè inutilitatem falsò criminari deſinant: quòd ſi & adhuc id minimè velint, eos quæſo in inſcitia ſua relinquamus: Ariſtotelemquè potius philoſophorum cory- phæum imitemur, cuius mechanici amoris ardo rem acutiſſimæ illæ mechanicæ quæſtiones poſte ris traditæ ſatis declarant: qua quidem laude Platonem magnificè ſuperauit; qui (vt teſtatur Plutarcus) Architam, & Eudoxum mechanicæ vtilitatem impenſius colentes ab inſtituto deter ruit; quòd nobiliſſimam philoſophorum poſſeſ- ſionem in vulgus indicarent, ac publicarent; & velut arcana philoſophiæ myſteria proderent. res ſanè meo quidem iudicio proſus vituperan-

da,

da, nisi fortè velimus tam nobilis disciplinæ contemplationem quidem ociosam laudare; fructum verò, & vsum, artisq; finem improbare. sed præ omnibus mathematicis vnus Archimedes ore laudandus est pleniore, quem voluit Deus in mechanicis velut ideam singularem esse, quam omnes earum studiosi ad imitandum sibi proponerent. is enim Cœlestem globum exiguo admodum, fragiliquè vitreo orbe conclusum ita efinxit, simulatis astris viuum naturæ opus, ac iura poli motibus certis adeò præseferentibus; vt æmula naturæ manus tale de se encomium sit promerita: sic manus naturam, vt natura manum ipsa immitata putetur. is polispastu manu leua, & sola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit. nauem in siccum litus eductam, ac grauius oneratam solus machinis suis ad se perindè pertraxit, ac si in mari remis, velisuè impulsa moueretur, quã & postea in litore (quod omnes Siciliæ vires non potuerunt) in mare deduxit. ab istò etiam ea extiterunt bellica tormenta, quibus Syracusæ aduersus Marcellum ita defensæ sunt, vt passim eorum machinator Briareus, & centimanus à Romanis appellaretur. demum hac arte confisus eò processit audaciæ, vt eam vocem naturæ legibus adeò repugnantem protulerit. Da mihi, vbi sistam, ter ramq; mouebo. quod tamen non modò nos vecte tantùm fieri potuisse in præsenti libro docemus; verùm etiam, & omnis antiquitas (quod multis fortasse mirabile videbitur) id penitus credidisse mihi videtur; quæ Neptuno tridentem tanquam vectem attribuit; cuius ope terræ concussor vbiq; nuncupatur à poetis. ad quod etiam aspiciens celeberrimus noster poeta Neptunum inducit ista machina syrtes, quò magis appparerent Troianis, subleuantem.

„ Leuat ipse tridenti

„ & vastas apèrit syrtes.

Mechanici præterea fuerunt Heron, Ctesibius, & Pappus, qui licet ad mechanicæ apicem, perinde atq; Archimedes, euecti fortasse minimè sint; mechanicam tamen facultatem egregiè percalluerunt; talesq; fuerunt, & præsertim Pappus, vt eum me ducem sequentem nemo (vt opinor) culpauerit. quod & propterea libentius feci, quòd nè latum quidem vnguem ab Archimedeis principijs Pappus recedat. ego enim in hac præsertim facultate Archimedis vestigijs hærere semper volui: & licet eius lucubrationes ad mechanicã pertinentes multis ab hinc annis passim soleant doctis desiderari: eruditissimus tamen libellus de æqueponderantibus præ manibus hominū adhuc versatur, in quò tanquam in copiosissima pœnu omnia ferè mechanica dogmata reposita mihi videntur; quem sanè libellum, si ætatis nostræ mathematici sibi magis familiarem adhibuissent; reperissent sanè sentētias multas, quas modó ipsi firmas, & ratas esse docent; subtilissimè, atquè verissimè conuulsas, & labefactatas. sed hoc viderint ipsi. ego enim ad Pappum redeo, qui ad vsum mathematicarum vberiorem, emulumentorumquè accessiones amplificandas penitus conuersus, de quinque principibus machinis, Vecte nempè, Trochlea, Axe in peritrochio, Cuneo, & Cochlea, multa egregiè philosophatus est; demonstrauitquè quicquid in machinis, aut cogitari peritè, aut acutè definiri, aut certò statui potest, id omne quinquè illis infinita vi præditis machinis referendum esse. atquè vtinam iniuria temporis nihil è tanti viri scriptis abrasisset: nec enim tam densa inscitiæ caligo vniuersum propè terrarum orbem obtexisset, neque tanta mechanicæ facultatis esset ignoratio consecuta, vt mathematicarum proceres existimarentur illi, qui modò ineptissima quadam distinctione, difficultates nonnullas , nec illas tamen ſatis arduas , & obſcuras è medio tollunt . reperiuntur enim aliqui , noſtraq; ætate emunctæ naris mathematici , qui mechanicam , tùm mathematicè ſeorſum , tùm phiſicè conſiderari poſſe affirmant ; ac ſi aliquando , vel ſine demon ſtrationibus geometricis , vel ſine vero motu res mechanicæ conſiderari poſſint: qua ſanè diſtinctione(vt leuius cum illis agam)nihil aliud mihi comminiſci videntur , quàm vt dum ſe,tùm phiſicos , tùm mathematicos proferant , vtraque (quod aiunt) ſella excludantur . nequè enim amplius mechanica , ſi à machinis abſtra hatur , & ſeiungatur , mechanica poteſt appel lari . Emicuit tamen inter iſtas tenebras (quamuis alij quoquè nonnulli fuerint præclariſſimi) Solis inſtar Federicus Commandinus, qui multis doctiſſimis elucubrationibus amiſſum mathema ticarum patrimonium non modò reſtaurauit, verùm etiam auctiùs, & locupletiùs effecit. erat enim ſummus iſte vir omnibus adeò facultatibus mathematicis ornatus, vt in eo Architas, Eudoxus , Heron ,Euclides, Theon , Ariſtarcus, Diophantus , Theodoſius, Ptolemæus Apollonius , Serenus , Pappus , quin & ipſemet Archimedes (ſiquidem ipſius in Archimedem ſcripta Archimedis olent lucernam) re

uixiſ-

uixiſſe viderentur. & ecce repentè è tenebris (vt confidimus) ac vinculis corporis in lucem, libertatemquè productus mathematicas alieniſſimo tempore optimo, & præſtantiſſimo patre orbatas, nos verò ita conſternatos reliquit, vt eius deſiderium vix longo ſermone mitigare poſſe videamur. Ille tamen perpetuò in aliarum mathematicarum explicationem verſans, mechanicam facultatem, aut penitus prætermiſit, aut modicè attigit. Quapropter in hoc ſtudium ardentiùs ego incumbere cæpi, nec me vnquam per omne mathematum genus vagantem ea ſolicitudo deſeruit; ecquid ex vno quoquè decerpi, ac delibari poſſit; quo ad mechanicam expoliendam, & exornandam accómodatior eſſe poſſem. Nunc verò cùm mihi videar, non ea quidem omnia, quæ ad mechanicam pertinent, perfeciſſe; ſed eò vſq; tamen progreſſus, vt ijs, qui ex Pappo, ex Vitruuio, & ex alijs didicerint, quid ſit Vectis, quid Trochlea, quid Axis in peritrochio, quid Cuneus, quid Cochlea; quomodoq; vt pondera moueri poſſint, aptari debeant; adhuc tamen accidentia permulta, quæ inter potentiam, & pondus vectis virtute illis inſunt inſtrumentis, perdiſcere cupiunt, opis aliquid adferre poſſim; putaui tempus iam poſtulare, vt proditem; & nauatæ in hoc genere operæ ſpecimen aliquod darem. Verùm quò facilius totius operis ſubſtructio ad faſtigium ſuum perduceretur, nonnulla quoquè de libra fuerunt pertractanda, & præſertim dum vnico pondere alterum ſolum ipſius brachium penitus deprimitur: qua in re mirum eſt quantas fecerint ruinas Iordanus (qui inter recentiores maximæ fuit auctoritatis) & alij; qui hanc rem ſibi diſcutiendam propoſuerunt. opus ſanè arduum, & forſan viribus noſtris impar aggreſsi ſumus; in eo tamen digni, vt noſtros conatus, & induſtriam ad præclara tendentem bonorum omnium perpetuus applauſus, approbatioq; comitetur; quòd ad ſtudium tàm illuſtre, tam magnificum, tam laudabile contulimus quicquid habuimus virium. quod ſanè qualecunq; ſit, tibi celeberrime PRINCEPS nuncupandum cenſuimus; cuius ſanè conſilij, atq; inſtituti noſtri rationes multas reddere in promptu eſt: & primùm hæreditaria tibi in familiam noſtram promerita, quibus nos ita deuictos habes; vt facilè intelligamus ad fortunas non modò noſtras, verùm & ad ſanguinem, & vitam quoq; pro tua dignitate propendendam paratiſſimos eſſe debere. Præterea illud non parui quoq; ponderis accedit, quòd à pueritia literarum omnium, ſed præcipuè mathematicarum desiderio ita fueris incensus, vt nisi illis adeptis vitam tibi acerbam, atq; insuauem statueres. proinde in earum studio infixus primam ætatis partem in illis percipiendis exegisti, eamquè sæpius verè principe dignam vocem protulisti, te propterea mathematicis præsertim delectari, quòd istæ maximè ex domestico illo, & vmbratili vitæ genere in Solem (quod dicitur) & puluerem prodire possint: cuius sanè rei tuum flagrantissimum ab ineunte ætate peritiæ militaris desiderium, exploratum indicium poterat esse, nisi nimis emendicatæ mentis esset ea proponere, quæ à te sperari possent; quando tu penitus adolescens, egregia multa facinora proficere maturasti. Tu enim cùm iam à sanctissimo Pontifice Pio V saluberrimæ Principum Christianorum coniunctionis fundamenta iacta essent, alacer admodum ad debellandos Christi hostes profectus, solidissimam, ac verissimam gloriam tibi comparasti. Tu quoties de summa rerum deliberatum est, eas sententias dixisti, quæ summam prudentiam cùm summa animi excelsitate coniunctam indicarent. ommittam interim pleraq; alia illis temporibus egregiè, viriliterquè à te gesta, ne tibi ipsi ea, quæ omnibus sunt manifesta, palàm facere videar:

quæ cùm omnia magna, & præclara ſint; multò tamen à te maiora, & præclara expectant adhuc homines. Vale interim præſtantiſſimum orbis decus, & ſi quando aliquid otij nactus fueris has meas vigiliolas aſpicere ne dedigneris.

GVIDIVBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS MECHANICORVM LIBER.

DEFINITIONES.

CENTRVM grauitatis vniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, a quo si graue appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; & seruat eam, quam in principio habebat positionem; neque in ipsa latione circumuertitur.

Hanc centri grauitatis definitionem Pappus Alexandrinus in octauo Mathematicarum collectionum libro tradidit. Federicus vero Commandinus in libro de centro grauitatis solidorum [illegible] explicat.

Centrum grauitatis vniuscuiusque solidæ figuræ est punctum illud intra positum, circa quod vndique partes æqualium momentorum consistunt. si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque secans, semper in partes æqueponderantes ipsam diuidet.

GVIDIVBALDI
È MARCHIONIBVS MONTIS.

MECHANICORVM LIBER.

DEFINITIONES.

CENTRVM grauitatis vniuſcuiuſq; corporis eſt punctum quoddam intra poſitum, à quo ſi graue appenſum mente concipiatur, dum fertur, quieſcit; & ſeruat eam, quam in principio habebat poſitionem: neq; in ipſa latione circumuertitur.

Hanc centri grauitatis definitionem Pappus Alexandrinus in octauo Mathematicarum collectionum libro tradidit. Federicus verò Commandinus in libro de centro grauitatis ſolidorum idem centrum deſcribendo ita explicauit.

Centrum grauitatis vniuſcuiuſq; ſolidæ figuræ eſt punctum illud intra poſitum, circa quod vndiq; partes æqualium momentorum conſiſtunt. ſi enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunq; ſecans ſemper in partes æqueponderantes ipſam diuidet.

COMMVNES NOTIONES.

I

Si ab æqueponderantibus æqueponderantia auferantur, reliqua æqueponderabunt.

II

Si æqueponderantibus æqueponderantia adiiciantur, tota ſimul æqueponderabunt.

III

Quæ eidem æqueponderant, inter ſe æquè ſunt grauia.

SVPPOSITIONES.

I

Vnius corporis vnum tantùm eſt centrum grauitatis.

II

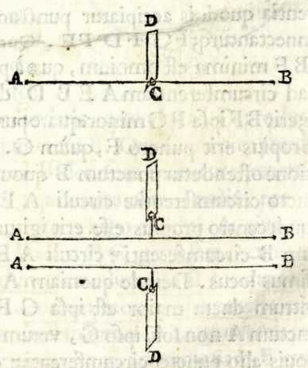
Vnius corporis centrum grauitatis ſemper in eodem eſt ſitu reſpectu ſui corporis.

III

Secundùm grauitatis centrum pondera deorſum feruntur.

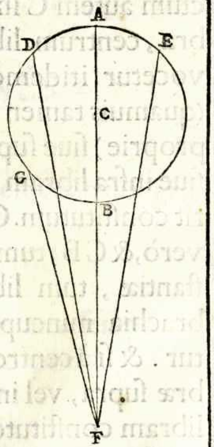
DE LIBRA.

ANTEQVAM de libra ſermo habeatur, vt res clarior eluceſcat, ſit libra A B recta linea; C D verò trutina, quæ ſecundum communem conſuetudinem horizonti ſemper eſt perpendicularis. punctum autem C immobile, circa quod vertitur libra, centrum libræ vocetur. itidemque (quamuis tamen improprie) ſiue ſupra, ſiue infra libram fuerit conſtitutum. C A verò, & C B, tum diſtantiæ, tum libræ brachia nuncupentur. & ſi à centro libræ ſupra, vel infra libram conſtitutó ipſi A B perpendicularis ducatur, hæc perpendiculum vocetur, quæ libram A B ſubſtinebit; & quocunque modo moueatur libra, ipſi ſemper perpendicularis exiſtet.



LEMMA A.

Sit linea AB horizonti perpendicularis, & diametro AB circulus deſcribatur AEBD, cuius centrum C. Dico punctum B infimum eſſe locum circumferentiæ circuli AEBD; punctum verò A ſublimiorem; & quælibet puncta, vt DE æqualiter à puncto A diſtantia æqualiter eſſe deorſum; quæ verò propius ſunt ipſi A eis, quæ magis diſtant, ſublimiora eſſe.

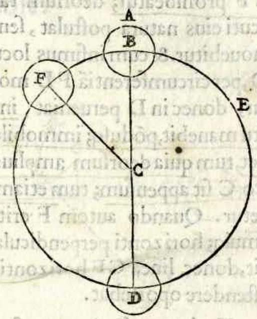


Producatur AB vſq; ad mundi centrum, quod ſit F; deinde in circuli circumferentia quoduis accipiatur punctum G; connectanturq; FG FD FE. Quoniam n. BF minima eſt omnium, quæ à puncto F ad circumferentiam AEBD ducuntur; erit BF ipſa FG minor. quare punctum B propius erit puncto F, quàm G. hacq; ratione oſtendetur punctum B quouis alio puncto circumferentiæ circuli AEDB mundi centro propius eſſe. erit igitur punctum B circumferentiæ circuli AEBD infimus locus. Deinde quoniam AF per centrum ducta maior eſt ipſa GF; erit punctum A non ſolũ ipſo G, verum etiam quouis alio puncto circumferentiæ circuli AEBD ſublimius. Præterea quoniam DF FE ſunt æquales; puncta DE æqualiter mundi centro diſtabunt. & cum DF maior ſit FG; erit punctum D ipſi A propius puncto G ſublimius. quæ omnia demonſtrare oportebat.

8. Tertii.

PROPOSITIO I.

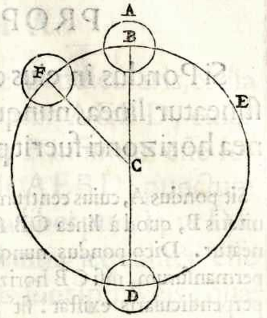
Si Pondus in eius centro grauitatis à recta ſuſtineatur linea, nunquam manebit, niſi eadem linea horizonti fuerit perpendicularis.



Sit pondus A, cuius centrum grauitatis B, quod à linea CB ſuſtineatur. Dico pondus nunquam permanſurum, niſi CB horizonti perpendicularis exiſtat. ſit punctum C immobile, quod vt pondus ſuſtineatur, neceſſe eſt. & cum punctum C ſit immobile, ſi pondus A mouebitur, punctum B circuli circumferentiam deſcribet, cuius ſemidiameter erit CB. quare centro C, ſpatio verò BC, circulus deſcribatur BFDE. ſitq; primum BC horizonti perpendicularis, quæ vſq; ad D producatur; atq; punctum C ſit infra punctum B. Quoniam enim pondus A ſecundum grauitatis centrum B deorſum mouetur; punctum B deorſum in centrum mundi, quò naturaliter tendit, per rectam lineam BD mouebitur: totum ergo pondus A eius centro grauitatis B ſuper rectam lineam BC graueſcet. cum autem pondus à linea CB ſuſtineatur, linea CB totum ſuſtinebit pondus A; ſuper quam deorſum moueri non poteſt, cum ab ipſa prohibeatur: per definitionem igitur centri grauitatis punctum B, ponduſq; A in hoc ſitu manebunt. & quamquam B quocunq; alio puncto circuli ſit ſublimius, ab hoc tamen ſitu deorſum per circuli circumferentiam nequaquam mouebitur. non enim verſus F magis, quàm verſus E inclinabitur, cum ex vtraq; parte æqualis ſit deſcenſus; neq; pondus A in vnam magis, quàm in alteram partem propenſionem habeat: quod non accidit in quouis alio puncto circumferentiæ circuli (præter D) ſit ponderis eiuſdem Supp. 3. huius.

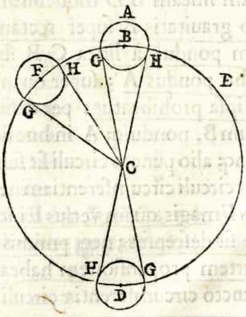
centrum

centrum grauitatis, vt in F; cum ex puncto F versus D sit descensus, at verò versus B ascensus. quare punctum F deorsum mouebitur. & quoniam per rectam lineam in centrum mundi moueri non potest, cum à puncto C immobili propter lineam C F prohibeatur; deorsum tamen sicuti eius natura postulat, semper mouebitur. & cum infimus locus sit D, per circumferentiã F D mouebitur, donec in D perueniat, in quo situ manebit, põdusq; immobile existet. tum quia deorsum amplius mouéri non potest, cum ex puncto C sit appensum; tum etiam, quia in eius centro grauitatis sustinetur. Quando autem F erit in D, erit quoq; linea F C in D C, simulq; horizonti perpendicularis. pondus ergo nunquam manebit, donec linea C F horizonti perpendicularis non existat. quod ostendere oportebat.



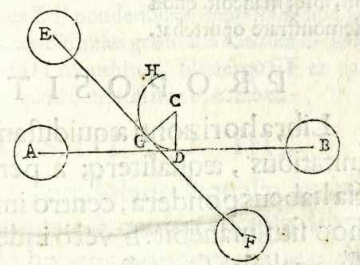
Ex hoc elici potest, pondus quocunq; modo in dato puncto sustineatur, nunquam manere; nisi quando à centro grauitatis ponderis ad id punctum ducta linea horizonti sit perpendicularis.

Vt iisdem positis, sustineatur pondus à lineis C G C H. Dico si ducta B C horizonti sit perpendicularis, pondus A manere. si verò ducta C F non sit horizonti perpendicularis, punctum F deorsum vsq; ad D moueri; in quo situ pondus manebit, ductaq; C D horizonti perpendicularis existet. quæ omnia eadem ratione ostendentur.



PROPOSITIO II.

Libra horizonti æquidiſtans, cuius centrum ſit ſupra libram, æqualia in extremitatibus, æqualiterq; à perpendiculo diſtantia habens pondera, ſi ab eiuſmodi moueatur ſitu, in eundem rurſus relicta, redibit; ibiq; manebit.



Sit libra A B recta linea horizonti æquidiſtans, cuius centrum C ſit ſupra libram; ſitq; CD perpendiculũ, quod horizonti perpendiculare erit: atq; diſtantia DA ſit diſtantiæ D B æqualis; ſintq; in A B pondera æqualia, quorũ grauitatis centra ſint in A B pũctis. Moueatur A B libra ab hoc ſitu, putá in E F, deinde relinquatur. dico libram E F in A B horizonti æquidiſtantem redire, ibiq; manere. Quoniam autem punctum C eſt immobile, dum libra mouetur, punctum D circuli circumferentiam deſcribet, cuius ſemidiameter erit C D. quare centro C, ſpatio verò C D, circulus deſcribatur D G H. Quoniam enim C D ipſi libræ ſemper eſt perpendicularis, dum libra erit in E F, linea C D erit in C G, ita vt C G ſit ipſi E F perpendicularis. Cùm autem A B bifariam à puncto D diuidatur, & pondera in A B ſint æqualia; erit magnitudinis ex ipſis A B compoſitæ centrum grauitatis in medio, hoc eſt in D. & quãdo libra vná cum ponderibus erit in E F; erit magnitudinis ex vtriſq; E F compoſitæ centrum grauitatis G. & quoniam C G horizonti non eſt perpendicularis; magnitudo ex ponderibus E F compoſita in hoc ſitu minimè perſiſtet, ſed deorſum ſecũdùm eius centrum grauitatis G per circumferentiam G D mouebitur; donec C G horizonti fiat per-

4. primi Archimedis de æqueponderantibus.

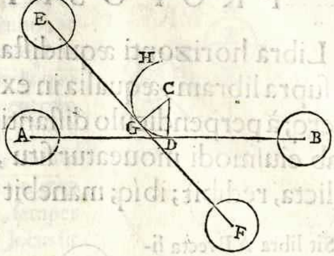
1. Huius.

pendi-

66

pendicularis, scilicet donec C G in C D redeat. Quando autem C G erit in C D, linea E F, cùm ipsi C G semper ad rectos sit angulos, erit in A B; in quo situ quoq; manebit. libra ergo E F in A B horizonti æquidistãtem redibit, ibíq; manebit. quod demonstrare oportebat.

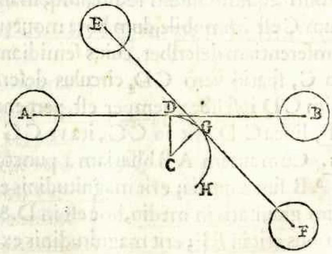
1. Huius.



PROPOSITIO III.

Libra horizonti æquidistans æqualia in extremitatibus, æqualiterq; à perpendiculo distantia habens pondera, centro infernè collocato, in hoc situ manebit. si verò inde moueatur, deorsum relicta, secundùm partem decliuiorem mouebitur.

Sit libra A B rectá linea horizonti æquidistans, cuius centrum C sit infra libram; perpendiculumq; sit C D, quod horizonti perpendiculare erit; & distantia A D sit distantiæ D B æqualis; sintq; in A B pondera æqualia, quorum grauitatis centra sint in punctis A B. Dico primùm libram A B in hoc situ manere. Quoniam enim A B bifariam diuiditur à puncto D, & pondera in A B sunt æqualia; erit punctum D centrum grauitatis magnitudinis ex



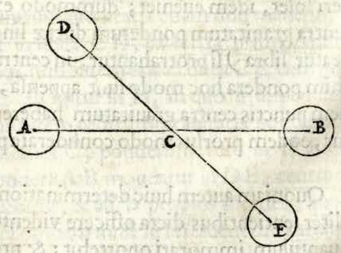
vtriſq; A B ponderibus compoſitæ. & C D libram ſuſtinens horizonti eſt perpendicularis, libra ergo A B in hoc ſitu manebit. moueatur autem libra A B ab hoc ſitu, putà in E F, deinde relinquatur. dico libram E F ex parte F moueri. Quoniam igitur C D ipſi libræ ſemper eſt perpendicularis, dum libra erit in E F, erit C D in C G ipſi E F perpendicularis. & punctum G magnitudinis ex E F compoſitæ centrum grauitatis erit; quod dum mouetur, circuli circumferentiam deſcribet D G H, cuius ſemidiameter C D, & centrum C. Quoniam autem C G horizonti non eſt perpendicularis, magnitudo ex E F ponderibus compoſita in hoc ſitu minimè manebit; ſed ſecundùm eius grauitatis centrum G deorſum per circumferentiam G H mouebitur. libra ergo E F ex parte F deorſum mouebitur, quod demonſtrare oportebat.

4. Primi Archim. de æquep.
1. Huius.

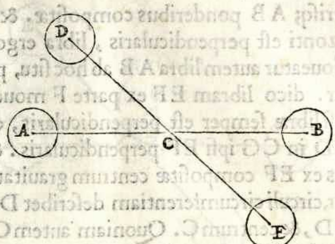
PROPOSITIO IIII.

Libra horizonti æquidiſtans æqualia in extremitatibus, æqualiterq; à centro in ipſa libra collocato, diſtantia habens pondera; ſiue inde moueatur, ſiue minus; vbicunq; relicta, manebit.

Sit libra recta linea A B horizonti æquidiſtans, cuius centrum C in eadem ſit linea A B; diſtantia verò C A ſit diſtantiæ C B æqualis: ſintq; pondera in A B æqualia, quorum centra grauitatis ſint in punctis A B. Moueatur libra, vt in D E, ibiquè relinquatur.



Dico primùm libram D E non moueri, in eoquè ſitu manere. Quoniam enim pondera A B ſunt æqualia; erit magnitudinis ex vtroq; pondere, videlicet A, & B compoſitæ centrum grauitatis C. quare idem punctum C, & centrum libræ, & centrũ grauitatis totius ponderis erit. Quoniam autem centrum libræ

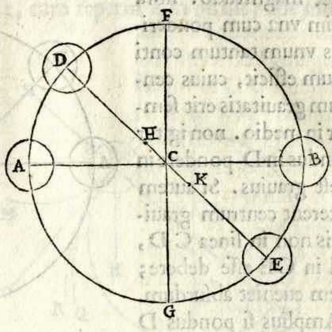


C, dum libra A B vnà cum ponderibus in D E mouetur, immobile remanet, centrum quoq; grauitatis, quod est idem C, non mouebitur. nec igitur libra D E mouebitur, per definitionem centri grauitatis, cum in ipso suspendatur. Idipsum quoq; contingit libra in A B horizonti æquidistante, vel in quocunq; alio situ existente. Manebit ergo libra, vbi relinquetur. quod demonstrare oportebat.

Cum verò in iis, quæ dicta sunt, grauitatis tantùm magnitudinum, quæ in extremitatibus libræ positæ sunt æquales, absq; libræ grauitate considerauerimus; quoniam tamen adhuc libræ brachia sunt æqualia, idcirco idem libræ, eius grauitate considerata, vnà cum ponderibus, vel sine ponderibus eueniet. idem enim centrum grauitatis sine ponderibus libræ tantùm grauitatis centrum erit. Similiter si pondera in libræ extremitatibus appendantur, vt fieri solet, idem eueniet; dummodo ex suspensionum punctis ad centra grauitatum ponderum ductæ lineæ (quocunq; modo moueatur libra) si protrahantur, in centrum mundi concurrant. vbi enim pondera hoc modo sunt appensa, ibi grauescunt, ac si in iisdem punctis centra grauitatum haberent. præterea, quæ sequuntur, eodem prorsus modo considerare poterimus.

Iordanus de Ponderibus. Hyeronimus Cardanus de subtilitate. Nicolaus Tartalea de quæsitis, ac inuentionibus.

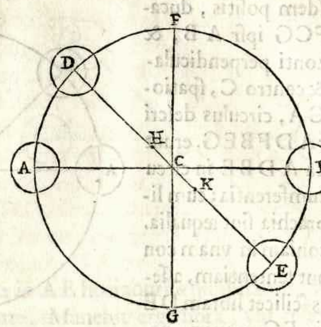
Quoniam autem huic determinationi vltimæ multa à nonnullis aliter sentientibus dicta officere videntur; idcirco in hac parte aliquantulum immorari oportebit; & pro viribus, non solum propriam sententiam, sed Archimedem ipsum, qui in hac eadem esse sententia videtur, defendere conabor.



Iiſdem poſitis, ducatur FCG ipſi AB, & horizonti perpendicularis; & centro C, ſpatioquè CA, circulus deſcribatur ADFBEG. erunt puncta ADBE in circuli circumferentia; cum libræ brachia ſint æqualia. & quoniam in vnam conueniunt ſententiam, aſſerentes ſcilicet libram DE neq; in FG moueri, neque in DE manere, ſed in AB horizonti æquidiſtantem redire. hanc eorum ſententiam nullo modo conſiſtere poſſe oſtendam. Non enim, ſed ſi quod aiunt, euenerit, vel ideo erit, quia pondus D pondere E grauius fuerit; vel ſi pondera ſunt æqualia, diſtantiæ, quibus ſunt poſita, non erunt æquales, hoc eſt CD ipſi CE non erit æqualis, ſed maior. Quòd autem pondera in DE ſint æqualia, & diſtantia CD ſit æqualis diſtantiæ CE; hæc ex ſuppoſitione patent. Sed quoniam dicunt pondus in D in eo ſitu pondere in E grauius eſſe in altero ſitu deorſum: dum pondera ſunt in DE, punctum C non erit amplius centrum grauitatis, nam non manent, ſi ex C ſuſpendantur; ſed erit in linea CD, ex tertia primi Archimedis de æqueponderantibus. non autem erit in linea CE, cum pondus D grauius ſit pondere E. ſit igitur in H, in quo ſi ſuſpendantur, manebunt. Quoniam autem centrum grauitatis ponderum in AB connexorum eſt punctum C; ponderum verò in DE eſt punctum H: dum igitur pondera AB mouentur in DE, centrum grauitatis C verſus D mouebitur, & ad D propius accedet; quod eſt impoſsibile: cum pondera eandem inter ſe ſe ſeruent diſtantiam. Vniuſcuiuſq; enim corporis centrum grauitatis in eodem ſemper eſt ſitu reſpectu ſui corporis. & quamquam punctum C ſit duorum corporum AB centrum grauitatis, quia tamen inter ſe ſe ita à libra connexa ſunt, vt ſemper eodem modo ſe ſe habeant; Ideo punctum C ita eorum erit centrum grauitatis, ac ſi vna tantum 2. *Sup. huius.*

Ex 4. primi Archim. de Aequep.

esset magnitudo. libra enim vna cum ponderibus vnum tantum continuum efficit, cuius centrum grauitatis erit semper in medio. non igitur pondus in D pondere in E est grauius. Si autem dicerent centrum grauitatis non in linea C D, sed in C E esse debere; idem eueniet absurdum.



Amplius si pondus D deorsum mouebitur, pondus E sursum mouebit. pondus igitur grauius, quàm sit E, in eodemmet situ ponderi D æqueponderabit, & grauia inæqualia æquali distantia posita æqueponderabunt. Adiiciatur ergo ponderi E aliquod graue, ita vt ipsi D contraponderet, si ex C suspendantur. sed cum supra ostensum sit punctum C centrum esse grauitatis æqualium ponderum in DE; si igitur pondus E grauius fuerit pondere D, erit centrum grauitatis in linea CE. sitq; hoc centrum K. at per definitionem centri grauitatis, si pondera suspendantur ex K, manebunt. ergo si suspendantur ex C, non manebunt, quod est contra hypotesim: sed pondus E deorsum mouebitur. quòd si ex C quoque suspensa æqueponderarent; vnius magnitudinis duo essent centra grauitatis; quod est impossibile. Non igitur pondus in E grauius eo, quod est in D, ipsi D æqueponderabit, cum ex puncto C fiat suspensio. Pondera ergo in DE æqualia ex eorum grauitatis centro C suspensa, æqueponderabunt, manebuntquè. quod demonstrare fuerat propositum.

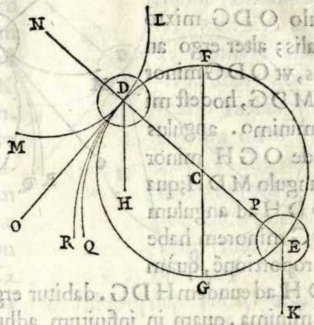
Ex 3. primi Archim. de Aequep.

1. Suppos. huius.

Tartalea sexta propositione octaui libri.

Huic autem postremo inconuenienti occurrunt dicentes, impossibile esse addere ipsi E pondus adeo minimum, quin adhuc si ex C suspendantur, pondus E semper deorsum versus G moueatur. quod nos fieri posse supposuimus, atque fieri posse credebamus. excessum enim ponderis D supra pondus E, cum quantitatis rationem habeat, non solum minimum esse, verum in infinitum diuidi posse immaginabamur, quod quidem ipsi, non solum minimum, ſed ne minimum quidem eſſe, cum reperiri non poſsit, hoc modo demonſtrare nituntur.

Exponantur eadem. à punctiſquè DE horizonti perpẽdiculares ducãtur DHEK, atq; alius ſit circulus LDM, cuius centrũ N, qui FDG in puncto D contingat, ipſiq; FDG ſit æqualis: erit NC recta linea. & quoniam angulus KEC angulo HDN eſt æqualis, angulusq; CEG angulo NDM eſt etiam

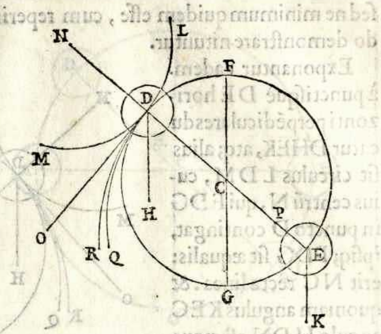


æqualis; cùm à ſemidiametris, æqualibusq; circumferentiis contineatur; erit reliquus mixtuſquè angulus KEG reliquo mixtoquè HDM æqualis. & quia ſupponunt, quò minor eſt angulus linea horizonti perpendiculari, & circumferentia contentus, eò pondus in eo ſitu grauius eſſe. vt quò minor eſt angulus HD, & circumferentia DG contentus angulo KEG, hoc eſt angulo HDM; ita ſecundum hanc proportionem pondus in D grauius eſſe pondere in E. Proportio autem anguli MDH ad angulum HDG minor eſt qualibet proportione, quæ ſit inter maiorem, & minorem quantitatem: ergo proportio ponderum DE omnium proportionum minima erit. immo neq; erit ferè proportio, cum ſit omnium proportionum minima. quòd autem proportio MDH ad HDG ſit omnium minima, ex hac neceſsitate oſtendunt; quia MDH excedit HDG angulo curuilineo MDG, qui quidem angulus omnium angulorum rectilineorum minimus exiſtit: ergo cùm non poſsit dari angulus minor MDG, erit proportio MDH ad HDG omniũ proportionum minima. quæ ratio inutilis valde videtur eſſe; quia quamquam angulus MDG ſit omnibus rectilineis angulis minor, non idcirco ſequitur, abſolutè, ſimpliciterq; omnium eſſe angulorũ minimum: nam ducatur à puncto D linea DO ipſi NC perpendicularis, hæc vtraſq; tanget circumferentias LDM FDG in puncto Ex 18. Tertii.

Ex 12. tertii.

29. Primi.

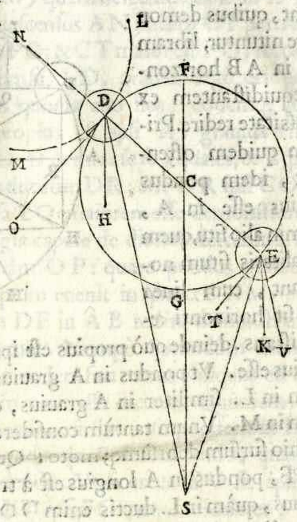
D. quia



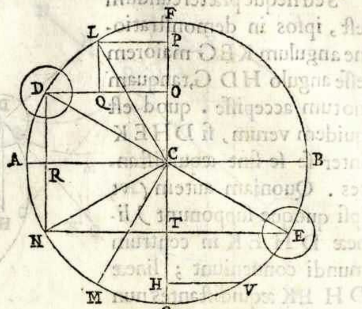
D. quia verò circumferentiæ ſunt æquales, erit angulus MDO mixtus angulo ODG mixto æqualis; alter ergo angulus, vt ODG minor erit MDG, hoc eſt minor minimo. angulus deinde OGH minor erit angulo MDH; quare ODH ad angulum

8. Quinti. HDG minorem habebit proportionẽ, quàm MDH ad eundem HDG. dabitur ergo quoquè proportio minor minima, quam in infinitum adhuc minorem ita oſtendemus. Deſcribatur circulus DR, cuius centrum E, & ſemidiameter

Ex 11. tertii. *Ex 18. tertii.* ED. continget circumferentia DR circumferentiam DG in puncto D, lineamquè DO in puncto D; quare minor erit angulus RDG angulo ODG. ſimiliter & angulus RDH angulo ODH: minorem igitur proportionem habebit RDH ad HDG, quàm ODH ad HDG. Accipiatur deinde inter EC vtcunque punctum P, ex quo in diſtantia PD alia deſcribatur circumferentia DQ, quæ circumferentiam DR, circumferentiamquè DG in puncto D continget; & angulus QDH minor erit angulo RDH: ergo QDH ad HDG minorem habebit proportionem, quàm RDH ad HDG. eodemquè prorſus modo, ſi inter PC aliud accipiatur punctum, & inter hoc & C aliud, & ſic deinceps, infinitæ deſcribentur circumferentiæ inter DO, & circumferentiam DG; ex quibus proportionem in infinitum ſemper minorem inueniemus. atque ideo proportionem ponderis in D ad pondus in E non adeo minorem eſſe ſequitur, quin ad infinitum ipſa ſemper minorem reperiri poſsit. & quia angulus MDG in infinitum diuidi poteſt; exceſſus quoque grauitatis D ſupra E diuidi ad infinitum poterit.



Sed neque prætereundum eſt, ipſos in demonſtratione angulum KEG maiorem eſſe angulo HDG, tanquam notum accepiſſe. quod eſt quidem verum, ſi DHEK inter ſe ſe ſint æquidiſtantes. Quoniam autem (vt ipſi quoque ſupponunt) lineæ DH EK in centrum mundi conueniunt; lineæ DH EK æquidiſtantes nunquam erunt, & angulus KEG angulo HDG non ſolum maior erit, ſed minor. vt exempli gratia, producatur FG vſque ad centrum mundi, quod ſit S; connectanturqué DS ES. oſtendendum eſt angulum SEG minorem eſſe angulo SDG. ducatur à puncto E linea ET circulum DGEF contingens, ab eo demqué puncto ipſi DS æquidiſtans ducatur EV. Quoniam igitur EV DS inter ſe ſe ſunt æquidiſtantes: ſimiliter ET DO æquidiſtantes: erit angulus VET angulo SDO æqualis. & angulus TEG angulo ODM eſt æqualis; cum à lineis contingentibus, circumferentiiſqué æqualibus contineatur: totus ergo angulus VEG angulo SDM æqualis erit. Auferatur ab angulo SDM angulus curuilineus MDG; ab angulo autem VEG angulus auferatur VES; & angulus VES rectilineus maior eſt curuilineo MDG; erit reliquus angulus SEG minor angulo SDG. Quare ex ipſorum ſuppoſitionibus non ſolum pondus in D grauius erit pondere in E; verùm è conuerſo, pondus in E ipſo D grauius exiſtet.



Rationes tamen afferunt, quibus demonstrare nituntur, libram DE in AB horizonti æquidistantem ex necessitate redire. Primùm quidem ostendunt, idem pondus grauius esse in A, quàm in alio situ, quem æqualitatis situm nominant, cum linea AB sit horizonti æquidistans. deinde quò propius est ipsi A, quouis alio remotiori grauius esse. Vt pondus in A grauius esse, quàm in D; & in D, quàm in L. similiter in A grauius, quam in N; & in N grauius, quàm in M. Vnum tantùm considerando pondus in altero libræ brachio sursum deorsumq; moto. Quia (inquiunt) posita trutina in CF, pondus in A longius est à trutina, quàm in D: & in D longius, quàm in L. ductis enim DO LP ipsi CF perpendicularibus, linea AC maior est, quàm DO, & DO ipsa LP. quod idem euenit in punctis NM. deinde ex quo loco (aiunt) pondus velocius mouetur, ibi grauius est; velocius autem ex A, quàm ab alio situ mouetur; ergo in A grauius est. simili modo, quò propius est ipsi A, velocius quoque mouetur; ergo in D grauius erit, quàm in L. Altera deinde causa, quam ex rectiori, & obliquiori motu deducunt, est; quò pondus in arcubus æqualibus rectius descendit, grauius esse videtur; cum pondus liberum, atq; solutum suaptè natura rectè moueatur; sed in A rectius descendit; ergo in A grauius erit. hocq; ostendunt accipiendo arcum AN arcui LD æqualem; à punctisq; N L lineæ FG (quam etiam directionis vocant) æquidistantes ducantur NR LQ, quæ lineas AB DO secent in QR; & à puncto N ipsi FG perpendicularis ducatur NT. rectèq; demonstrant LQ ipsi PO æqualem esse, & NR ipsi CT; lineamq; NR ipsa LQ maiorem esse. Quoniam autem descensus ponderis ex A vsq; ad N per circum-

Cardanus primo de subtilitate.

Ex 15. tertii.

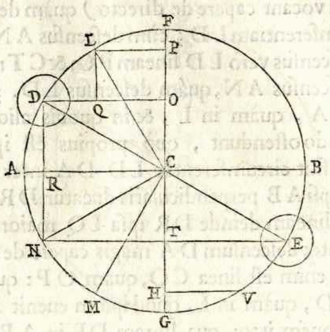
Cardanus.

Cardanus. Iordanus propositione 4. Tartalea propositione 5.

ferentiam A N maiorem portionem lineæ F G pertranſit (quod ipſi vocant capere de directo) quàm deſcenſus ex L in D per circumferentiam L D; cùm deſcenſus A N lineam C T pertranſeat, deſcenſus verò L D lineam P O; & C T maior eſt P O; rectior erit deſcenſus A N, quám deſcenſus L D. grauius ergo erit pondus in A, quàm in L, & in quouis alio ſitu. eodemq; prorſus modo oſtendunt, quò propius eſt ipſi A, grauius eſſe. Vt ſint circumferentiæ L D D A inter ſe ſe æquales, & à puncto D ipſi A B perpendicularis ducatur D R; erit D R ipſi C O æqualis. 34 *Primi.* lineam deinde D R ipſa L Q maiorem eſſe demonſtrant. dicuntq; deſcenſum D A magis capere de directo deſcenſu L D, maior enim eſt linea C O, quàm O P: quare pondus grauius erit in D, quàm in L. quod ipſum euenit in punctis N M. Suppoſitionem itaq;, qua libram D E in A B redire demonſtrant, vt notam, manifeſtamq; proferunt. *Iordanus ſuppoſitione 4.* Nempè Secundùm ſitum pondus grauius eſſe, quanto in eodem ſitu minus obliquus eſt deſcenſus. huiuſq; reditus cauſam eam eſſe dicunt; Quoniam ſcilicet deſcenſus ponderis in D rectior eſt deſcenſu ponderis in E, cùm minus capiat de directo pondus in E deſcendendo, quàm pondus in D ſimiliter deſcendendo. *Iordanus propoſitione 2. Tartalea propoſitione 5.* Vt ſi arcus E V ſit ipſi D A æqualis, ducanturq; V H E T ipſi F G perpendiculares; maior erit D R, quàm T H. quare per ſuppoſitionem pondus in D ratione ſitus grauius erit pondere in E. pondus ergo in D, cùm ſit grauius, deorſum mouebitur; pondus verò in E ſurſum, donec libra D E in A B redeat.

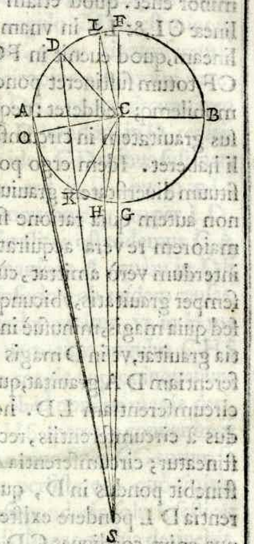
Altera huius quoq; reditus ratio eſt, cùm trutina ſupra libram eſt in C F; linea C G eſt meta. *Cardanus.* & quoniam angulus G C D maior eſt angulo G C E, & maior à meta angulus grauius reddit pondus; trutina igitur ſuperius exiſtente, grauius erit pondus in D, quàm in E. idcirco D in A, & E in B redibit.

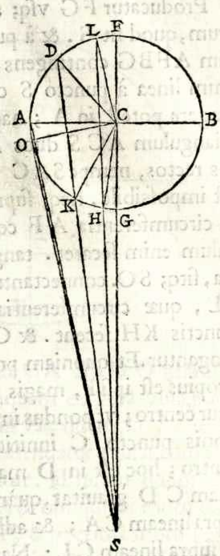
His itaq; rationibus conantur oſtendere libram D E in A B redire; quæ meo quidem iuditio facile ſolui poſſunt.



Primùm itaq; quantum attinet ad rationes pondus in A grauius eſſe, quàm in alio ſitu oſtendentes, quas ex longiori, & propinquiori diſtātia à linea F G, & ex velociori, & rectiori motu à puncto A deducunt; primùm quidem non demonſtrant, cur pondus ex A velocius moueatur, quàm ex alio ſitu. nec quia C A eſt D O maior, & D O ipſa L P, propterea ſequitur tanquam ex vera cauſa, pondus in A grauius eſſe, quàm in D; & in D, quàm in L. neq; enim intellectus quieſcit, niſi alia huius oſtendatur cauſa; cùm potius ſignum, quàm vera cauſa eſſe videatur. id ipſum quoq; alteri rationi contintingit, quam ex rectiori & obliquiori motu deducunt. Præterea quæcunq; ex velociori, & rectiori motu perſuadent pondus in A grauius eſſe, quàm in D; non ideo demonſtrant pondus in A, quatenus eſt in A, grauius eſſe ponde in D, quatenus eſt in D; ſed quatenus à punctis D A recedit. Idcirco antequàm vlterius progrediar, oſtendam primùm pondus, quò propius eſt ipſis F G, minus grauitare; tum quatenus in eo ſitu, in quo reperitur, manet: tum quatenus ab eo recedit. ſimulq; falſum eſſe, pondus in A grauius eſſe, quàm in alio ſitu.

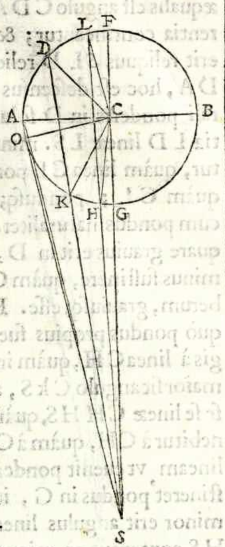
Producatur FG vſq; ad mundi centrum, quod ſit S. & à puncto S circulum AFBG contingens ducatur. neq; enim linea à puncto S circulum contingere poteſt in A; nam ducta AS triangulum ACS duos haberet angulos rectos, nempè SAC ACS; quòd eſt impoſsibile. 18 *Tertii.* neq; ſupra punctum A in circumferentia AF continget; circulum enim ſecaret. tanget igitur infra, ſitq; SO. connectantur deinde SD SL, quæ circumferentiam AOG in punctis KH ſecent. & Ck CH coniungantur. Et quoniam pondus, quanto propius eſt ipſi F, magis quoque innititur centro; vt pondus in D magis verſionis puncto C innititur tanquam centro; hoc eſt in D magis ſupra lineam CD grauitat, quàm ſi eſſet in A ſupra lineam CA; & adhuc magis in L ſupra lineam CL; Nam cùm tres anguli cuiuſcunq; trianguli duobus rectis ſint æquales, & trianguli DCk æquicruris angulus DCk minor ſit angulo LCH æquicruris trianguli LCH: erunt reliqui ad baſim ſcilicet CDk CkD ſimul ſumpti reliquis CLH CHL maiores. & horum dimidii; hoc eſt angulus CDS angulo CLS maior erit. cùm itaq; CLS ſit minor, linea CL magis adhærebit motui naturali ponderis in L prorſus ſoluti, hoc eſt lineæ LS, quàm CD motui DS. pondus enim in L liberum, atq; ſolutum in centrum mundi per LS moueretur, pondusq; in D per DS. quoniam verò pondus in L totum ſuper LS grauitat, in D verò ſuper DS: pondus in L magis ſupra lineam CL grauitabit, quàm exiſtens in D ſupra lineam DC. ergo linea CL pondus magis ſuſtentabit, quàm linea CD. Eodemqué modo, quò pondus propius fuerit ipſi F, magis ob hanc cauſam à linea CL ſuſtineri oſtendetur. ſemper enim angulus CLS





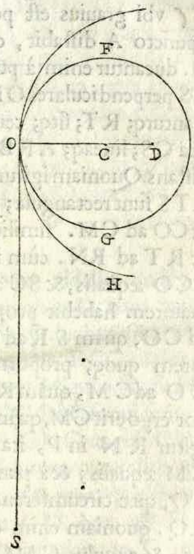
minor esset. quod etiam patet; quia si lineæ C L,& L S in vnam coinciderent lineam,quod euenit in F C S;tunc linea C F totum sustineret pondus in F, immobilemq; redderet : neq; vllam prorsus grauitatem in circumferentia circuli haberet. Idem ergo pondus propter situum diuersitatem grauius,leuiusq; erit. non autem quia ratione situs interdum maiorem re vera acquirat grauitatem, interdum verò amittat, cùm eiusdem sit semper grauitatis, vbicunque reperiatur; sed quia magis,minusuè in circumferentia grauitat,vt in D magis supra circumferentiam D A grauitat,quàm in L supra circumferentiam L D. hoc est, si pondus à circumferentiis, rectisq; lineis sustineatur; circumferentia A D magis sustinebit pondus in D, quàm circumferentia D L pondere existente in *L*. minus enim coadiuuat C D, quàm C L. Præterea quando pondus est in L, si esset omnino liberum,penitusq; solutum,deorsum per L S moueretur; nisi à linea C L prohiberetur,quæ pondus in L vltra lineam L S per circumferentiã L D moueri cogit;ipsumq; quodammodo impellit, impellendoq; pondus partim sustentabit.nisi enim sustineret, ipsiq; reniteretur, deorsum per lineam L S moueretur, non autem per circumferentiam L D. similiter C D ponderi in D renititur, cùm illud per circumferentiam D A moueri cogat. eodemq; modo existente pondere in A, linea C A pondus vltra lineam A S per circumferentiam A O moueri compellet. est enim angulus C A S acutus; cùm angulus A C S sit rectus. lineæ igitur C A C D aliqua ex parte, non tamen ex æquo ponderi renituntur. & quotiescunque angulus in circumferentia circuli à lineis à centro mundi S, & centro C prodeuntibus, fuerit acutus; idem euenire similiter ostendemus. Quoniam autem mixtus angulus C L D æqualis eſt angulo C D A, cùm à ſemidiametris, eademq; circumferentia contineantur; & angulus C L S angulo C D S eſt minor; erit reliquus S L D reliquo S D A maior. quare circumferentia D A, hoc eſt deſcenſus ponderis in D propior erit motui naturali ponderis in D ſoluti, lineæ ſcilicet D S, quàm circumferentia L D lineæ L S. minus igitur linea C D ponderi in D renititur, quàm linea C L ponderi in L. linea ideo C D minus ſuſtinet, quàm C L; ponduſq; magis liberum erit in D, quàm in L: cùm pondus naturaliter magis per D A moueatur, quàm per L D. quare grauius erit in D, quàm in L. ſimiliter oſtendemus C A minus ſuſtinere, quàm C D: ponduſq; magis in A, quàm in D liberum, grauiuſq; eſſe. Ex parte deinde inferiori ob eaſdem cauſas, quò pondus propius fuerit ipſi G, magis detinebitur, vt in H magis à linea C H, quàm in K à linea C K. nam cùm angulus C H S maior ſit angulo C k S, ad rectitudinem magis appropinquabunt ſe ſe lineæ C H H S, quàm C k k S; atq; ob id pondus magis detinebitur à C H, quàm à C k. ſi enim C H H S in vnam conuenirent lineam, vt euenit pondere exiſtente in G; tunc linea C G totum ſuſtineret pondus in G, ita vt immobilis perſiſteret. quò igitur minor erit angulus linea C H, & deſcenſu ponderis ſoluti, ſcilicet H S contentus, eò minus quoq; eiuſmodi linea pondus detinebit. & vbi minus detinebitur, ibi magis liberum, grauiuſq; exiſtet. *21 primi.*

Prætera ſi pondus in k liberum eſſet, atq; ſolutum, per lineam k S moueretur; à linea verò C k prohibetur, quæ cogit pondus citrà lineam k S per circumferentiam k H moueri. ipſum enim quodammodo retrahit, retrahendoq; ſuſtinet. niſi enim ſuſtineret, pondus deorſum per rectam k S moueretur, non autem per circumferentiam k H. ſimiliter C H pondus retinet, cùm per circumferentiã H G moueri compellat. Quoniã autem angulus C H S maior eſt angulo C K S, dẽptis æqualibus angulis C H G C k H; erit reliquus S H G reliquo S K H maior. circumferentia igitur k H, hoc eſt deſcenſus ponderis in k, propior erit motui naturali ponderis in k ſoluti, hoc eſt lineæ k S, quàm circumferentia H G lineæ H S. minus idcirco detinet linea C k, quàm C H: cùm pondus naturaliter magis moueatur per k H, quàm per H G. ſimili ratione oſtendetur, quò minor erit angulus S k H, lineam C k minus ſuſtinere.

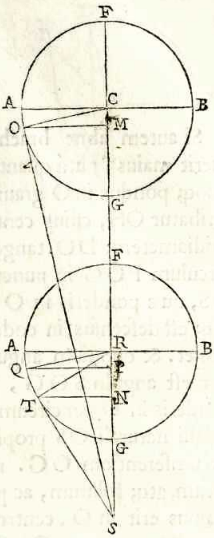


existente igitur pondere in O, quia angulus SOC non solum minor est angulo CKS, verùm etiam omnium angulorum à punctis CS prodeuntium, verticemq; in circumferentia OkG habentium minimus; erit anglus SOK, & angulo SkH, & eiusmodi omnium minimus. ergo descensus ponderis in O propior erit motui naturali ipsius in O soluti, quàm in alio situ circumferentiæ OkG. lineaq; CO minus pondus sustinebit, quàm si pondus in quouis alio fuerit situ eiusdem circumferentiæ OG. similiter quoniam contingentiæ angulus SOk, & angulo SDA, & SAO, ac quibuscunq; similibus est minor; erit descensus ponderis in O motui naturali ipsius ponderis in O soluti propior, quàm in alio situ circumferentiæ ODF. Prætereaquoniam linea CO pondus in O dum deorsum mouetur, impellere non potest, ita vt vltra lineam OS moueatur; cùm linea OS circulum non secet, sed contingat; angulusq; SOC sit rectus, & non acutus; pondus in O nihil supra lineam CO grauitabit. neq; centro innitetur. quemadmodum in quouis alio puncto supra O accideret. erit igitur pondus in O magis ob has causas liberum, atq; solutum in hoc situ, quàm in quouis alio circumferentiæ FOG. ac idcirco in hoc grauius erit, hoc est magis grauitabit, quàm in alio situ. & quò propius fuerit ipsi O remotiori grauius erit. lineaq; CO horizonti æquidistans erit. non tamen puncti C horizonti (vt ipsi existimant) sed ponderis in O constituti, cùm ex centro grauitatis ponderis summendus sit horizon. quæ omnia demonstrare oportebat.

Si autem libræ brachium ipſo CO fuerit maius, putá quantitate CD; erit quoq; pondus in O grauius. circulus deſcribatur OH, cuius centrum ſit D, ſemidiameterq; DO. tanget circulus OH circulum FOG in puncto O, lineamq; OS, quæ ponderis in O rectus, naturaliſq; eſt deſcenſus, in eodem puncto contingeｔ. & quoniam angulus SOH minor eſt angulo SOG, erit deſcenſus ponderis in O per circumferentiam OH motui naturali OS propior, quàm per circumferentiam OG. magis ergo liberum, atq; ſolutum, ac per conſequens grauius erit in O, centro libræ exiſtente in D, quàm in C. ſimiliter oſtendetur, quò maius fuerit brachium DO, pondus in O adhuc grauius eſſe.



Ex 11 Tertii.
Ex 18 Tertii.



Si verò idem circulus A F B G, cuius centrum sit R, propius fuerit mundi centro S; circulumqué à puncto S ducatur contingens S T; punctum T (vbi grauius est pondus) magis à puncto A distabit, quàm punctum O. ducantur enim à punctis O T ipsi C S perpendiculares O M T N; connectanturq; R T; sitq; centrum R in linea C S; lineaq; A R B ipsi A C B æquidistans. Quoniam igitur triangula C O S R T S sunt rectangula; erit S C ad C O, vt C O ad C M. similiter S R ad R T, vt R T ad R N. cùm itaq; sit R T ipsi C O æqualis, & S C ipsa S R maior: maiorem habebit proportionem S C ad C O, quàm S R ad R T. quare maiorem quoq; proportionem habebit C O ad C M, quàm R T ad R N. minor ergo erit C M, quàm R N. secetur igitur R N in P, ita vt R P sit ipsi C M æqualis; & à puncto P ipsis M O N T æquidistans ducatur P Q, quæ circumferentiam A T secet in Q: demq; connectatur R Q. quoniam enim duæ C O C M duabus R Q R P sunt æquales, & angulus C M O angulo R P Q est æqualis; erit & angulus M C O angulo P R Q æqualis. angulus autem M C A rectus recto P R A est æqualis; ergo reliquus O C A reliquo Q R A æqualis, & circumferentia O A circumferentiæ Q A æqualis quoque erit. punctum idcirco T, quia magis à puncto A distat, quàm Q; magis quoq; à puncto A distabit, quàm punctum O. similiter ostendetur, quò propius fuerit circulus mundi centro, eundem magis distare. atq; ita vt prius demonstrabitur pondus in circumferentia T A F centro R inniti, in circumferentia verò T G à linea detineri; atq; in puncto T grauius esse.

Cor. 8 sexti

Ex 8 quinti

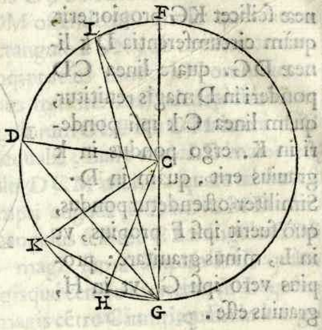
Ex 10 quinti.

7 Sexti.

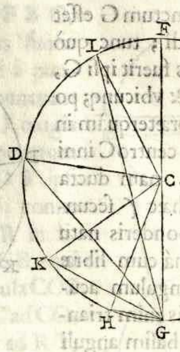
26 Tertii.

Si autem

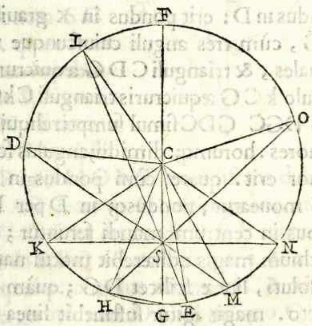
Si autem punctum G esset in centro mundi; tunc quò pondus propius fuerit ipsi G, grauius erit: & vbicunq; ponatur pondus præterquàm in ipso G, semper centro C innitetur, vt in K. nam ducta G k, efficiet hæc (secundùm quam fit ponderis naturalis motus) vná cum libræ brachio k C angulum acutum. æquicruris enim trianguli C k G ad basim anguli ad K, & G sunt semper acuti.



Conferantur autem inuicem hæc duo, pondus videlicet in k, & pondus in D: erit pondus in K grauius, quàm in D. nam iuncta DG, cùm tres anguli cuiuscunque trianguli duobus sint rectis æquales, & trianguli C D G æquicruris angulus DCG maior sit angulo k C G æquicruris trianguli CkG: erunt reliqui ad basim anguli DGC GDC simul sumpti reliquis K G C G k C simul sumptis minores. horumq; dimidij; angulus scilicet C D G angulo C K G minor erit. quare cùm pondus in K solutum naturaliter per K G moueatur, pondusq; in D per D G, tanquam per spatia, quibus in centrum mundi feruntur; linea C D, hoc est libræ brachium magis adhærebit motui naturali ponderis in D prorsus soluti, lineæ scilicet D G; quàm C K motui secundùm k G effecto. magis igitur sustinebit linea C D, quàm C k. ac propterea pondus in k ex superius dictis grauius erit, quàm in D. Præterea quoniam pondus in K si esset omnino liberum, prorsusq; solutum, deorsum per k G moueretur; nisi à linea C k prohiberetur, quæ pondus vltra lineam K G per circumferentiam K H moueri cogit; linea C k pondus partim sustinebit, ipsiq; renitetur; cùm illud per circumferentiam k H moueri compellat. & quoniam angulus C D G minor est angulo C k G, & angulus CDk angulo C k H est æqualis; erit reliquus G D k reliquo G k H maior. circumferentia igitur k H motui naturali ponderis in k soluti, li-



neæ ſcilicet KG propior erit, quàm circumferentia Dk lineæ DG. quare linea CD ponderi in D magis renititur, quàm linea Ck ipſi ponderi in K. ergo pondus in k grauius erit, quàm in D. Similiter oſtendetur pondus, quò fuerit ipſi F propius, vt in L, minus grauitare: propius verò ipſi G, vt in H, grauius eſſe.



Si verò centrum mundi S eſſet inter puncta CG; primùm quidem ſimiliter oſtendetur pondus vbicunq; poſitum centro C initi, vt in H. ductis enim HG HS, angulus ad baſim GHC æquicruris trianguli CHG eſt ſemper acutus: quare & SHC ipſo minor erit quoq; ſemper acutus. ducatur autem à puncto S ipſi CS perpendicularis Sk. dico pondus grauius eſſe in k, quàm in alio ſitu circumferentiæ FKG. & quò propius fuerit ipſi F, vel G, minus grauitare. Accipiantur verſus F puncta DL, connectanturq; LC LS DC DS, producanturq; LS DS kS HS vſq; ad circuli circumferentiam in EM NO; connectanturq; CE, CM, CN, CO. Quoniam enim LE DM ſe inuicem ſecant in S; erit rectangulum LSE rectan-
35 Tertii. gulo DSM æquale. quare vt LS ad DS ita erit SM
16 Sexti. ad SE. maior autem eſt LS, quàm DS; & SM ipſa SE.
7 Tertii.

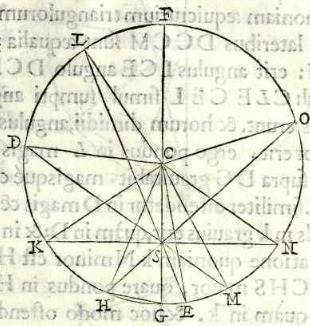
ergo

ergo L S S E ſimul ſumptæ ipſis D S S M maiores erunt. eademq; ratione k N minorem eſſe DM oſtendetur. rurſus quoniam rectangulum O S H æquale eſt rectangulo k S N; ob eandem cauſam H O maior erit k N. eodemq; prorſus modo k N omnibus alijs per punctum S tranſeuntibus minorem eſſe demonſtrabitur. & quoniam æquicrurium triangulorum G L E D C M latera L C C E lateribus D C C M ſunt æqualia; baſis verò L E maior eſt DM: erit angulus L C E angulo D C M maior. quare ad baſim anguli C *L* E C E L ſimul ſumpti angulis C D M C M D minores erunt. & horum dimidij, angulus ſcilicet C L S angulo C D S minor erit. ergo pondus in *L* magis ſupra lineam L C, quàm in D ſupra D C grauitabit. magiſque centro innitetur in L, quàm in D. ſimiliter oſtendetur in D magis cẽtro C inniti, quàm in k. ergo ponds in k grauius erit, quàm in D; & in D, quàm in L. eademq; prorſus ratione quoniam k N minor eſt H O, erit angulus C K S angulo C H S maior. quare pondus in H magis centro C innitetur, quàm in k. & hoc modo oſtendetur, vbicunq; in circumferentia F D G fuerit pondus, minus in K centro C inniti, quàm in alio ſitu: & quò propius fuerit ipſi F, vel G, magis inniti. deinde quoniam angulus C k S maior eſt C D S, & C D k æqualis eſt C k H: erit reliquus S k H reliquo S D k minor. quare circumferentia k H propior erit motui naturali recto ponderis in K ſoluti, lineæ ſcilicet k S, quàm circumferentia D k motui D S. & ideo linea C D magis ipſi ponderi in D renititur, quàm C K ponderi in k conſtituto. hacq; ratione oſtendetur angulum S H G maiorem eſſe S k H: & per conſequens lineam C H magis ponderi in H reniti, quàm C K ponderi in K. ſimiliter demonſtrabitur lineam C *L* magis pondus ſuſtinere, quàm C D: ob eaſdemq; cauſas oſtendetur pondus in K minus ſupra lineam C k grauitare, quàm in quouis alio ſitu fuerit circumferentiæ F D G. & quò propius fuerit ipſi F, vel G, minus grauitare. grauius ergo erit in k, quàm in alio ſitu: minuſq; graue erit, quò propius fuerit ipſi F, vel G.

25 *Quinti.*

25 *Primi.*

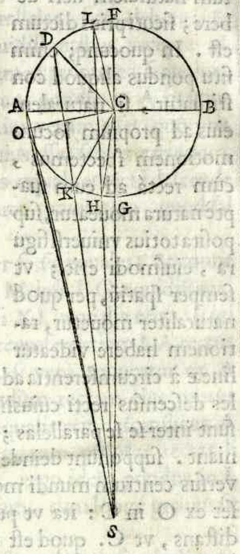
Si deniq; centrum C esset in centro mundi, pondus vbicunque constitutum manere manifestum est. vt posito ponđere in D, linea CD totum sustinebit pondus; cùm ipsius ponderis in D horizonti sit perpendicularis. pondus ergo manebit.



1 Huius.

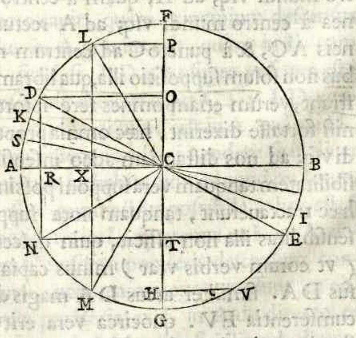
Quoniam autem in his hactenus demonstratis, nullam de grauitate brachii libræ mentionem fecimus, idcirco si brachii quoq; grauitatem considerare voluerimus, centrum grauitatis magnitudinis ex pondere, brachioq; compositæ inueniri poterit, circulorumq; circumferentiæ secundum distantiam à centro libræ ad hoc ipsum grauitatis centrum describentur, ac si in ipso (vt re uera est) pondus constitutum fuerit; omnia, sicuti absq; libræ brachii grauitate considerata inuenimus; hoc quoq; modo eius considerata grauitate reperiemus.

Ex dictis igitur, considerando libram, vt longè à mundi centro abest, quemadmodum ipsi fecere, sicuti etiam actu est, apparet falsitas dicentium pondus in A grauius esse, quàm in alio situ. simulq; falsum esse, quò pondus à linea FG magis distat grauiuis esse. nam punctum O propius est ipsi FG, quàm punctum A. est enim linea à puncto O ipsi FG perpendicularis ipsa CA minor. deinde ex puncto A pondus velocius moueri, quàm ab alio situ, est quoque falsum. ex puncto enim O pondus velocius mouebitur, quàm ex puncto A; cùm in O sit magis liberum, atq; solutum, quàm in alio situ: descensusqué ex puncto O propior sit motui naturali recto, quàm quilibet alius descensus.

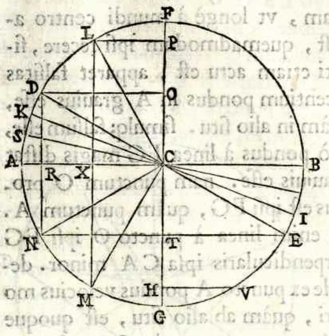


Ex 15 Tertii.

Præterea cùm ex rectiori, & obliquiori descẽsu ostendunt, pondus in A grauiur esse, quàm in D; & in D, quàm in L; primùm quidem falsum existimant, si pondus aliquod collocatum fuerit in quocunq; situ circunferentiæ, vt in D, rectum eius descensum per rectam lineam DR ipsi FG parallelam, tam quàm secundùm mo-



tum



tum naturalem fieri debere; ſicuti prius dictum eſt. In quocunq; enim ſitu pondus aliquod conſtituatur, ſi naturalem eius ad propium locum motionem ſpectemus, cùm rectá ad eum ſuaptè natura moueatur, ſuppoſita totius vniuerſi figura, eiuſmodi erit; vt ſemper ſpatiū, per quod naturaliter mouetur, rationem habere videatur lineæ à circumferentia ad centrum productæ. non igitur naturales deſcenſus recti cuiuslibet ſoluti ponderis per lineas fieri poſſunt inter ſe ſe parallelas; cùm omnes in centrum mundi conueniant. ſupponunt deinde ponderis ex D in A per rectam lineam verſus centrum mundi motum eiuſdem eſſe quantitatis, ac ſi fuiſſet ex O in C: ita vt punctum A æqualiter à centro mundi ſit diſtans, vt C. quod eſt etiam falſum; nam punctum A magis à centro mundi diſtat, quàm C: maior enim eſt linea à centro mundi vſq; ad A, quàm à centro mundi vſq; ad C: cùm linea à centro mundi vſq; ad A rectum ſubtendat angulum à lineis A C, & à puncto C ad centrum mundi contentum. ex quibus non ſolum ſuppoſitio illa, qua libram D E in A B redire demonſtrant, verùm etiam omnes ferè ipſorum demonſtrationes ruunt. niſi fortaſſe dixerint, hæc omnia propter maximam à centro mundi vſq; ad nos diſtantiam adeo inſenſibilia eſſe, vt propter inſenſibilitatem tanquam vera ſupponi poſsint: cùm omnes quidē alii, qui hæc tractauerunt, tanquam nota ſuppoſuerint. præſertim quia ſenſibilitas illa non efficit, quin deſcenſus ponderis ex L in D (vt eorum verbis vtar) minus capiat de directo, quàm deſcenſus D A. ſimiliter arcus D A magis de directo capiet, quàm circumferentia E V. quocirca vera erit ſuppoſitio; aliæq; demonſtrationes in ſuo robore permanebunt. Concedamus etiam pon-

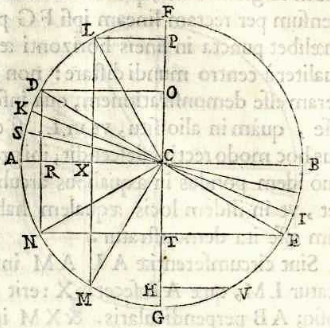
18 Primi.

dus

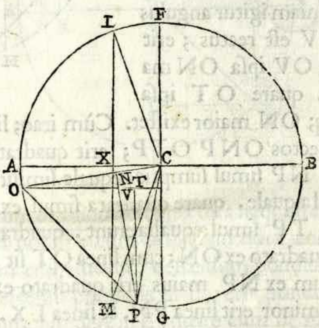
dus in A grauius esse, quàm in alio situ; rectumq; ponderis descensum per rectam lineam ipsi FG parallelam fieri debere; & quælibet puncta in lineis horizonti æquidistantibus accepta æqualiter à centro mundi distare: non tamen propterea sequetur, veram esse demonstrationem, qua inferunt pondus in A grauius esse, quàm in alio situ, vt in L. si enim verum esset, quò pondus hoc modo rectius descendit, ibi grauius esse; sequeretur etiam, quò idem pondus in æqualibus arcubus æqualiter rectè descenderet, vt in iisdem locis æqualem haberet grauitatem, quod falsum esse ita demonstratur.

Sint circumferentiæ A L A M inter se se æquales; & connectatur L M, quæ A B secet in X: erit L M ipsi F G æquidistans, ipsiq; A B perpendicularis. & X M ipsi X L æqualis erit. si igitur pondus ex L moueatur in A per circumferentiam L A, rectus eius motus erit secundùm lineam L X. si verò moueatur ex A in M per circumferentiam A M, secundùm rectam eius motus erit X M. quare descensus ex L in A æqualis erit descensui ex A in M; tum ob circumferentias æquales, tum propter rectas lineas ipsi A B perpendiculares æquales. ergo idem pondus in L æquè graue erit, vt in A, quod est falsum. cum longè grauius sit in A, quàm in L. *Ex 3 Tertii.*

Quamuis autem A M L A æqualiter secundùm ipsos de directo capiant; dicent fortasse, quia tamen principium descensus ex L scilicet L D minus de directo capit, quàm principium descensus ex A, scilicet A N; pondus in A grauius erit, quàm in L. nam cùm circumferentia A N sit ipsi L D (vt supra positum est) æqualis, quæ secundùm ipsos de directo capit C T; L D verò de directo capit P O. ideo pondus grauius erit in A, quàm in L. quod si verum esset, sequeretur idem pondus in eodem situ diuerso duntaxat modo consideratum in habitudine ad eundem situm, tum grauius, tum leuius esse. quod est impossibile. hoc est, si descensum consideremus ponderis in L, quatenus ex L in A descendit, grauius erit, quàm si eiusdem ponderis descensum consideremus ex L in D tantùm. neq; enim negare possunt ex eisdemmet dictis, quin descensus ponderis ex L in A de directo capiat L X, siue P C. descensus verò A M, quin similiter de directo capiat X M : cùm ipſi quoq; hoc modo accipiant, atq; ita accipere ſit neceſſe. ſi enim libram DE in AB redire demonſtrare volunt, comparando deſcenſus ponderis in D cum deſcenſu ponderis in E, neceſſe eſt, vt oſtendant rectum deſcenſum O C correſpondentem circumferentiæ D A maiorem eſſe recto deſcenſu T H circumferentiæ E V correſpondente.



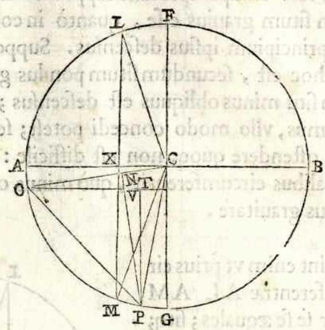
ſi enim partem tantùm totius deſcenſus ex D in A acciperent, vt D k; oſtenderentq; magis capere de directo deſcenſum D k, quàm æqualis portio deſcenſus ex puncto E. ſequetur pondus in D ſecundùm ipſos grauius eſſe ponderein E; & vſq; ad k tantùm deorſum moueri: ita vt libra mota ſit in k I. ſimiliter ſi libram K I in A B redire demonſtrare volunt accipiendo portionem deſcenſus ex k in A; hoc eſt k S; oſtenderentq; k S magis de directo capere, quàm ex aduerſo æqualis deſcenſus ex puncto I: ſimili modo ſequetur pondus in k grauius eſſe, quàm in I; & vſq; ad S tantùm moueri. & ſi rurſus oſtenderent portionem deſcenſus ex S in A, atq; ita deinceps, rectiorem eſſe æquali deſcenſu ponderis oppoſiti; ſemper ſequetur libram S I ad A B propius accedere, nunquam tamen in A B peruenire demonſtrabunt. ſi igitur libram D E in A B redire demonſtrare volunt, neceſſe eſt, vt deſcenſum ponderis ex D in A de direcro capere quantitatem lineæ ex puncto D ipſi A B ad rectos angulos ductæ accipiant. atq; ita, ſi æquales deſcenſus D A A N inuicem comparemus, qui æqualiter de directo capient O C C T, eueniet idem pondus in D æquè graue eſſe, vt in A. ſi verò portiones tantùm ex D A accipiamus; grauius erit in A, quàm in D. ergo ex diuerſitate tantùm modi conſiderandi, idem pondus, & grauius, & leuius eſſe continget. non autem ex ipſa natura rei. Insuper ipsorum suppositio non asserit, pondus secundùm situm grauius esse, quantò in eodem situ minus obliquum est principium ipsius descensus. Suppositio igitur superius allata, hoc est, secundùm situm pondus grauius esse, quantò in eodem situ minus obliquus est descensus; non solum ex his, quæ diximus, vllo modo concedi potest; sed quoniam huius oppositum ostendere quoq; non est difficile: scilicet idem pondus in æqualibus circumferentiis, quò minus obliquus est descensus, ibi minus grauitare.



Sint enim vt prius circumferentiæ AL AM inter se se æquales; sitq; punctum L propè F. & connectatur LM, quæ ipsi AB perpendicularis erit. & LX ipsi XM æqualis. deinde propè M inter MG quoduis accipiatur punctum P. fiatq; circumferentia PO circumferentiæ AM æqualis. erit punctum O propè A. connectanturq; CL, CO, CM, CP, OP. & à puncto P ipsi OC perpendicularis ducatur PN. & quoniam circumferentia AM circumferentiæ OP est æqualis: erit angulus ACM æqualis angulo OCP; & angulus CXM rectus recto CNP est æqualis: erit quoq; reliquus XMC trianguli MCX reliquo NPC trianguli PCN æqualis. sed & latus CM lateri CP est æquale: ergo triangulum MCX triangulo PCN æquale erit. latusq; MX lateri NP æquale. quare linea PN ipsi LX æqualis erit. ducatur præterea à puncto O linea OT ipsi AC æquidistans, quæ NP secet in V. atq; ipsi OT à puncto P perpendicularis ducatur, quæ quidem inter OV cadere non potest; nam cùm angulus ONV sit rectus; erit OVN acutus. quare OVP obtusus erit. non igitur linea à puncto P ipsi OT intra OV

Ex 27 Tertii.
Ex 32 primi.
26 Primi.
Ex 13 Primi.

E perpen-



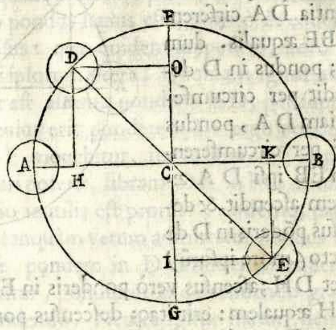
perpendicularis cadet. duo enim anguli vnius trianguli, vnus quidem rectus, alter verò obtuſus eſſet; quod eſt impoſsibile; cadet ergo in linea O T in parte V T. ſitq; P T. erit P T ſecundùm ipſos rectus circumferentiæ O P deſcenſus. Quoniam igitur angulus O N V eſt rectus; erit

19 Primi. linea O V ipſa O N maior. quare O T ipſa quoq; O N maior exiſtet. Cùm itaq; linea O P angulos ſubtendat rectos O N P O T P; erit quadratum ex O P quadratis ex

47 Primi. O N N P ſimul ſumptis æquale. ſimiliter quadratis ex O T T P ſimul æquale. quare quadrata ſimul ex O N N P quadratis ex O T T P ſimul æqualia erunt. quadratum autem ex O T maius eſt quadrato ex O N; cùm linea O T ſit ipſa O N maior. ergo quadratum ex N P maius erit quadrato ex T P. ac propterea linea T P minor erit linea P N, & linea L X. minus obliquus igitur eſt deſcenſus arcus L A, quàm arcus O P. ergo pondus in L, ex ipſorum dictis, grauius erit, quàm in O. quod ex iis, quæ ſupra diximus eſt manifeſtè falſum, cùm pondus in O grauius ſit, quàm in L. non igitur ex rectiori, & obliquiori motu ita accepto colligi poteſt, ſecundùm ſitum pondus grauius eſſe, quantò in eodem ſitu minus obliquus eſt deſcenſus. Atq; hinc oritur omnis fermè ipſorum error in hac re, atq; deceptio: nam quamuis per accidens interdum ex falſis ſequatur verum, per ſe tamen ex falſis falſum ſequitur, quemadmodum ex veris ſemper verum, nil idcirco mirum, ſi dum falſa accipiunt; illiſq; tanquam veriſsimis innituntur; falſiſsima omninò colligunt, atq; concludunt. decipiuntur quinetiam, dùm libræ contemplationem mathematicè ſimpliciter aſſummunt; cùm eius conſideratio ſit prorſus mechanica: nec vllo modo abſq; vero motu, ac ponderibus (en-

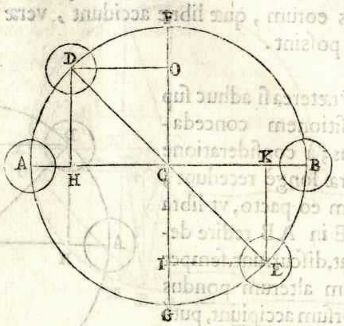
tibus

tibus omninò naturalibus) de ipſa ſermo haberi poſsit : ſine quibus eorum, quæ libræ accidunt, veræ cauſæ reperiri nullo modo poſsint.



Præterea ſi adhuc ſuppoſitionem concedamus; à conſideratione libræ longè recedunt; dum eo pacto, vt libra DE in AB redire debeat, diſcurrunt. ſemper enim alterum pondus ſeorſum accipiunt, putá D, vel E; ac ſi modò vnũ modò alterum in libra conſtitutum eſſet, nec vllo modo ambo connexa; cuius tamen oppoſitum omninò fieri oportet; neq; alterum ſine altero rectè conſiderari poteſt; cùm de ipſis in libra conſtitutis ſermo habeatur. cùm enim dicunt, deſcenſum ponderis in D minus obliquum eſſe deſcenſu ponderis in E; erit pondus in D per ſuppoſitionem grauius pondere in E: quare cùm ſit grauius, neceſſe eſt deorſum moueri, libramq; DE in AB redire: diſcurſus iſte nullius prorſus momenti eſt. Primùm quidem ſemper argumentantur, ac ſi pondera in D E deſcendere debeant, vnius tantùm ſine alterius connexione conſiderando deſcenſum. poſtremò tamen ob ponderum deſcenſuum comparationem colligentes inferunt, pondus in D deorſum moueri, & pondus in E ſurſum, vtraq; ſimul in libra inuicem connexa accipientes. verùm ex iiſdemmet, quibus vtuntur, principiis, ac demonſtrationibus, oppoſitum eius, quod defendere conantur, facillimè colligi poteſt. Nam ſi comparetur deſcenſus ponderis in D cum aſcenſu ponderis in E, vt ductis EK DH ipſi AB perpendicularibus; cùm angulus DCH ſit æqualis angulo ECk; & angulus 15 Primi.
DHC rectus æqualis eſt recto EkC; & latus DC lateri CE æquale: erit triangulum CDH triangulo CEk æquale, & latus DH la- 26 Primi.

teri E k æquale. cùm autem angulus DCA sit angulo ECB æqualis: erit quoq; circumferentia DA cirferentiæ BE æqualis. dum itaq; pondus in D descendit per circumferentiam DA, pondus in E per circumferentiam EB ipsi DA æqualem ascendit. & descensus pōderis in D de directo (more ipsorū)

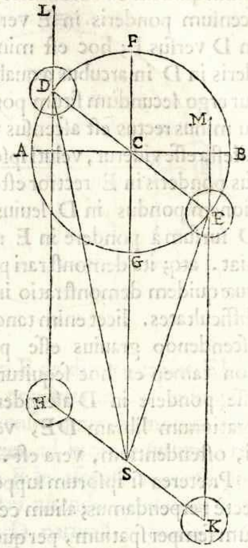


capiet DH; ascensus verò ponderis in E de directo capiet E k ipsi DH æqualem: erit itaq; descensus ponderis in D ascensui ponderis in E æqualis. & qualis erit propensio vnius ad motum deorsum, talis etiam erit resistentia alterius ad motum sursum. resistentia scilicet violentiæ ponderis in E in ascensu naturali potentiæ ponderis in D in descensu contrà nitendo apponitur; cùm sit ipsi æqualis. quò enim pondus in D naturali potentia deorsum velocius descendit, eò tardius pondus in E violenter ascendit. quare neutrum ipsorum alteri præponderabit, cùm ab æquali non proueniat actio. Non igitur pondus in D pondus in E sursum mouebit. si enim moueret; necesse esset, pondus in D maiorem habere virtutem descendendo, quàm pondus in E ascendendo; sed hæc sunt æqualia: ergo pondera manebunt. & grauitas ponderis in D grauitati ponderis in E æqualis erit. Præterea quoniam supponunt, quò pondus à linea directionis FG magis distat, eò grauius esse: Idcirco ductis quoq; à punctis DE ipsi FG perpendicularibus DO EI; simili modo demonstrabitur, triangulum CDO triangulo CEI æqualem esse: & lineam DO ipsi EI æqualem. tam igitur distat à linea FG pondus in D, quàm pondus in E. ex ipsorum igitur rationibus, atq; suppositionibus, pondera in DE æquè grauia erunt. Amplius quid prohibet, quin libram DE ex necessitate in FG moueri simili ratione ostendatur? Primùm quidem ex eorummet demonſtrationibus colligi poteſt, aſcenſum ponderis in E verſus B rectiorem eſſe aſcenſu ponderis in D verſus F; hoc eſt minus capere de directo aſcenſum ponderis in D in arcubus æqualibus aſcenſu ponderis in E. ſupponatur ergo ſecundùm ſitum pondus leuius eſſe, quantò in eodem ſitu minus rectus eſt aſcenſus: quæ quidem ſuppoſitio, adeò manifeſta eſſe videtur, veluti ipſorum altera. Quoniam igitur aſcenſus ponderis in E rectior eſt aſcenſu ponderis in D; per ſuppoſitionem pondus in D leuius erit pondere in E. ergo pondus in D ſurſum à pondere in E mouebitur, ita vt libra in FG perueniat. atq; ita demonſtrari poterit, libram DE in FG moueri. quæ quidem demonſtratio inutilis eſt prorſus, eaſdemq; patitur difficultates. licet enim tanquàm verum admittatur pondus in E aſcendendo grauius eſſe pondere in D ſimiliter aſcendendo, non tamen ex hoc ſequitur, pondus in E deſcendendo grauius eſſe pondere in D aſcendendo. Neutra igitur harum demonſtrationum libram DE, vel in AB redire, vel in FG moueri, oſtendentium, vera eſt.

Præterea ſi ipſorum ſuppoſitionem, eorumq; verborum vim rectè perpendamus; alium certè habere ſenſum conſpiciemus. nam cùm ſemper ſpatium, per quod naturaliter pondus mouetur, à centro grauitatis ipſius ponderis ad centrum mundi, inſtar rectæ lineæ à centro grauitatis ad centrum mundi productæ, ſit ſumendum; tantò huiuſmodi ponderis deſcenſus, magis, minuſuè obliquus dicetur; quantò ſecundùm ſpatium inſtar prædictæ lineæ deſignatum, magis, aut minus (naturalem tamen locum petens, ſemperq; magis ipſi appropinquans) mouebitur; ita vt tantò obliquior deſcenſus dicatur, quantò recedit ab eiuſmodi ſpatio: rectior verò, quantò ad idem accedit. & in hoc ſenſu ſuppoſitio illa nemini difficultatem parere debet, adeò enim veritas eius conſpicua eſt; rationiq; conſentanea: vt nulla proſus manifeſtatione egere videatur.

Si itaq;

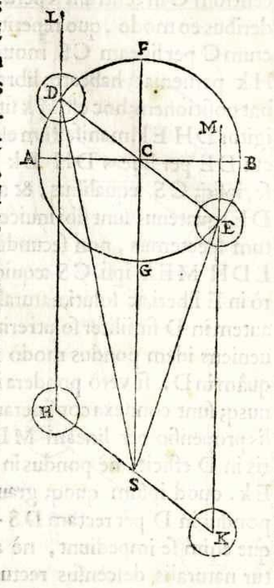
Si itaq; pondus solutum in situ D collocatum ad propium locum moueri debeat; proculdubio posito centro mundi S, per lineam D S mouebitur. similiter pondus in E solutum per lineam E S mouebitur. quare si (vt rei veritas est) ponderis descensus magis, minusuè obliquus dicetur secundùm recessum, & accessum ad spatia per lineas D S E S designata, iuxta naturales ipsorum ad propria locationes; conspicuum est, minus obliquum esse descensum ipsius E per E G, quàm ipsius D per D A: cùm angulum S E G angulo S D A minorem esse supra ostensum sit. quare in E pondus magis grauitabit, quàm in D. quod est penitus oppositum eius, quod ipsi ostendere conati sunt. Insurgent autem fortasse contra nos, si igitur (dicent) pondus in E grauius est pondere in D, libra



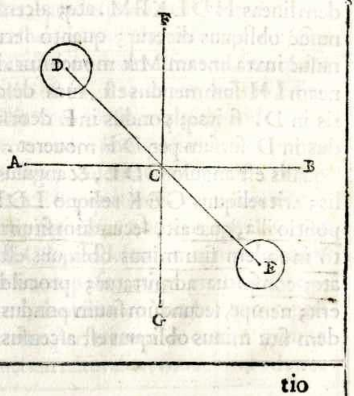
DE in hoc situ minimè persistet, quod equidẽ tueri proposuimus: sed in F G mouebitur. quibus respondemus, plurimum referre, siue consideremus pondera, quatenus sunt inuicem disiuncta, siue quatenus sunt sibi inuicem connexa. alia est enim ratio ponderis in E sine connexione ponderis in D, alia verò eiusdem alteri ponderi connexi; ita vt alterum sine altero moueri non possit. nam ponderis in E, quatenus est sine alterius ponderis connexione, rectus naturalis descensus est per lineam E S; quatenus verò connexum est ponderi in D, eius naturalis descensus non erit amplius per lineam E S, sed per lineam ipsi C S parallelam. magnitudo enim ex ponderibus E D, & libra D E composita, cuius grauitatis centrum est C, si nullibi sustineatur, deorsum eo modo, quo reperitur, secundùm grauitatis centrum per rectam à centro grauitatis C ad centrum mundi S ductam naturaliter mouebitur, donec centrum C in centrum S perueniat. libra igitur D E vná cum pon deribus eo modo, quo reperitur, deorſum mouebitur, ita vt punctum C per lineam C S moueatur, donec C in S, libraq; D E in H k perueniat; habeatq; libra in H k eandem, quam prius habebat poſitionem; hoc eſt H k ſit ipſi D E æquidiſtans. connectantur igitur D H E k. manifeſtum eſt, dum libra D E in H k mouetur puncta D E per lineas D H E k moueri, quippe exiſtentibus inter ſe ſe, ipſiq; C S æqualibus, & æquidiſtantibus. Quare pondera in D E, quatenus ſunt ſibi inuicem connexa, ſi ipſorum naturalem motum ſpectemus, non ſecundùm lineas D S E S, ſed ſecundùm L D H M E k ipſi C S æquidiſtantes mouebuntur. ponderis verò in E liberi, ac ſoluti, naturalis propenſio erit per E S: ponderis autem in D ſimiliter ſoluti erit per D S. ac propterea non eſt inconueniens idem pondus modò in E, modò in D, grauius eſſe in E, quàm in D. ſi verò pondera in E D ſibi inuicem connexa, quatenusq; ſunt connexa conſiderauerimus; erit ponderis in E naturalis propenſio per lineam M E K: grauitas enim alterius ponderis in D efficit, nè pondus in E per lineam E S grauitet, ſed per E k. quod ipſum quoq; grauitas ponderis in E efficit, nè ſcilicet pondus in D per rectam D S degrauet; ſed ſecundùm D H: vtraque enim ſe impediunt, nè ad propria loca permeent. Cùm igitur naturalis deſcenſus rectus ponderum in D E ſit ſecundùm L D H M E K: erit ſimliter rectus eorum aſcenſus ſecundùm eaſdem lineas H D L K E M. atq; aſcenſus ponderis in E magis, minuſuè obliquus dicetur; quantò ſecundùm ſpatium magis, minuſuè iuxta lineam M k mouebitur. hocq; prorſus modo iuxta lineam L H ſummendus eſt, tùm deſcenſus, tùm aſcenſus ponderis in D. ſi itaq; pondus in E deorſum per E G moueretur; pondus in D ſurſum per D F moueret. & quoniam angulus C E K æqualis eſt angulo C D L, & angulus C E G angulo C D F æqualis; erit reliquus G E K reliquo L D F æqualis. cùm autem ſuppoſitio illa, quæ ait, ſecundúm ſitum pondus grauius eſſe, quantò in eodem ſitu minus obliquus eſt deſcenſus; tanquam clara, atq; conſpicua admittatur; proculdubio hæc quoq; accipienda erit; nempè, ſecundúm ſitum pondus grauius eſſe, quantò in eodem ſitu minus obliquus eſt aſcenſus. cùm non minus manifeſta,

Margin notes: 33 Primi. (beside "cta D E per lineas D H E k moueri…"); 29 Primi. (beside "dus in D ſurſum per D F moueret…")

rationiq;

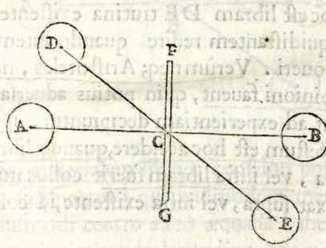


rationiq; ſit conſentanea. æqualis igitur erit deſcenſus ponderis in E aſcenſui ponderis in D. eandem enim obliquitatem habet deſcenſus ponderis in E, quam habet aſcenſus ponderis in D; & qualis erit propenſio vnius ad motum deorſum, talis quoq; erit reſiſtentia alterius ad motum ſurſum. nõ ergo pondus in E pondus in D ſurſum mouebit. neq; pondus in D deorſum mouebitur, ita vt ſurſum moueat pondus in E. nam cũ angulus CEB ſit ipſi CDA æqualis, & Angulus CEM ſit angulo
29 Primi. CDH æqualis; erit reliquus MEB reliquo HDA æqualis. deſcenſus igitur ponderis in D aſcenſui ponderis in E æqualis erit. non ergo pondus in D pondus in E ſurſum mouebit. ex quibus ſequitur pondera in DE, quatenus ſunt ſibi inuicem connexa, æquè grauia eſſe.



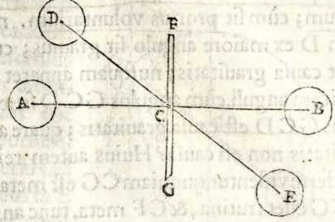
Alia deinde ratio, libram ſimiliter DE in AB redire oſtendens, cùm inquiunt, exiſtente trutina in CF meta eſt CG. & quoniam angulus DCG maior eſt angulo ECG; pondus in D grauius erit pondere in E; ergo libra DE in AB redibit: nihil meo iudicio concludit. figmentumq; hoc de trutina, & meta potius omittendum, ac ſilentio prætereundũ esset, quàm verbũ vllũ in eius confutatione sumendum; cùm sit prorsus voluntarium. necessitas enim cur pondus in D ex maiore angulo sit grauius; curq; maior angulus maioris sit causa grauitatis; nusquam apparet. si autem comparentur inuicem anguli, cùm angulus GCD sit æqualis angulo FCE; si angulus GCD est causa grauitatis; quare angulus FCE similiter grauitatis non est causa? Huius autem rei eam in medium rationem afferre videntur, quoniam CG est meta, & CF trutina. si (inquiunt) CG esset trutina, & CF meta, tunc angulus FCE grauitatis esset causa; non autem DCG ipsi æqualis. quæ quidem ratio immaginaria prorsus, ac voluntaria esse videtur. quid enim refert, siue trutina sit in CF, siue in CG, cùm libra DE in eodem semper puncto C sustineatur? Vt autem eorum deceptio clarius appareat.

Sit eadem libra AB, cuius medium C. sit deinde tota FG trutina. eaq; immobilis existat; quæ libram AB in puncto C sustineat. moueaturq; libra in DE. & quoniam trutina est, & supra, & infra libram, quis nam angulus erit causa grauitatis, cùm libra DE in



codẽ semper puncto sustineatur? dicent forsan, si trutina à potentia in F sustiteneatur, tunc CG erit tanquam meta, & angulus DCG grauitatis erit causa. si verò sustineatur in G, tunc FCE erit causa grauitatis, CF verò tanquam meta erit. cuius quidem rei nulla videtur esse causa, nisi immaginaria. meta enim (quod aiunt) nullam prorsus vim attractiuam, quandoq; ex maioris anguli parte, quandoq; ex parte minoris habere videtur. Verùm à duabus potentiis sustineatur trutina, in F scilicet, & in G, quod præ necessitate fieri potest, veluti si potentia in F sit adeò debilis, vt ex se ipsa medietatem tantùm ponderis sustinere quæat: sitq; potentia in G ipsi potentiæ in F æqualis, vtræq; autẽ simul libram vnà cum ponderibus sustineant. tunc quis nam angulus erit causa grauitatis? non

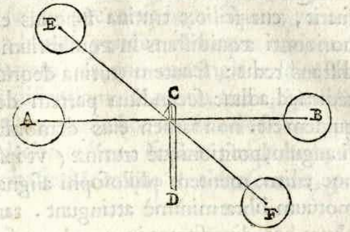
F FCE,



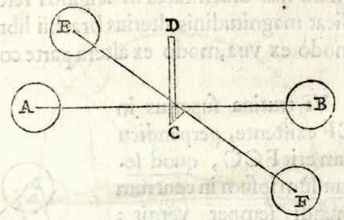
FCE, quia trutina eſt in CF, & in F ſuſtinetur. neq; DCG, cùm trutina ſit in CG, & in G quoq; ſuſtineatur; non igitur anguli grauitatis cauſa erunt. ergo neq; libra DE ab hoc ſitu ob hanc cauſam mouebitur. *Cardanus.* Hanc autem eorum ſententiam dupliciter confirmare videntur. primùm quidem aſſerunt Ariſtotelem in quæſtionibus mechanicis has duas tantùm quæſtiones propoſuiſſe; eiuſq; demonſtrationes, tùm maiori, & minori angulo, tùm trutinæ poſitioni inniti. Affirmant deinde experientiam hoc idem docere; hoc eſt libram DE trutina exiſtente in CF, in AB horizonti æquidiſtantem redire. quando autem trutina eſt in CG, in FG moueri. Verùm neq; Ariſtoteles, neq; experientia huic eorum opinioni fauent, quin potius aduerſantur. quantùm enim attinet ad experientiam decipiuntur, ipſa quidem experientia manifeſtum eſt hoc accidere, quando libræ quoq; centrum, vel ſupra, vel infra libram fuerit collocatum: non autem trutina duntaxat ſupra, vel infra exiſtente, id contingere.

Nam

Nam si libra AB habeat centrum C supra libram; sitq; trutina CD infra libram; moueaturq; libra in EF; tunc EF rursus in AB horizonti æquidistantem redibit. similiter si libra centrum C habeat infra libram, sitq; trutina CD supra libram, & moueatur libra in EF; patet libram ex parte F deorsum moueri, trutina supra libram existente. & in quocunq; alio situ fuerit trutina, idem semper eueniet. non igitur trutina, sed centrum libræ harum diuersitatum causa erit.



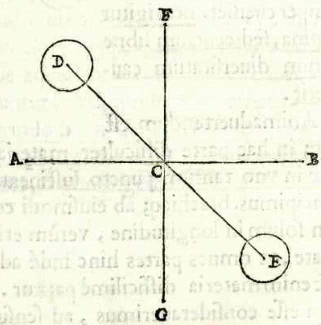
2 Huius.



3 Huius.

Animaduertendum est itaq; in hac parte difficulter materialem libram constitui posse, quæ in vno tantùm puncto sustineatur; quemadmodum mente concipimus. brachiaq; ab eiusmodi centro adeò æqualia habeat, non solum in longitudine, verùm etiam in latitudine, & profunditate, vt omnes partes hinc indé ad vnguem æqueponderent. hoc enim materia difficilimè patitur. quocirca si centrum in ipsa libra esse considerauerimus, ad sensum confugiendum non est: cùm artificilia ad summum illud perfectionis gradum ab artifice deduci minimè poßint. In aliis verò experientia quidem apparentia docere poterit; propterea quod, quamquam centrum libræ sit semper punctum, quando tamen supra libram fuerit, parùm refert, si libra in eo puncto adamussim minimè sustineatur; quia cùm sit semper supra libram, idem semper eueniet. simili quoq; modo quando est infra libram: quod tamen non accidit centro in ipsa libra existente. si enim ad vnguem semper in illo medio non sustineatur, diuersitatem efficiet; cùm facillimum sit, centrum illud, dùm libra mouetur, proprium mutare ſitum.

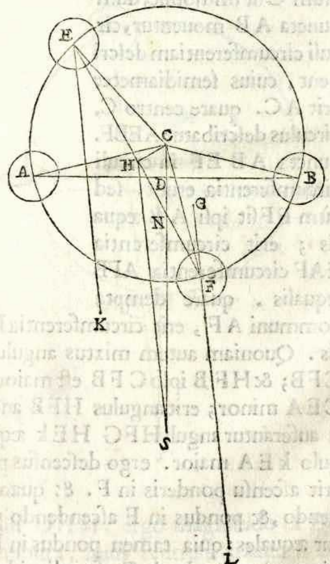
Quòd autem Ariſtoteles duas tantùm quæſtiones propoſuerit, cur ſcilicet trutina ſuperius exiſtente, ſi libra non ſit horizonti æquidiſtans in æquilibrium, hoc eſt horizonti æquidiſtans redit: ſi autem trutina deorſum fuerit conſtituta, non redit; ſed adhuc ſecundùm partem depreſſam mouetur: verum quidem eſt. non tamen eius demonſtrationes maiori, & minori angulo, poſitioniqué trutinæ (vt ipſi dicunt) innituntur. In hoc enim mentem philoſophi aſignantis rationem diuerſitatis motuum libræ minimè attingunt. tantùm enim abeſt philoſophum has diuerſitates in angulos referre, vt potius in cauſa eſſe dicat magnitudinis alterius brachii libræ exceſſum à perpendiculo, modò ex vna, modò ex altera parte contingentem.



Vt trutina ſuperius in CF exiſtente, perpendiculum erit FCG, quod ſecundùm ipſum in centrum mundi ſemper vergit; quod quidem libram motam in DE in partes diuidit inæquales; & maior pars eſt verſus D: id autem, quod plus eſt, deorſum fertur; ergo ex parte D deorſum libra mouebitur, donec in AB redeat. ſi verò trutina ſit in CG deorſum, erit GCF perpendiculum, quod libram DE in partes inæquales ſimiliter diuidit: maior autem pars erit verſus E; quare ex parte E deorſum libra mouebitur. quod vt rectè intelligatur, cùm trutina eſt ſupra libram, libræ quoq; centrum ſupra libram eſſe intelligendum eſt; & ſi deorſum, centrum quoque deorſum: vt infra patebit. Aliter ipſa Ariſtotelis demonſtratio nihil concluderet. exiſtente enim centro in ipſa libra, vt in C; quocunq; modo moueatur libra, nunquam perpendiculum FG libram

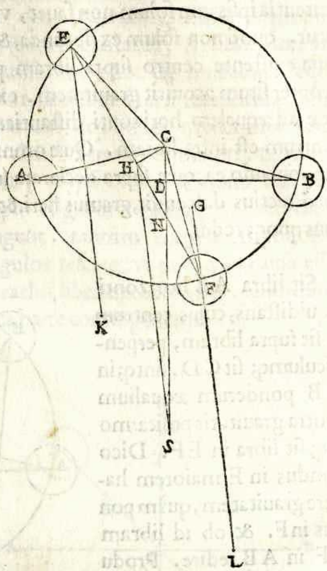
nisi

nisi in puncto C, & in partes diuidet æquales. quare Aristotelis sententia ipsis non solum non fauet, verùm etiam maximè aduersatur. quòd non solum ex secunda, & tertia huius liquet; verùm quia existente centro supra libram pondus eleuatum maiorem propter situm acquirit grauitatem. ex quò contingit redditus libræ ad æqualem horizonti distantiam. è contra verò, quando centrum est infra libram. Quæ omnia hoc modo ostendentur; supponendo ea, quæ supra declarata sunt. scilicet pondus ex quò loco rectius descendit, grauius fieri. & ex quo rectius ascendit, grauius quoq; reddi.



Sit libra AB horizonti æquidistans, cuius centrum C sit supra libram, perpendiculumq; sit CD. sintq; in AB ponderum æqualium centra grauitatis posita: motaq; sit libra in EF. Dico pondus in E maiorem habere grauitatem, quàm pondus in F. & ob id libram EF in AB redire. Producatur primùm CD vsq; ad mundi centrũ, quod sit S. deinde AC CB EC CF HS cõnectantur, à punctisq; EF ipsi HS æquidistantes ducantur E k GFL. Quoniam igitur naturalis descensus rectus totius magnitudinis, libræ scilicet EF sic constitutæ vná cum ponderibus, est scundùm grauitatis centrum H per rectam HS; erit quoq; ponderum in EF ita possitorum descensus secundùm rectas E k FL ipsi HS parallelas; sicuti supra demonstrauimus.

Descen-

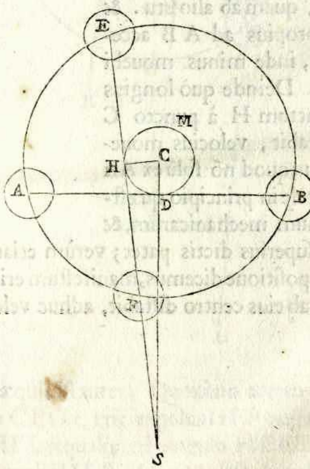


Descensus igitur, & ascensus ponderum in E F magis, minusuè obliquus dicetur secundùm accessum, & recessum iuxta lineas E k F L designatum. Quoniã autē duo latera A D D C duobus lateribus B D D E sunt æqualia; anguliq; ad D sunt
4 Primi. recti; erit latus A C lateri C B æquale. & cùm punctum C sit immobile; dum puncta A B mouentur, circuli circumferentiam describent, cuius semidiameter erit A C. quare centro C, circulus describatur AEBF. puncta A B E F in circuli circumferentia erunt. sed cùm E F sit ipsi A B æqualis; erit circumferentia
Ex 28 Tertii. EAF circumferentiæ AFB æqualis. quare dempta communi A F, erit circumferentia E A circumferentiæ F B æqualis. Quoniam autem mixtus angulus C E A est æqualis mixto CFB; & H F B ipso C F B est maior; angulus verò H E A ipso C E A minor; erit angulus H F B angulo H E A maior. à quibus si auferantur anguli H F G H E k æquales; erit angulus G F B an
29 Primi. gulo k E A maior. ergo descensus ponderis in E minus obliquus erit ascensu ponderis in F. & quamquam pondus in E descendendo, & pondus in F ascendendo per circumferentias moueantur æquales; quia tamen pondus in E ex hoc loco rectius descendit, quàm pondus in F ascendit: idcirco naturalis potentia ponderis in E resistentiam violentiæ ponderis F superabit. quare maiorem grauitatem habebit pondus in E, quàm pondus in F. ergo pondus in E deorsum, pondus verò in F sursum mouebitur:

donec

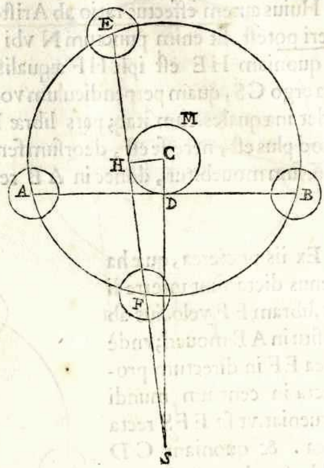
donec libra EF in AB redeat. quod demonstrare oportebat.

Huius autem effectus ratio ab Aristotele posita, hic manifesta intueri potest. sit enim punctum N vbi CS EF se inuicem secant. & quoniam HE est ipsi HF æqualis; erit NE maior NF. linea ergo CS, quam perpendiculum vocat, libram EF in partes diuidet inæquales. cùm itaq; pars libræ NE sit maior NF; atq; id, quod plus est, necesse est, deorsum ferri: libra ergo EF ex parte E deorsum mouebitur, donec in AB redeat. *Aristotelis ratio.*



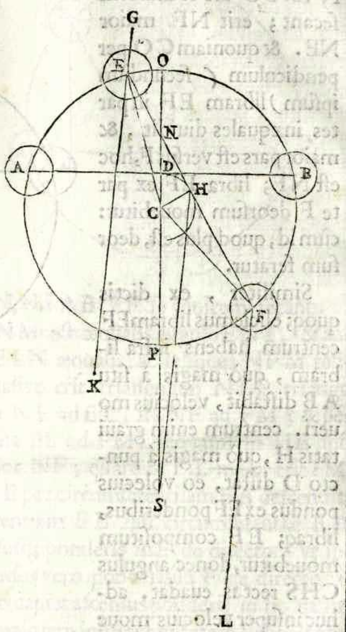
Ex iis præterea, quæ hactenus dicta sunt inferre licet, libram EF velocius ab eo situ in AB moueri; vndè linea EF in directum protracta in centrum mundi perueniat. vt sit EFS recta linea. & quoniam CD CH, sunt inter se se æquales. si igitur centro C, spatioq; CD, circulus describatur DHM; erunt puncta DH in circuli circumferentia. Quoniam autem CH ipsi EF est perpendicularis; continget linea EHS circulum DHM in puncto H. pondus igitur in H (sicuti supra demonstrauimus) grauius erit, quàm in alio situ circuli DHM. ergo magnitudo ex EF ponderibus, & libra EF composita, cuius centrum grauitatis est in H, in hoc situ magis grauitabit, quàm in quocunq; alio situ

circuli



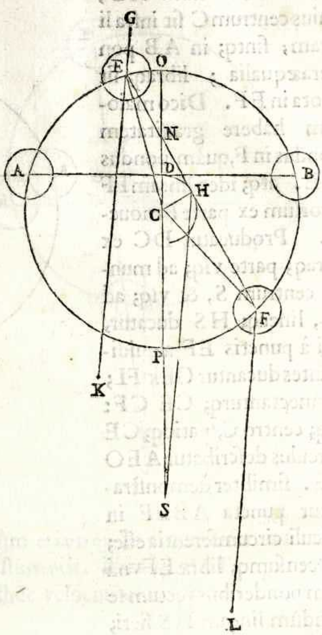
circuli fuerit punctum H. ab hoc igitur situ velocius, quàm à quocunq; alio mouebitur. & si H propius fuerit ipsi D minus grauitabit, minusq; ab eo situ mouebitur: semper enim descensus obliquior est, & minus rectus. libra ergo EF velocius ab hoc situ mouebitur, quàm ab alio situ. & si propius ad AB accedet, inde minus mouebitur. Deinde quò longius punctum H à puncto C distabit, velocius mouebitur; quod nõ solũ ex Aristotele in principio quæstionum mechanicarum, & ex superius dictis patet; verùm etiam ex iis, quæ infra in sexta propositione dicemus, manifestum erit. libra igitur EF, quò magis ab eius centro distabit, adhuc velocius mouebitur.

Sit



Sit deinde libra AB, cuius centrum C sit infra libram; sintq; in AB pondera æqualia; libraq; sit mota in EF. Dico maiorem habere grauitatem pondus in F, quàm pondus in E. atq; ideo libram EF deorsum ex parte F moueri. Producatur DC ex vtraq; parte vsq; ad mundi centrum S, & vsq; ad O, lineaq; HS ducatur, cui à punctis EF æquidistantes ducantur GEK FL; connectanturq; CE CF: atq; centro C, spatioq; CE circulus describatur AEOBF. similiter demonstrabitur puncta ABEF in circuli circumferentia esse; descensumq; libræ EF vná cum ponderibus rectum secundùm lineam HS fieri; ponderumq; in EF secundùm lineas GK FL ipsi HS æquidistantes. Quoniam autem angulus CFP æqualis est angulo CEO: erit angulus HFP angulo HEO maior. angulus verò HFL æqualis est angulo HEG. à quibus igitur si demantur anguli HFP HEO, erit angulus LFP angulo GEO minor. quare descensus ponderis in F rectior erit ascensu ponderis in E. ergo naturalis potentia ponderis in F resistentiam violentiæ ponderis in E superabit. & ideo maiorem habebit grauitatem pondus in F, quàm pondus in E. Pondus igitur in F deorsum, pondus verò in E sursum mouebitur. *29 Primi.*

Aristotelis quoq; ratio hic perspicua erit. sit enim punctum *Aristotelis ratio.*



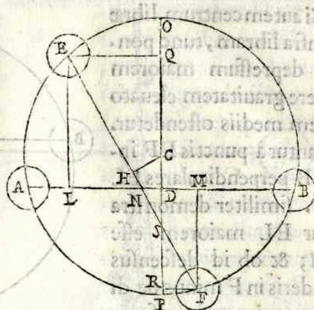
N vbi CO EF se inuicem secant; erit NF maior NE. & quoniam CO perpendiculum (secundùm ipsum) libram EF in partes inæquales diuidit, & maior pars est versus F, hoc est NF; libra EF ex parte F deorsum mouebitur: cùm id, quod plus est, deorsum feratur.

Similiter, ex dictis quoq; eliciemus libram EF centrum habens infra libram, quò magis à situ AB distabit, velocius moueri. centrum enim grauitatis H, quò magis á puncto D distat, eò volecius pondus ex EF ponderibus, libraq; EF compositum mouebitur, donec angulus CHS rectus euadat. adhuc insuper velocius mouebitur, quò libram à centro C magis distabit.

Ex ipsorum quinetiam rationibus, ac falsis suppositionibus iam declaratos libræ effectus, ac motus deducere, ac manifestare libet; vt quanta sit veritatis efficacia appareat, quippè ex falsis etiam elucescere contendit.

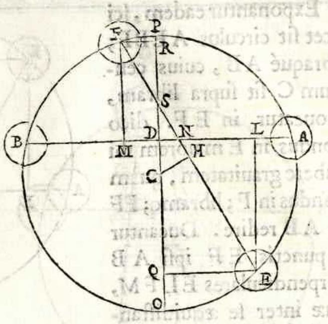
Exponan-

Exponantur eadem, ſcilicet ſit circulus AEBF; libraqué AB, cuius centrum C ſit ſupra libram, moueatur in EF. dico pondus in E maiorem ibi habere grauitatem, quàm pondus in F; libramq; EF in AB redire. Ducantur à punctis EF ipſi AB perpendiculares EL FM, quæ inter ſe æquidiſtantes erunt; ſitq; punctum N, vbi AB EF ſe inuicem ſecant. 28 *Primi.*



Quoniam igitur angulus FNM eſt æqualis angulo ENL, & angulus FMN rectus recto ELN æqualis, ac reliquus NFM reliquo NEL eſt etiam æqualis; erit triangulum NLE triangulo NMF ſimile. vt igitur NE ad EL, ita NF ad FM; & permutando vt EN ad NF, ita EL ad FM. ſed cùm ſit HE ipſi HF æqualis, erit EN maior NF; quare & EL maior erit FM. & quoniam dum pondus in E per circumferentiiam EA deſcendit, pondus in F per circumferentiam FB ipſi circumferentiæ EA æqualem aſcendit; deſcenſuſq; ponderis in E de directo (vt ipſi dicunt) capit EL: aſcenſus verò ponderis in F de directo capit FM; minus de directo capiet aſcenſus ponderis in F, quàm deſcenſus ponderis in E. maiorem igitur grauitatem habebit pondus in E, quàm pondus in F. 15 *Primi.* 29 *Primi.* 4 *Sexti.* 16 *Quinti.*

Producatur CD ex vtraq; parte in OP, quæ lineam EF in puncto S ſecet. & quoniam (vt aiunt) quò magis pondus à linea directionis OP diſtat, eò fit grauius; idcirco hoc quoq; medio pondus in E maiorem habere grauitauitatem pondere in F oſtendetur. Ducantur à punctis EF ipſi OP perpendiculares EQ FR. ſimili ratione oſtendetur, triangulum QES triangulo RFS ſimile eſſe; lineamq; EQ ipſa RF maiorem eſſe. pondus itaq; in E magis à linea OP diſtabit, quàm pondus in F; ac propterea pondus in E maiorem habebit grauitatem pondere in F. ex quibus reditus libræ EF in AB manifeſtus apparet.

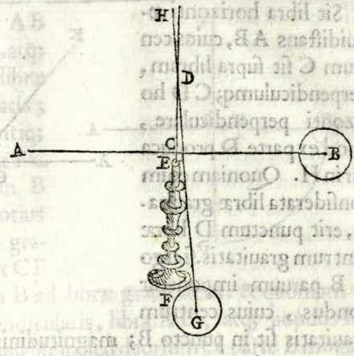


Si autem centrum libræ ſit infra libram, tunc pondus depreſſum maiorem habere grauitatem eleuato iiſdem mediis oſtendetur. ducantur à punctis E F ipſi A B perpendiculares E L F M. ſimiliter demonſtrabitur E L maiorem eſſe F M; & ob id deſcenſus ponderis in F minus de directo capiet, quàm aſcenſus ponderis in E: quocirca reſiſtentia violentiæ ponderis in E ſuperabit naturalem propenſionem ponderis in F. ergo pondus in E pondere in F grauius erit.

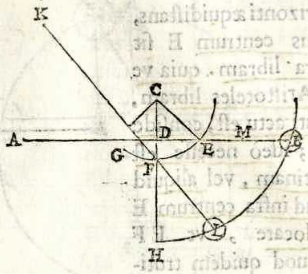
Producatur etiam C D ex vtraq; parte in O P; ipſiq; à punctis E F perpendiculares ducantur E Q F R. eodem prorſus modo oſtendetur, lineam E Q maiorem eſſe F R. pondus ideò in E magis à linea directionis O P diſtabit, quàm pondus in F. maiorem igitur grauitatem habebit pondus in E, quàm pondus in F. ex quibus ſequitur, libram E F ex parte E deorſum moueri.

Ariſtoteles itaq; has duas tantùm quæſtiones propoſuit, tertiamq; reliquit; ſcilicet cùm centrum libræ in ipſa eſt libra: hanc autem ommiſit, vt notam, quemadmodum res valde notas prætermittere ſolet. nam cui dubium, ſi pondus in eius centro grauitatis ſuſtineatur, quin maneat? Ea verò, quæ ex ipſius ſententia attulimus, aliquis reprehendere poſſet, nos integram eius ſententiam minimè protuliſſe affimans. nam cùm in ſecunda parte ſecundæ quæſtionis proponit, cur libra, trutina deorſum conſtituta, quando deorſum lato pondere quiſpiam id amouet, non aſcendit, ſed manet? non aſſerit adhuc libram deorſum moueri; ſed manere. quod in vltima quoq; concluſione colligiſſe videtur. Verùm hoc non ſolum nobis non repugnat, ſed ſi rectè intelligitur, maximè ſuffragatur.

Sit enim libra AB horizonti æquidistans, cuius centrum E sit infra libram. quia vero Aristoteles libram, sicuti actu est, conside rat; ideò necesse est trutinam, vel aliquid aliud infra centrum E collocare, vt EF (quod quidem trutina erit) ita vt centrum E sustineat. sitq; perpendiculum ECD. & vt libra AB ab hoc moueatur situ; dicit Aristoteles, ponatur pondus in B, quod cùm sit graue, libram ex parte B deorsum mouebit; putá in G. ita vt propter impedimentum deorsum amplius moueri non poterit. non enim dicit Aristoteles, moueatur libra ex parte B deorsum, quousq; libuerit; deinde relinquatur, vt nos diximus: sed præcipit, vt in ipso B ponatur pondus, quod ex ipsius natura deorsum semper mouebitur; donec libra trutinæ, siue alicui alii adhæreat. & quando B erit in G, erit libra in GH; in quo situ, ablato pondere, manebit: cùm maior pars libræ à perpendiculo sit versus G, quæ est DG, quàm DH. nec deorsum amplius mouebitur; nam libra, vel trutinæ, vel alteri cuipiam, quod centrum libræ sustineat, incumbet. si enim huic non adhæreret, libra ex parte G deorsum ex ipsius sententia moueretur; cùm id, quod plus est, scilicet DG, deorsum ferri sit necesse.



Cæterum quis adhuc dicere poterit, si paruum imponatur pondus in B, mouebitur quidem libra deorsum, non autem vsq; ad G. in quò situ secundùm Aristotelem, ablato pondere, manere deberet. quod experimento patet; cùm in vna tantùm libræ extremitate, imposito onere, hocq; vel maiore, vel minore, libra plus, minusuè inclinetur. Quod est quidem verissimum, centro supra libram, non autem infra, neq; in ipsa libra collocato. Vt exempli gratia.



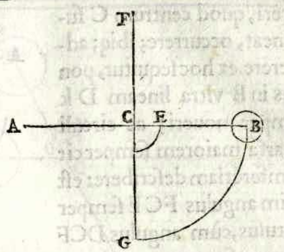
Sit libra horizonti æquidistans A B, cuius centrum C sit supra libram, perpendiculumq; C D horizonti perpendiculare, quod ex parte D producatur in H. Quoniam enim considerata libræ grauitate, erit punctum D libræ centrum grauitatis. si ergo in B paruum imponatur pondus, cuius centrum grauitatis sit in puncto B; magnitudinis ex libra A B, & pondere in B compositæ non erit amplius centrum grauitatis D; sed erit in

6 Primi Archim. de æquep. linea D B, vt in E: ita vt D E ad E B sit, vt pondus in B ad grauitatem libræ A B. Connectatur C E. Quoniam autem punctum C est immobile, dum libra mouetur, punctum E circuli circumferentiam E F G describet, cuius semidiameter C E, & centrum C. quia verò C D horizonti est perpendicularis, linea C E horizonti perpendicularis nequaquam erit. quare magnitudo ex A B, & pondere in B composita minimè in hoc situ manebit; sed

1. Huius. deorsum secundùm eius grauitatis centrum E per circumferentiam E F G mouebitur; donec C E horizonti perpendicularis euadat; hoc est, donec C E in C D F perueniat. atq; tunc libra A B mota erit in k L, in quo situ libra vná cum pondere manebit. nec deorsum amplius mouebitur. Si verò in B ponatur pondus grauius; centrum grauitatis totius magnitudinis erit ipsi B propius, vt in M. & tunc libra deorsum, donec iuncta C M in linea C D H perueniat, mouebitur. Ex maiore igitur, & minore pondere in B posito, libra plus, minusuè inclinabitur. ex quo sequitur pondus B quarta circuli parte minorem semper circumferentiam describere, cùm angulus F C E sit semper acutus. nunquam enim punctum B vsq; ad lineam C H perueniet, cùm centrum grauitatis ponderis, & libræ simul semper inter D B existat. quò tamen pondus in B grauius fuerit, maiorem quoq; circumferentiam describet. eò enim magis punctum B ad lineam C H accedet.

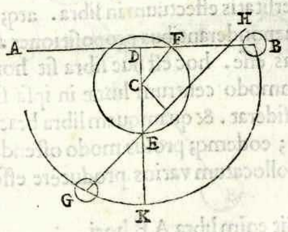
Habeat

Habeat autem libra AB centrum C in ipſa libra, atq; in eius medio: erit C libræ centrum quoq; grauitatis; à quo ipſi AB, horizontiq; perpendicularis ducatur FCG. ponatur deinde in B quoduis pondus; erit totius magnitudinis centrum grauitatis putá in E; ita vt CE



ad EB ſit, vt pondus in B ad libræ grauitatem. & quoniam CE non eſt horizonti perpendicularis, libra AB, atq; pondus in B in hoc ſitu nunquam manebunt; ſed deorſum ex parte B mouebuntur, donec CE horizonti fiat perpendicularis. hoc eſt donec libra AB in FG perueniat. ex quo patet, quolibet pondus in B circuli quartam ſemper deſcribere.

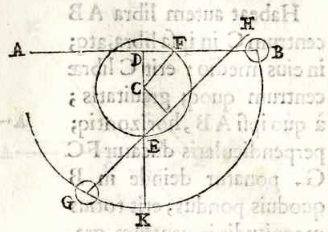
Sit autem centrum C infra libram AB. ſitq; DCE perpendiculum. ſimiliter poſito in B pondere, centrum grauitatis magnitudinis ex AB libra, & pondere in B compoſitæ in linea DB erit; vt in F; ita vt DF ad FB ſit, vt pondus in B



ad libræ pondus. Iungatur CF. & quoniam CD horizonti eſt perpendicularis; linea CF horizonti nequaquam perpendicularis exiſtet. quare magnitudo ex AB libra, ac pondere in B compoſita in hoc ſitu nunquam perſiſtet; ſed deorſum, niſi aliquid impediat, mouebitur; donec CF in DCE perueniat: in quo ſitu libra vná cum pondere manebit. & punctum B erit vt in G, atq; punctum A in H, libraq; GH non amplius centrum infra, ſed ſupra ipſam habebit. quod idem ſemper eueniet, quamuis minimum imponatur pondus in B. ergo priuſquam B perueniat ad G; neceſſe eſt libram, ſiue trutinæ deorſum poſitæ, vel alicui

alteri,

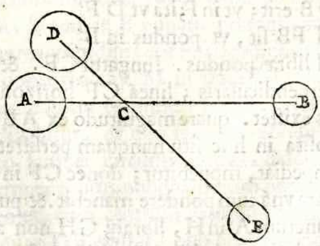
alteri, quod centrum C ſuſtineat, occurrere; ibiq; adhærere. ex hoc ſequitur, pondus in B vltra lineam D k ſemper moueri; ac circuli quarta maiorem ſemper circumferẽtiam deſcribere: eſt enim angulus FCE ſemper obtuſus, cùm angulus DCF ſemper ſit acutus. quò autem pondus in B fuerit leuius, maiorem tamen adhuc circumferentiam deſcribet. nam quò pondus in G leuius fuerit, eò magis pondus in G eleuabitur; libraq; GH ad ſitum horizonti æquidiſtantem propius accedet. quæ omnia ex iis, quæ ſupra diximus, manifeſta ſunt.



His demonſtratis. Manifeſtum eſt, centrum libræ cauſam eſſe diuerſitatis effectuum in libra. atq; patet omnes Archimedis de æqueponderantibus propoſitiones ad hoc pertinentes in omni ſitu veras eſſe. hoc eſt ſiue libra ſit horizonti æquidiſtans, ſiue non: dummodo centrum libræ in ipſa ſit libra; quemadmodum ipſe conſiderat. & quamquam libra brachia habeat inæqualia, idem eueniet; eodemq; proſus modo oſtendetur, centrum libræ diuerſimo dè collocatum varios producere effectus.

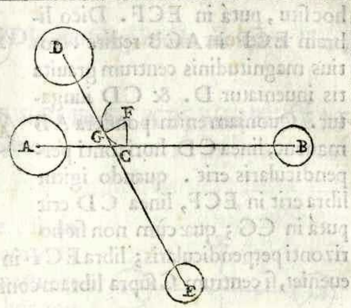
Sit enim libra AB horizonti æquidiſtans; & in AB ſint pondera inæqualia, quorum grauitatis centrum ſit C: ſuſpendaturq; libra in eodem puncto C. & moueatur libra in DE. manifeſtum eſt libram non ſolum in DE, ſed in quouis alio ſitu manere.

Per def. cẽtri grauitatis.

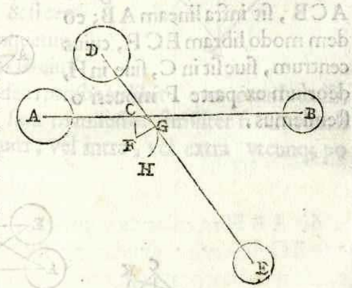


Sit

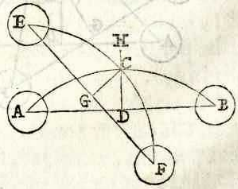
Sit autem centrum libræ A B ſupra C in F; ſitq; FC ipſi A B, & horizonti perpendicularis: & ſi moueatur libra in DE, linea CF mota erit in FG; quæ cùm non ſit horizonti perpendicularis, libra DE 1 *Huius.* deorſum ex parte D mouebitur, donec FG in FC redeat: atq; tunc libra DE in A B erit, in quò ſitu quoq; manebit.



Et ſi centrum libræ F ſit infra libram; ſitq; mota libra in DE; primùm quidem manifeſtum eſt libram in A B manere; in 1 *Huius.* DE verò deorſum ex parte E moueri: cùm linea FG non ſit horizonti perpendicularis.

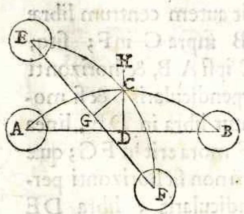


Ex his determinatis ſi libra ſit arcuata, vel libræ brachia angulum conſtituant; centrumq; diuerſimodè collocetur (quamquam hæc propriè non ſit libra) varios tamen huius quoq; effectus oſtendere poterimus. Vt ſit libra A C B, cuius centrum, circa quod vertitur, ſit C. ductaq; AB, ſit arcus ſiue angulus ACB ſupra lineam A B; & in AB grauitatis centra ponderum ponantur, quæ in hoc ſitu maneant. moueatur deinde libra ab

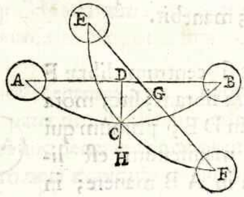


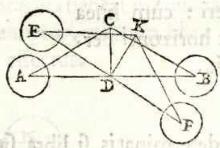
hoc situ, putá in ECF. Dico libram ECF in ACB redire. totius magnitudinis centrum grauitatis inueniatur D. & CD iungatur. Quoniam enim pondera AB manent, linea CD horizonti perpendicularis erit. quando igitur libra erit in ECF, linea CD erit putá in CG; quæ cùm non sit horizonti perpendicularis; libra E C F in ACB redibit. quod idem eueniet, si centrum C supra libram constituatur, vt in H.

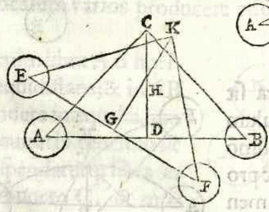
1 Huius.

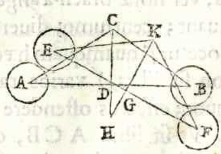


Si verò arcus, siue angulus ACB, sit infra lineam AB; eodem modo libram E C F, cuius centrum, siue sit in C, siue in H, deorsum ex parte F moueri ostendemus.





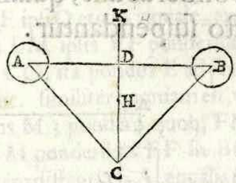




Sit autem angulus A C B supra lineam AB; ac libræ centrum sit H; lineaq; CH libram sustineat; & moueatur libra in EKF: libra Ek F in ACB redibit.

Si verò centrum libræ ſit D, quocunq; modo moueatur libra; vbi relinquetur, manebit.

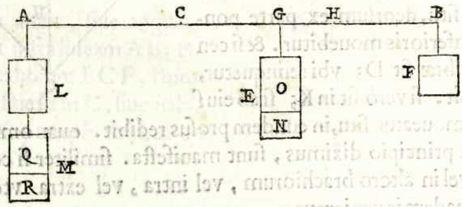
Si deinde punctum H ſit infra lineam A B; tunc libra E k F deorſum ex parte F mouebitur.



Similiq; prorſus ratione, ſi angulus A C B ſit infra lineam A B; ſitq; libræ centrum H; ſuſtineaturq; libra linea C H; ſi libra ab hoc moueatur ſitu, deorſum ex parte ponderis inferioris mouebitur. & ſi centrum libræ ſit D; vbi relinquetur, manebit. ſi verò ſit in K; ſi ab eiuſmodi moueatur ſitu, in eundem proſus redibit. quæ omnia ex iis, quæ in principio diximus, ſunt manifeſta. ſimiliter ſi centrum libræ, vel in altero brachiorum, vel intra, vel extra vtcunq; ponatur; eadem inueniemus.

PROPOSITIO. V.

Duo pondera in libra appenſa, ſi libra inter hæc ita diuidatur, vt partes ponderibus permutatim reſpondeant; tàm in punctis appenſis ponderabunt, quàm ſi vtraq; ex diuiſionis puncto ſuſpendantur.

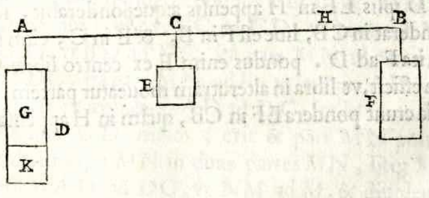


Sit A B libra, cuius centrum C; ſintq; duo pondera EF ex punctis BG ſuſpenſa: diuidaturq; BG in H, ita vt BH ad HG eandem habeat proportionem, quam pondus E ad pondus F. Dico pondera EF tàm in BG ponderare, quàm ſi vtraq; ex puncto H ſuſpendantur. fiat AC ipſi CH æqualis. & vt AC ad CG, ita fiat pondus E ad pondus L. ſimiliter vt AC ad CB, ita fiat pondus F ad pondus M. ponderaq; LM ex puncto A ſuſpendantur. Quoniam enim AC eſt æqualis CH, erit BC ad CH vt pondus M ad pondus F. & quoniam maior eſt BC, quàm CH; erit & pondus M ipſo F maius. diuidatur igitur pondus M in duas partes QR, ſitq; pars Q ipſi F æqualis; erit BC

17 Quinti. ad CH, vt RQ ad Q: & diuidendo, vt BH ad HC, ita R ad Q.

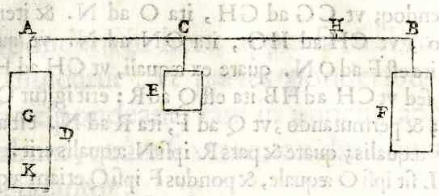
Cor.4 quinti. deinde conuertendo, vt CH ad HB, ita Q ad R. Præterea quoniam CH eſt æqualis ipſi CA, erit HC ad CG, vt pondus E ad pondus L: maior autem eſt HC, quàm CG; erit & pondus E pondere L maius. diuidatur itaq; pondus E in duas partes NO ita, vt pars O sit ipsi L æqualis, erit H C ad C G, vt totum NO ad O; & diuidendo, vt HG ad GC, ita N ad O: conuertendoq; vt CG ad GH, ita O ad N. & iterum componendo, vt CH ad HG, ita ON ad N. vt autem GH ad HB, ita est F ad ON. quare ex æquali, vt CH ad HB, ita F ad N. sed vt CH ad HB ita est Q ad R: erit igitur Q ad R, vt F ad N; & permutando, vt Q ad F, ita R ad N. est autem pars Q ipsi F æqualis; quare & pars R ipsi N æqualis erit. Itaq; cùm pondus L sit ipsi O æquale, & pondus F ipsi Q etiam æquale, atq; pars R ipsi N æqualis; erunt pondera LM ipsis EF ponderibus æqualia. & quoniam est, vt AC ad CG, ita pondus E ad pondus L; pondera EL æqueponderabunt. similiter quoniam est, vt AC ad CB, ita pundus F ad pondus M; pondera quoq; FM æqueponderabunt. Pondera igitur LM ponderibus EF in BG appensis æqueponderabunt. cùm autem distantia CA æqualis sit distantiæ CH; si igitur vtraq; pondera EF in H appendantur, pondera LM ipsis EF ponderibus in H appensis æqueponderabunt. sed LM ipsis EF in GB quoq; æqueponderant: æquè igitur grauia erunt pondera EF in GB, vt in H appensa. tàm igitur ponderabunt in BG, quàm in H appensa.

17 Quinti. Cor. 4 quinti. 18 Quinti. 23 Quinti. 11 Quinti. 16 Quinti. 6 Primi Archim. de æquep. 2 Com. not. huius. 3 Com. not. huius.



Sint autem pondera EF in CB appensa; sitq; C libræ centrum; & diuidatur CB in H, ita vt CH ad HB sit, vt pondus in F ad E. Dico pondera EF tàm in CB ponderare, quàm in puncto H. fiat CA ipsi CH æqualis, & vt CA ad CB, ita fiat pondus F ad aliud D, quod appendatur in A. Quoniam enim CH est æqua-

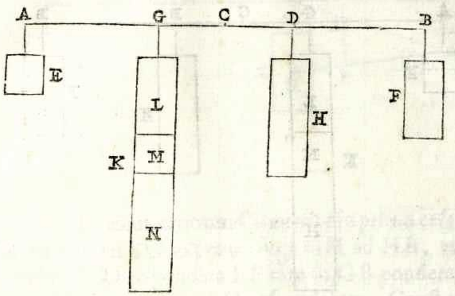
lis



lis CA, erit CH ad CB, vt F ad D; & maior quidem est CB, quàm CH; idcirco D pondere F maius erit. Diuidatur ergo D in duas partes G k, sitq; G ipsi F æqualis; erit vt BC ad CH, vt G k ad G; & diuidendo, vt BH ad HC, ita K ad G; & conuertendo, vt CH ad HB, ita G ad k. Vt autem CH ad HB, ita est F ad E. vt igitur G ad k, ita est F ad E; & permutando vt G ad F, ita k ad E. sunt autem GF æqualia; erunt & kE inter se se æqualia. cùm itaq; pars G sit ipsi F æqualis, & K ipsi E; erit totum C k ipsis EF ponderibus æquale. & quoniam AC est ipsi CH æqualis; si igitur pondera EF ex puncto H suspendantur, pondus D ipsis EF in H appensis æqueponderabit. sed & ipsis æqueponderat in CB, hoc est F in B, & E in C; cùm sit vt AC ad CB, ita F ad D. pondus enim E ex centro libræ C suspensum non efficit, vt libra in alterutram moueatur partem. tàm igitur grauia erunt pondera EF in CB, quàm in H appensa.

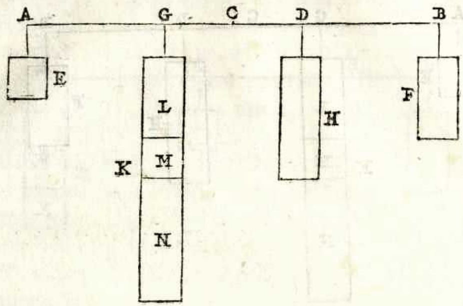
17 Quinti.
Cor.4 quinti.
11 Quinti.
16 Quinti.

Sit



Sit deniq; libra AB, & ex punctis AB suspensa sint pondera EF: sitq; centrum libræ C intra pondera; diuidaturq; AB in D, ita vt AD ad DB sit, vt pondus F ad pondus E. Dico pondera EF tàm in AB ponderare, quám si vtraq; ex puncto D suspendantur. fiat CG æqualis ipsi CD; & vt DC ad CA, ita fiat pondus E ad aliud H; quod appendatur in D. vt autem GC ad CB, ita fiat pondus F ad aliud K; appendaturq; k in G. Quoniã enim est, vt BC ad CG, hoc est ad CD, ita pondus k ad F; erit K maius pondere F. quare diuidatur pondus k in L, & MN; fiatq; pars L ipsi F æqualis; erit vt BC ad CD, vt totum LMN ad L; & diuidendo, vt BD ad DC, ita pars MN ad partem L. vt 17 *Quinti.* igitur BD ad DC, ita pars MN ad F. vt autem AD ad DB, ita F ad E: quare ex æquali, vt AD ad DC, ita MN ad E. cùm 23 *Quinti.* verò AD sit ipsa CD maior; erit & pars MN pondere E maior: diuidatur ergo MN in duas partes MN, sitq; M æqualis ipsi E. erit vt AD ad DC, vt NM ad M; & diuidendo, vt 17 *Quinti.* AC ad CD, ita N ad M: conuertendoq; vt DC ad CA, ita M *Cor.4 quinti* ad N. vt autem DC ad CA, ita est E ad H; erit igitur M ad N vt E ad H; & permutando, vt M ad E, ita N ad H. sed ME 11 *Quinti.* 16 *Quinti.* sunt inter se æqualia, erunt NH inter se quoq; æqualia. & quoniam ita est AC ad CD, vt H ad E: pondera HE æqueponderabunt. similiter quoniam est vt GC ad CB, ita F ad k, ponde- *6 Primi Archim. de æquep.*

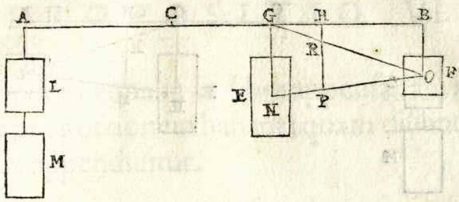
ra etiam



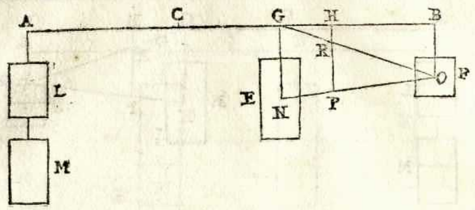
2 Com not. huius. ra etiam kF æqueponderabunt. pondera igitur E k HF in libra A B, cuius centrum C, æqueponderabunt. cùm autem GC ipsi CD sit æqualis, & pondus H sit ipsi N æquale; pondera N H æqueponderabunt. & quoniam omnia æqueponderant, demptis 1 Com.not. huius. HN ponderibus, quæ æqueponderant, reliqua æqueponderabunt; hoc est pondera E F & pondus L M ex centro libræ C suspensa. quia verò pars L ipsi F est æqualis, & pars M ipsi E æqualis; erit totum L M ipsis FE ponderibus simul sumptis æquale. & cùm sit C G ipsi C D æqualis, si igitur pondera E F ex puncto D suspendantur, pondera EF in D appensa ipsi L M æqueponderabunt. quare LM tàm ipsis EF in AB appensis æqueponderat, quàm in puncto D appensis. libra enim semper eodem modo manet. Pondera ergo EF tàm in AB ponderabunt, quàm in puncto D. quod 3 Com.not. huius. demonstrare oportebat.

Hæc autem omnia (mechanicè tamen magis) aliter ostendemus.

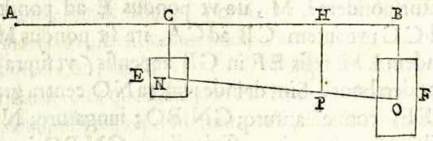
Sit

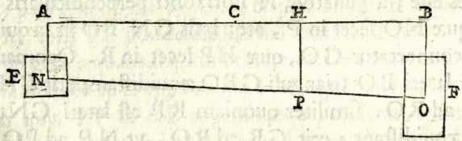


Sit libra AB, cuius centrum C; sintq; vt in primo casu duo pondera EF ex punctis BG suspensa: sitq; GH ad HB, vt pondus F ad pondus E. Dico pondera EF tàm in GB ponderare, quàm si vtraq; ex diuisionis puncto H suspendantur. Construantur eadem, hoc est fiat AC ipsi CH æqualis, & ex puncto A duo appendantur pondera LM, ita vt pondus E ad pondus L, sit vt CA ad CG; vt autem CB ad CA, ita sit pondus M ad pondus F. pondera LM ipsis EF in GB appensis (vt supra dictum est) æqueponderabunt. Sint deinde puncta NO centra grauitatis ponderum EF; connectanturq; GN BO; iungaturq; NO, quæ tanquam libra erit; quæ etiam efficiat lineas GN BO inter se se æquidistantes esse; à punctoq; H horizonti perpendicularis ducatur HP, quæ NO secet in P, atq; ipsis GN BO sit æquidistans. deniq; connectatur GO, quæ HP secet in R. Quoniam igitur HR est lateri BO trianguli GBO æquidistans; erit GH ad HB, vt GR ad RO. *2 Sexti.* similiter quoniam RP est lateri GN trianguli OGN æquidistans; erit GR ad RO, vt NP ad PO. quare vt GH ad HB, ita est NP ad PO. vt autem GH ad HB, ita *11 Quinti.* est pondus F ad pondus E; vt igitur NP ad PO, ita est pondus F ad pondus E. punctum ergo P centrum erit grauitatis magnitudinis ex vtrisq; EF ponderibus compositæ. *6 Primi Archim. de æquep.* Intelligantur itaq; pondera EF ita esse à libra NO connexa, ac si vna tantùm esset magnitudo ex vtrisq; EF composita, in punctisq; BG appensa. si igitur ponderum suspensiones BG soluantur, manebunt pondera *1 Huius.* EF ex HP suspensa; sicuti in GB prius manebant. pondera verò EF in GB appensa ipsis LM ponderibus æqueponderant, & pondera



EF ex puncto H ſuſpenſa, eandem habent conſtitutionem ad libram AB, quam in BG appenſa: eadem ergo pondera EF ex H ſuſpenſa eiſdem ponderibus LM æqueponderabunt, æquè igitur ſunt grauia pondera EF in GB, vt in H appenſa.

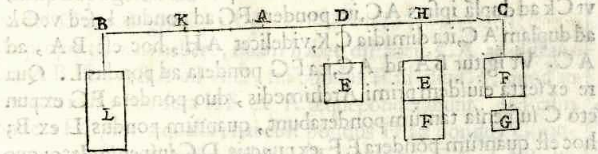




Similiter demonſtrabitur, pondera EF in quibuſcunq; aliis punctis appenſa tàm pōderare, quàm ſi vtraq; ex diuiſionis puncto H ſuſpendantur. ſi enim (vt ſupra docuimus) in libra pondera inueniantur, quibus pondera EF æqueponderent; eadem pondera EF ex H ſuſpenſa eiſdem inuentis ponderibus æqueponderabunt; cùm punctum P ſit ſemper eorum centrum grauitatis; & HP horizonri perpendicularis.

PROPOSITIO. VI.

Pondera æqualia in libra appensa eam in grauitate proportionem habent; quam distantiæ, ex quibus appenduntur.

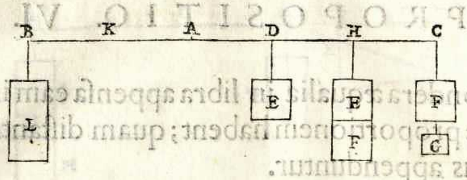


Sit libra B A C suspensa ex puncto A; & secetur A C vtcunq; in D: ex punctis autem D C appendantur æqualia pondera E F. Dico pondus F ad pondus E eam in grauitate proportionem habere, quam habet distantia C A ad distantiam A D. fiat enim vt C A ad A D, ita pondus F ad aliud pondus, quod sit G. Dico primúm pondera G F ex puncto C suspensa tantùm ponderare, quantùm pondera E F ex punctis D C. Secetur D C bifariam in H, & ex H appendantur vtraq; pondera E F. ponderabunt E F simul sumpta in eo situ, quantùm ponderant in D C. ponatur B A æqualis A H, seceturq; B A in K, ita vt sit K A æqualis A D: deinde ex puncto B appendatur pondus L duplum ponderis F, hoc est æquale duobus ponderibus E F, quod quidem æqueponderabit ponderibus E F in H appensis, hoc est appensis in D C. Quoniã igitur, vt C A ad A D, ita est pondus F ad pondus G; erit componendo vt C A A D ad A D, hoc est vt C k ad A D, ita pondera F G ad pondus G. sed cùm sit, vt C A ad A D, ita F pondus ad pondus G; erit conuertendo, vt D A ad A C, ita pondus G ad pondus F; & consequentium dupla, vt D A ad duplam ipsius A C, ita pondus G ad duplum ponderis F, hoc est ad pondus L. Quare vt C k ad D A, ita pondera E F ad pondus G; & vt

5 Huius.

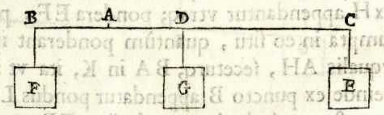
18 Quinti.

Cor. 4 quinti.



21 Quinti. AD ad duplã ipsius AC, ita pondus G ad pondus L; ergo ex æquali, vt Ck ad duplã ipsius AC, ita pondera FG ad pondus L. sed vt C k ad duplam AC, ita dimidia CK, videlicet AH, hoc est BA, ad AC. Vt igitur BA ad AC, ita FG pondera ad pondus L. Quare ex sexta eiusdem primi Archimedis, duo pondera FG ex puncto C suspensa tantùm ponderabunt, quantùm pondus L ex B; hoc est quantùm pondera EF ex punctis DC suspensa. Itaq; quoniam pondera FG tantùm ponderant, quantùm pondera EF; sublato communi pondere F, tàm ponderabit pondus G in C appensum, quàm pondus E in D, ac propterea pondus F ad pondus E eam in grauitate proportionem habet, quam habet ad pondus G. (7 Quinti.) sed pondus F ad G erat, vt CA ad AD: ergo & F pondus ad pondus E eam in grauitate proportionem habebit, quam habet CA ad AD. quod demonstrare oportebat.

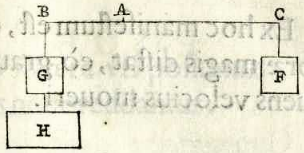
Si verò in libra BAC pondera EF æqualia ex punctis BC suspendantur; similiter dico pondus E ad pondus F eam



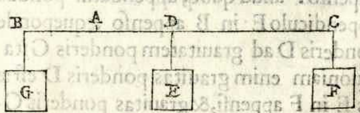
in grauitate proportionem habere, quàm habet distantia CA ad distantiam AB. fiat AD ipsi AB æqualis, & ex puncto D suspendatur pondus G æquale ponderi F; quod etiam ipsi E erit æquale. & quoniam AD est æqualis ipsi AB; pondera FG æqueponderabunt, eandemq; habebunt grauitatem. cùm autem grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis G sit, vt CA ad AD; erit grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F, vt CA ad AD, hoc est CA ad AB. quod erat quoq; ostendendum.

ALITER.

Sit libra B A C, cuius centrum A; in punctis verò B C pondera appendantur æqualia G F: ſitq; primùm centrum A vtcunque inter B C. Dico pondus F ad pondus G eam in grauitate proportionem habere, quam habet diſtantia C A ad diſtantiam A B. fiat vt B A ad A C, ita pondus F ad aliud H, quod appendatur in B: pondera H F ex A æqueponderabunt. ſed cùm pondera F G ſint æqualia, habebit pondus H ad pondus G eandem proportionem, quam habet ad F. vt igitur C A ad A B, ita eſt H ad G. vt autem H ad G, ita eſt grauitas ipſius H ad grauitatem ipſius G; cùm in eodem puncto B ſint appenſa. quare vt C A ad A B, ita grauitas ponderis H ad grauitatem ponderis G. cùm autem grauitas ponderis F in C appenſi ſit æqualis grauitati ponderis H in B; erit grauitas ponderis F ad grauitatem ponderis G, vt C A ad A B, videlicet vt diſtantia ad diſtantiam. quod demonſtrare oportebat. 6 Primi Archim. de æquep. 7 Quinti.



Si verò libra B A C ſecetur vtcunq; in D, & in D C appendantur pondera æqualia E F. Dico ſimiliter ita eſſe grauitatem ponderis F ad grauitatem ponderis E, vt diſtantia C A ad diſtantiam A D. fiat A B æqualis ipſi A D, & in B appendatur pondus G æquale ponderi E, & ponderi F. Quoniam enim A B eſt æqualis A D; pondera G E æqueponderabunt. ſed cùm grauitas ponderis F ad grauitatem ponderis G ſit, vt C A ad A B, & grauitas ponderis E ſit æqualis grauitati ponderis G; erit grauitas ponderis F ad grauitatem ponderis E, vt C A ad A B, hoc eſt vt C A ad A D. quod demonſtrare oportebat.



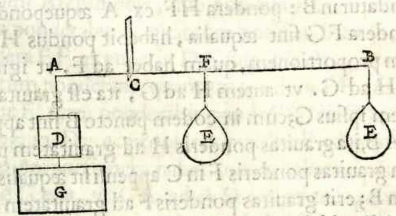
COROL-

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt, quò pondus à centro libræ magis diſtat, eò grauius eſſe; & per conſequens velocius moueri.

Stateræ ratio. Hinc præterea ſtateræ quoq; ratio facilè oſtendetur.

Sit enim ſtateræ ſcapus A B, cuius trutina ſit in C; ſitq; ſtateræ appendiculum E. appendatur in A pondus D, quod æqueponderet appendiculo E in F

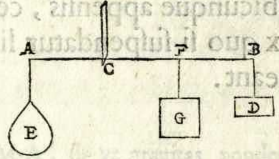


appenſo. aliud quoq; appendatur pondus G in A, quod etiam appendiculo E in B appenſo æqueponderet. Dico grauitatem ponderis D ad grauitatem ponderis G ita eſſe, vt CF ad CB. Quoniam enim grauitas ponderis D eſt æqualis grauitati ponderis E in F appenſi, & grauitas ponderis G eſt æqualis grauitati ponderis E in B; erit grauitas ponderis D ad grauitatem ponderis E in F, vt grauitas ponderis G ad grauitatem ponderis E in B: & permutando, vt grauitas ponderis D ad grauitatem ponderis G, ita grauitas ipſius E in F, ad grauitatem ipſius E in B; grauitas autem ponderis E in F ad grauitatem ponderis E in B eſt, vt CF ad CB; vt igitur grauitas ponderis D ad grauitatem ponderis G, ita eſt CF ad CB: ſi ergo pars ſcapi C B in partes diuidatur æquales, ſolo pondere E, & propius, & longius à puncto C poſito; ponderum grauitates, quæ ex puncto A ſuſpenduntur inter ſe ſe notæ erunt.

16 Quinti.
6 Huius.

Vt si distantia CB tripla sit distantiæ CF, erit quoq; grauitas ipsius G grauitatis ipsius D tripla. quod demonstrare oportebat.

Alio quoq; modo statera vti possumus, vt ponderum grauitates notæ reddantur.

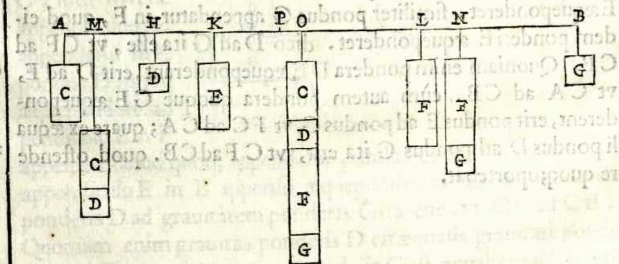


Sit scapus A B, cuius trutina sit in C; sitq; steratæ appendiculum E, quod appendatur in A; sintqué pondera DG inæqualia, quorum inter se se grauitatum proportiones quærimus: appendatur pondus D in B, ita vt ipsi E æqueponderet. similiter pondus G appendatur in F, quod eidem ponderi E æqueponderet. dico D ad G ita esse, vt CF ad CB. Quoniam enim pondera D E æqueponderant, erit D ad E, vt C A ad CB. *6 Primi Archim. de æquep.* cùm autem pondera quoque G E æqueponderent, erit pondus E ad pondus G, vt FC ad C A; quare ex æquali pondus D ad pondus G ita erit, vt C F ad CB. *23 Quinti.* quod ostendere quoq; oportebat.

PROPOSITIO VII.

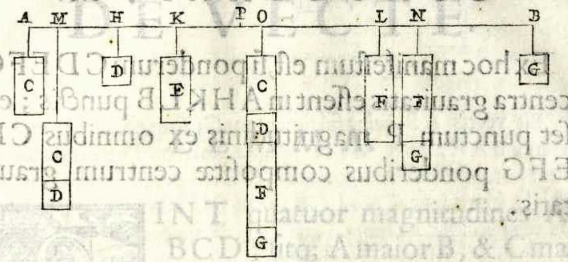
PROBLEMA.

Quotcunque datis in libra ponderibus vbicunque appensis, centrum libræ inuenire, ex quo si suspendatur libra, data póndera maneant.



Sit libra AB, sintq; data quotcunque pondera CDEFG. accipiantur in libra vtcunque puncta A H k L B, ex quibus data pondera spuspendantur. Centrum libræ inuenire oportet, ex quo si fiat suspensio, data pondera maneant. Diuidatur

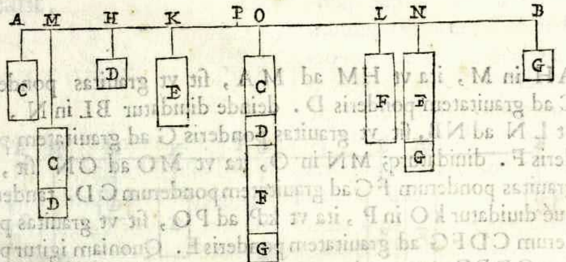
AH in



AH in M, ita vt HM ad MA, sit vt grauitas ponderis C ad grauitatem ponderis D. deinde diuidatur BL in N, ita vt L N ad NB, sit vt grauitas ponderis G ad grauitatem ponderis F. diuidaturq; MN in O, ita vt MO ad ON sit, vt grauitas ponderum FG ad grauitatem ponderum CD. tandemqué diuidatur kO in P, ita vt kP ad PO, sit vt grauitas ponderum CDFG ad grauitatem ponderis E. Quoniam igitur pondera CDFG tàm ponderant in O, quàm CD in M, & FG in N; æqueponderabunt pondera CD in M, & FG in N, & pondus E in K, si ex puncto P suspendantur. cùm verò pondera CD tantùm ponderent in M, quantùm in AH, & FG in N, quantùm in LB; pondera CDFG ex AHLB punctis suspensa, & pondus E ex k, si ex P suspendantur, æqueponderabunt, atq; manebunt. Inuentum est ergo centrum libræ P, ex quo data pondera manent. quod facere oportebat. *5 Huius.*

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt, ſi ponderum C D E F G centra grauitatis eſſent in A H K L B punctis; eſſet punctum P magnitudinis ex omnibus C D E F G ponderibus compoſitæ centrum grauitatis.



Hoc enim ex definitione centri grauitatis patet, cùm pondera, ſi ex puncto P ſuſpendantur, maneant.

DE VECTE.

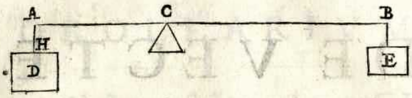
LEMMA.

SINT quatuor magnitudines A BCD; ſitq; A maior B, & C maior D. Dico A ad D maiorem habere proportionem; quàm habet B ad C.

Quoniam enim A ad C maiorem habet proportionem, quàm B ad C; 8 Quinti. & A ad D maiorem quoq; habet proportionem, quam habet ad C: A igitur ad D maiorem habebit, quam B ad C. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO I.

Potentia ſuſtinens pondus vecti appenſum; eandem ad ipſum pondus proportionem habebit, quam vectis diſtantia inter fulcimentum, ac ponderis ſuſpenſionem ad diſtantiam à fulcimento ad potentiam interiectam.

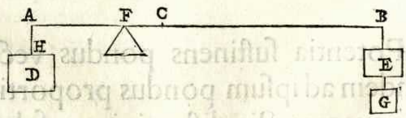


Sit vectis AB, cuius fulcimentum C; ſitq; pondus D ex A ſuſpenſum AH, ita vt AH ſit ſemper horizonti perpendicularis: ſitq; potentia ſuſtinens pondus in B. Dico potentiam in B ad pondus D ita eſſe, vt CA ad CB. fiat vt BC ad CA, ita pondus D ad aliud pondus E, quippè quod ſi in B appendatur; ipſi D æque ponderabit, exiſtente C amborum grauitatis centro. quare potentia æqualis ipſi E ibidem conſtituta ipſi D æqueponderabit, vecte AB, eius fulcimento in C collocato, hoc eſt prohibebit, ne pondus D deorſum vergat, quemadmodum prohibet pondus E. Potentia verò in B ad pondus D eandem habet proportionem, quam pondus E ad idem pondus D: ergo potentia in B ad pondus D erit, vt CA ad CB; hoc eſt vectis diſtantia à fulcimento ad ponderis ſuſpendium ad diſtantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonſtrare oportebat.

6 Primi Archim. de æquep. *Ex 7 quinti.*

Hinc facilè oſtendi poteſt, fulcimentum quò ponderi fuerit propius, minorem ad idem pondus ſuſtinendum requiri potentiam.

Iiſdem poſitis, ſit fulcimentum in F ipſi A propius, quàm C; fiatq; vt BF ad FA, ita pondus D ad aliud



G, quod ſi appendatur in B, pondera DG ex fulcimento F æqueponderabunt. quoniam autem BF maior eſt BC, & CA maior AC; maior erit proportio BF ad FA, quàm BC ad CA:

Ex eadem Sexta. *F Lemma.*

& ideo

& ideo maior quoq; erit proportio ponderis D ad pondus G, quàm idem D ad E: pondus igitur G minus erit pondere E. cùm autem potentia in B ipsi G æqualis ponderi D æqueponderet, minor potentia, quàm ea, quæ ponderi E est æqualis, pondus D sustinebit; existente vecte AB, eius verò fulcimento vbi F, quàm si fuerit vbi C. similiter quoq; ostendetur, quò propius erit fulcimentum ponderi D, adhuc semper minorem requiri potentiam ad sustinendum pondus D. 10 *Quinti.*

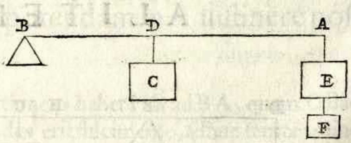
COROLLARIVM.

Vndè palàm colligere licet, existente AF ipsa FB minore, minorem quoq; requiri potentiam in ipso B pondere D sustinendo. æquali verò æqualem. maiore verò maiorem.

PROPOSITIO II.

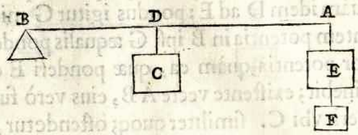
Alio modo vecte vti possumus.

Sit vectis AB, cuius fulcimentum sit B, & pondus C vtcunq; in D inter AB appensum; sitq; potentia in A sustinens pondus C. Dico vt BD ad BA, ita esse potentiam in A ad pondus C.



appendatur in A pondus E æquale ipsi C; & vt AB ad BD, ita fiat pondus E ad aliud F. & quoniam pondera C E sunt inter se se æqualia, erit pondus C ad pondus F, vt AB ad BD. appendatur quoq; pondus F in A. & quoniam pondus E ad pondus F est, vt grauitas ipsius E ad grauitatem ipsius F; & pondus E ad F est, vt AB ad BD; vt igitur grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F, ita est AB ab BD. vt autem AB ad BD, ita est grauitas ponderis E ad grauitatem *In sexta huius de libra.* *Ex 11 quinti.* *6 Huius. de libra.*

ponderis



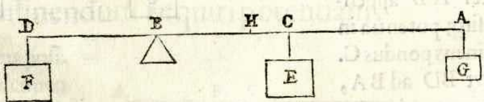
ponderis C: quare grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F ita erit, vt grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis C. Pondera igitur C F eandem habent grauitatem. Ponatur itaq; potentia in A sustinens pondus F; erit potentia in A æqualis ipsi ponderi F. & quoniam pondus F in A appensum æquè graue est, vt pondus C in D appensum; eandem proportionem habebit potentia in A ad grauitatem ponderis F in A appensi, quam habet ad grauitatem ponderis C in D appensi. Potentia verò in A ipsi F æqualis sustinet pondus F, ergo potentia in A pondus quoq; C sustinebit. Itaq; cùm potentia in A sit æqualis ponderi F, & pondus C ad pondus F sit, vt AB ad BD; erit pondus C ad potentiam in A, vt AB ad BD. & è conuerso, vt BD ad BA, ita potentia in A ad pondus C. potentia ergo ad pondus ita erit, vt distantia fulcimento, ac ponderis suspensioni intercepta ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod oportebat demonstrare.

Ex 9 quinti.

Ex 7 quinti.

Cor. 4 quinti.

ALITER.



Sit vectis AB, cuius fulcimentum sit B, & pondus E ex puncto C suspensum; sitq; vis in A sustinens pondus E. Dico vt BC ad BA, ita esse potentiam in A ad pondus E. Producatur AB in C, & fiat BD æqualis BC; & ex puncto D appendatur pondus F æquale ponderi E; itemq; ex puncto A suspendatur pondus G ita, vt pondus F ad pondus G eandem habeat proportionem, quam AB

D ad BA. pondera F G æqueponderabunt. cùm autem sit C B æqualis B D, pondera quoq; F E æqualia æqueponderabunt. pondera verò F E G in libra, seu vecte D B A appensa, cuius fulcimentum est B, non æqueponderabunt; sed ex parte A deorsum tendent. ponatur itaq; in A tanta vis, vt pondera F E G æqueponderent; erit potentia in A æqualis ponderi G. pondera enim F E æqueponderāt, & vis in A nihil aliud efficere debet, nisi sustinere pōdus G, ne descendat. & quoniam pondera F E G, & potentia in A æqueponderant, demptis igitur F G ponderibus, quæ æqueponderant, reliqua æqueponderabunt; scilicet potentia in A ponderi E, hoc est potentia in A pondus E sustinebit, ita vt vectis A B maneat, vt prius erat. Cùm autem potentia in A sit æqualis ponderi G, & pondus E ponderi F æquale; habebit potentia in A ad pondus E eandem proportionem, quam habet B D, hoc est B C ad B A. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc etiam (vt prius) manifestum esse potest, si ponatur pondus E propius fulcimento B, vt in H; minorem potentiam in A sustinere posse ipsum pondus.

Minorem enim proportionem habet H B ad B A, quam C B ad B A. & quò propius pondus erit fulcimento, adhuc semper minorem posse potentiam sustinere pondus E similiter ostendetur. 8 *Quinti.*

COROLLARIVM II.

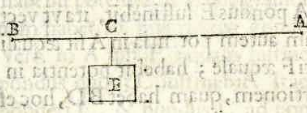
Sequitur etiam potentiam in A semper minorem esse pondere E.

Sumatur enim inter A B quoduis punctum C, semper B C minor erit B A.

COROLLARIVM III.

Ex hoc quoq; elici poteſt, ſi duæ fuerint potentiæ, vna in A, altera in B, & vtraq; ſuſtentet pondus E; potentiam in A ad potentiam in B eſſe, vt B C ad C A.

Vectis enim B A fungitur officio duorum vectiũ; & A B ſunt tanquam duo fulcimenta, hoc eſt quando A B eſt vectis, & potentia ſuſtinens in A; erit eius



fulcimentum B. Quando verò B A eſt vectis, & potentia in B; erit A fulcimentum: & pondus ſemper ex puncto C remanet ſuſpenſum. & quoniam potentia in A ad pondus E eſt, vt B C ad B A; vt autem pondus E ad potentiam, quæ eſt in B, ita eſt
22 *Quinti.* B A ad A C; erit ex æquali, potentia in A ad potentiam in B, vt B C ad C A. & hoc modo facilè etiam proportionem, quæ in Quæſtionibus Mechanicis quæſtione vigeſima nona ab Ariſtotele ponitur, nouiſſe poterimus.

COROLLARIVM IIII.

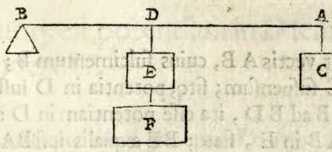
Eſt etiam manifeſtum, vtraſq; potentias in A, & B ſimul ſumptas æquales eſſe ponderi E.

Pondus enim E ad potentiam in A eſt, vt B A ad B C; & idem pondus E ad potentiam in B eſt, vt B A ad A C; quare pondus E ad vtraſq; potentias in A, & B ſimul ſumptas eſt, vt A B ad B C C A ſimul, hoc eſt ad B A. pondus igitur E vtriſq; potentiis ſimul ſumptis æquale erit.

PROPOSITIO III.

Alio quoq; modo vecte vti possumus.

Sit Vectis AB, cuius fulcimentum B; sitq; ex puncto A pondus C appensum; sitq; potentia in D vtcunq; inter AB sustinens pondus C. Dico vt AB



ad BD, ita esse potentiam in D ad pondus C. Appendatur ex puncto D pondus E æquale ipsi C; & vt B D ad BA, ita fiat pondus E ad aliud F. & cùm pondera C E sint inter se se æqualia; erit pondus C ad pondus F, vt BD ad BA. appendatur pondus F quoq; in D. & quoniam pondus E ad ipsum F est, vt grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F; & pondus E ad pondus F est, vt BD ad BA: vt igitur grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F, ita est BD ad BA. vt autem BD ad BA, ita est grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis C; quare grauitas ponderis E ad grauitatem ponderis F eandem habet proportionem, quam habet ad grauitatem ponderis C. pondera ergo C F eandem habent grauitatem. sit igitur potentia in D sustinens pondus F, erit potentia in D ipsi ponderi F æqualis. & quoniam pondus F in D æquè graue est, vt pondus C in A; habebit potentia in D eandem proportionem ad grauitatem ponderis F, quam habet ad grauitatem ponderis C. sed potentia in D pondus F sustinet; potentia igitur in D pondus quoq; C sustinebit: & pondus C ad potentiam in D ita erit, vt pondus C ad pondus F; & C ad F est, vt BD ad BA; erit igitur pondus C ad potentiam in D, vt BD ad BA: & conuertendo, vt AB ad BD, ita potentia in D ad pondus C. potentia ergo ad pondus est, vt distantia à fulcimento ad ponderis suspendium ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonstrare oportebat.

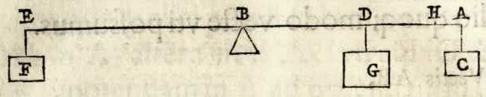
In sexta huius de libra.

6 Huius de libra.

9 Quinti.

7 Quinti.

ALITER.



Sit vectis A B, cuius fulcimentum B; & ex puncto A ſit pondus C ſuſpenſum; ſitq; potentia in D ſuſtinens pondus C. Dico vt A B ad B D, ita eſſe potentiam in D ad pondus C. Producatur A B in E, fiatq; B E æqualis ipſi B A; & ex puncto E appendatur pondus F æquale ponderi C; & vt B D ad B E, ita fiat pondus F ad aliud G, quod ex puncto D ſuſpendatur. pondera F G æqueponderabunt. & quoniam A B eſt æqualis B E, & pondera F C æqualia; ſimiliter pondera F C æqueponderabunt. Pondera verò F G C ſuſpenſa in vecte E B A, cuius fulcimentum eſt B, non æqueponderabunt; ſed ex parte A deorſum tendent. Ponatur igitur in D tanta vis, vt pondera F G C æqueponderent; erit potentia in D æqualis ponderi G: pondera enim F C æqueponderant, & potentia in D nil aliud efficere debet, niſi ſuſtinere pondus G ne deſcendat. & quoniam pondera F G C, & potentia in D æqueponderant, demptis igitur F G ponderibus, quæ æqueponderant; reliqua æqueponderabunt, ſcilicet potentia in D ponderi C. hoc eſt potentia in D pondus C ſuſtinebit, ita vt vectis A B maneat, vt prius. & cùm potentia in D ſit æqualis ponderi G, & pondus C æquale ponderi F; habebit potentia in D ad pondus C eandem proportionem, quam E B, hoc eſt A B ad B D. quod demonſtrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc etiam patet, vt prius, ſi coſtituatur pondus fulcimento B propius, vt in H; à minori potentia pondus ipſum ſubſtineri debere.

Minor

Minorem enim proportionem habet HB ad BD, quàm AB ad BD. & quò propius erit fulcimento, adhuc ſemper minorem requiri potentiam. 8 *Quinti.*

COROLLARIVM II.

Manifeſtum quoq; eſt, potentiam in D ſemper maiorem eſſe pondere C.

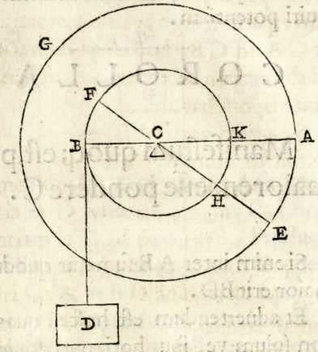
Si enim inter AB ſumatur quoduis punctum D, ſemper AB maior erit BD.

Et aduertendum eſt haſce, quas attulimus demonſtrationes non ſolum vectibus horizonti æquidiſtantibus, verùm etiam vectibus horizonti inclinatis ad hæc omnia oſtendenda commodè aptari poſſe. quod ex iis, quæ de libra diximus, patet.

PROPOSITIO IIII.

Si potentia pondus in vecte appenſum moueat; erit ſpatium potentiæ motæ ad ſpatium moti ponderis, vt diſtantia à fulcimento ad potentiam ad diſtantiam ab eodem ad ponderis ſuſpenſionem.

Sit vectis AB, cuius fulcimentum C; & ex puncto B sit pondus D suspensum; sitq; potentia in A mouens pondus D vecte AB. Dico spatium potentiæ in A ad spatium ponderis ita esse, vt CA ad CB. Moueatur vectis AB, & vt pondus D sursum moueatur, oportet B sursum moueri, A verò deorsum. & quoniam C est punctum immobile; idcirco dum A, & B mouentur, circulorũ circumferentias describent. Moueatur igitur AB in EF; erunt AE BF circulorum circumferentiæ, quorum semidiametri sunt CA CB. tota compleatur circumferentia AGE, & tota BHF; sintq; KH puncta, vbi AB, & EF circulum BHF secant. Quoniam e-

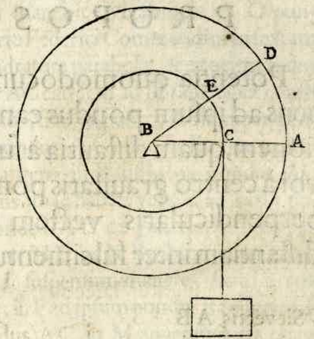


15 *Primi.* nim angulus BCF est æqualis angulo HCk; erit circumferentia
Ex 26 tertii. kH circumferentiæ BF æqualis. cùm autem circumferentiæ AE kH sint sub eodem angulo ACE, & circumferentia AE ad totam circumferentiam AGE sit, vt angulus ACE ad quatuor rectos; vt autem idem angulus HCk ad quatuor rectos, ita quoq; est circumferentia HK ad totam circumferentiam HBK; erit circumferentia AE ad totam circumferentiam AGE, vt circumfe-
16 *Quinti.* rentia kH ad totam kFH. & permutando, vt circumferentia AE ad circumferentiam kH, hoc est BF, ita tota circumferentia AGE ad totam circumferentiam BHF. tota verò circumferentia AGE ita se habet ad totam BHF, vt diameter circuli AEG
23 *Octaui Pappi.* ad diametrum circuli BHF. Vt igitur circumferentia AE ad cir
11 *Quinti.* cumferentiam BF, ita diameter circuli AGE ad diametrum circuli BHF: vt autem diameter ad diametrum, ita semidiameter ad semidiametrum, hoc est CA ad CB: quare vt circumferentia AE ad circumferentiam BF, ita CA ad CF. circumferentia verò AE spatium est potentiæ motæ, & circumferentia BF est

æqualis

æqualis ſpatio ponderis D moti. ſpatium enim motus ponderis D ſemper æquale eſt ſpatio motus pũcti B, cùm in B ſit appenſum: ſpatium ergo potentiæ motæ ad ſpatium moti ponderis eſt, vt CA ad CB; hoc eſt vt diſtantia à fulcimento ad potentiam ad diſtantiam ab eodem ad ponderis ſuſpenſionem. quod demonſtrare oportebat.

Sit autem vectis AB, cuius fulcimentum B; potentiaqué mouens in A; & pondus in C. dico ſpatium potentiæ translatæ ad ſpatium translati ponderis ita eſſe, vt BA ad BC. Moueatur vectis, & vt pondus ſurſum attollatur, neceſſe eſt puncta C A ſurſum moueri. Moueatur igitur A ſurſum vſq; ad D; ſitq; vectis motus BD. eodemq; modo (vt prius dictum eſt) oſtendemus puncta CA circulorum circumferentias deſcribere, quorũ ſemidiametri ſunt BA BC. ſimiliterq; oſtendemus ita eſſe AD ad CE, vt ſemidiameter AB ad ſemidiametrum BC.



Eademq; ratione, ſi potentia eſſet in C, & pondus in A, oſtendetur ita eſſe CE ad AD, vt BC ad BA; hoc eſt diſtantia à fulcimento ad potentiam ad diſtantiam ab eodem ad ponderis ſuſpenſionem. quod oportebat demonſtrare.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt maiorem habere proportionem ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potentiam.

Spatium enim potentiæ ad ſpatium ponderis eandem habet,

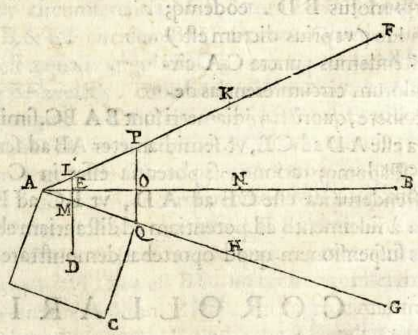
quam

quam pondus ad potentiam pondus sustinentem; potentia verò sustinens minor est potentia mouente, quare minorem habebit proportionem pondus ad potentiam ipsum mouentem, quàm ad potentiam ipsum sustinentem. spatium igitur potentiæ mouentis ad spatium ponderis maiorem habebit proportionem, quàm pondus ad eandem potentiam.

8 *Quinti.*

PROPOSITIO V.

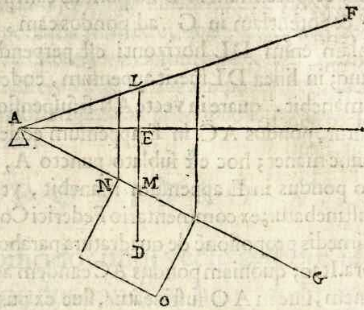
Potentia quomodocunq; vecte pondus sustinens ad ipsum pondus eandem habebit proportionem, quam distantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, intercepta, ad distantiam inter fulcimentum, & potentiam.



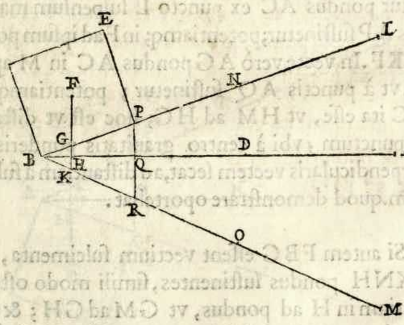
Sit vectis AB horizonti æquidistans, cuius fulcimentum N; sit deinde pondus AC, cuius centrum grauitatis sit D, quod primùm sit infra vectem; pondus verò sit ex punctis AO suspensum; & à puncto D horizonti, & ipsi AB perpendicularis ducatur DE. si verò alii sint quoq; vectes AF AG, quorum fulcimenta sint HK; pondusq; AC in vecte AG ex punctis AQ sit appensum; in vecte autem AF in punctis AP: lineaq; DE producta secet AF in L, & AG in M. dico potentiam in F pondus AC sustinentem ad ipsum pondus eam habere proportionem, quam habet KL ad kF; & potentiam in B ad pondus eam habere, quam NE ad NB; & potentiam in G ad pondus eam, quam HM ad HG. Quoniam enim DL horizonti eſt perpendicularis, pondus AC vbicunq; in linea DL fuerit appenſum, eodem modo, quo reperitur, manebit. quare in vecte AB ſi ſuſpenſiones, quæ ſunt ad AO ſoluantur, pondus AC in E appenſum eodem modo manebit, ſicuti nunc manet; hoc eſt ſublato puncto A, & linea QO, eodem modo pondus in E appenſum manebit, vt ab ipſis A O punctis ſuſtinebatur; ex commentario Federici Commandini in ſextam Archimedis propoſionẽ de quadratura parabolæ, & ex prima huius de libra. Itaq; quoniam pondus AC eandem ad libram habet conſtitutionem, ſiue in AO ſuſtineatur, ſiue ex puncto E ſit appenſum; eadem potentia in B idem pondus AC, ſiue in E, ſiue in AO ſuſpenſum ſuſtinebit. potentia verò in B ſuſtinens pondus AC in E appenſum ad ipſum pondus ita ſe habet, vt NE ad NB; potentia igitur in B ſuſtinens pondus AC ex punctis AO ſuſpenſum ad ipſum pondus ita erit, vt NE ad NB. Non aliter oſtendetur pondus AC ex puncto L ſuſpenſum manere, ſicuti à punctis AP ſuſtinetur; potentiamq; in F ad ipſum pondus ita eſſe, vt kL ad KF. In vecte verò AG pondus AC in M appenſum ita manere, vt à punctis AQ ſuſtinetur; potentiamq; in G ad pondus AC ita eſſe, vt HM ad HG; hoc eſt vt diſtantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem ſecat, ad diſtantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonſtrare oportebat. *1 Huius.*

Si autem FBG eſſent vectium fulcimenta, potentiæq; eſſent in KNH pondus ſuſtinentes, ſimili modo oſtendetur ita eſſe potentiam in H ad pondus, vt GM ad GH; & potentiam in N ad pondus, vt BE ad BN; ac potentiam in k ad pondus, vt FL ad Fk.

Et ſi vectes AB AF AG habeant fulcimenta in A, & pondus ſit NO; deinde ab eius centro grauitatis D ducatur ipſi AB, & horizonti perpẽdicularis DMEL; ſintq; potentiæ in FBG: ſimiliter oſtendetur ita eſſe potentiam in G pondus NO ſuſtinentem ad ipſum pondus, vt AM ad AG; ac potentiam in B, vt AE ad AB; & potentiam in F, vt AL ad AF.



Sit deinde vectis AB horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum D; & ſit BE pondus, cuius centrum grauitatis ſit F ſupra vectem: à punctoq; F horizonti, & ipſi AB ducatur FH; pondusq; à puncto B, & PQ ſuſtineatur. Sint deinde alii vectes BL BM, quorum fulcimenta ſint NO; lineaq; FH producta ſecet BM in k, & BL in G; pondus autem in vecte BL in punctis BP ſuſtineatur; in vecte autem BM à puncto B, & PR. Dico potentiam in L pondus BE vecte BL ſuſtinentem ad ipſum pondus eam habere proportionem, quam NG ad NL; & po-



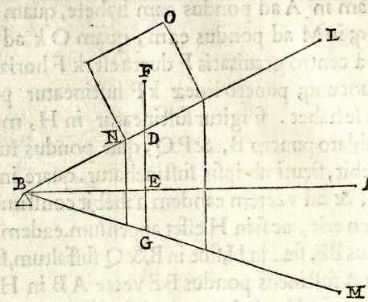
tentiam in A ad pondus eam habere, quam DH ad DA; potentiamq; in M ad pondus eam, quam O k ad OM. Quoniam enim à centro grauitatis F ducta est k F horizonti perpendicularis, ex quocunq; puncto lineæ k F sustineatur pondus, manebit; vt nunc se habet. si igitur sustineatur in H, manebit vt prius; scilicet sublato puncto B, & P Q, quæ pondus sustinent, pondus BE manebit, sicuti ab ipsis sustinebatur. quare in vecte AB grauescet in H, & ad vectem eandem habebit constitutionem, quam prius; idcirco erit, ac si in H esset appensum. eadem igitur potentia idem pondus BE, siue in H, siue in B, & Q suffultum, sustinebit. Potentia verò in A sustinens pondus BE vecte AB in H appensum ad ipsum pondus eandem habet proportionem, quam DH ad DA; eadem ergo potentia in A sustinens pondus BE in punctis BQ sustentatum ad ipsum pondus erit, vt DH ad DA. Similiter ostendetur pondus BE si in G sustineatur, manere; sicuti à punctis BP sustinebatur: & in puncto k, vt à punctis BR. quare potentia in L sustinens pondus BE ad ipsum pondus ita erit, vt NG ad NL. potentia verò in M ad pondus, vt OK ad OM; hoc est vt distantia à fulcimento ad punctum, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, ad distantiam à fulcimento ad potentiam. quod demonstrare quoq; oportebat.

1 Huius de libra.

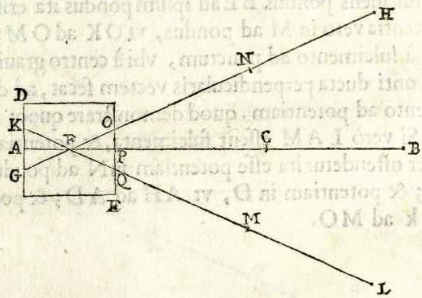
1 Huius.

Si verò LAM essent fulcimenta, & potentiæ in NDO; similiter ostendetur ita esse potentiam in N ad pondus, vt LG ad LN; & potentiam in D, vt AH ad AD; & potentiam in O, vt Mk ad MO.

Et si vectes BA BL BM habeant fulcimenta in B, & pondus supra vectē sit NO; & ab eius centro grauitatis F ducatur ipsi AB, & horizonti perpendicularis FDEG; sintqué potentiæ in L A M; similiter ostendetur ita esse potentiam in L pondus sustinentem ad ipsum pondus, vt BD ad BL; & potentiam in A ad pondus, vt BE ad BA, atq; potentiam in M, vt BG ad BM.



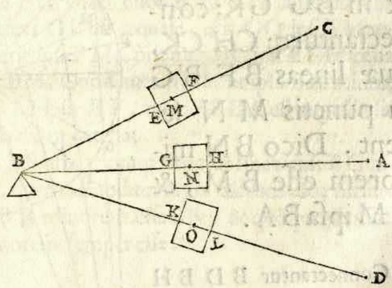
Sit deniq; vectis AB horizonti æquidistans, cuius fulcimentum C, & pondus DE habeat cētrum grauitatis F in ipso vecte AB; sintq; deniq; alii vectes GH kL, quorum fulcimenta sint MN; pondusq; in vecte GH sustineatur à punctis GO; in vecte autem AB à punctis AP; & in uecte KL à punctis KQ; & centrum grauitatis F sit quoq; in utroq; uecte GH kL; sintq; potentiæ in H BL. Dico potentiam in H ad pondus ita esse, ut NF ad NH; & potentiam in B ad pondus, ut CF ad CB; ac potentiam in L ad pondus, ut MF ad ML. Quoniam enim F centrum est grauitatis ponderis DE, si igitur in F



ſuſtineatur, pondus DE manebit ſicut prius, per deffinitionem centri grauitatis; eritq; ac ſi in F eſſet appenſum; atq; in vecte eodem modo manebit, ſiue à punctis AP, ſiue à puncto F ſuſtineatur. quod idem in vectibus GH kL eueniet; ſcilicet pondus eodem modo manere, ſiue in F, ſiue in GO, vel in kQ ſuſtineatur. eadem igitur potentia in B idem pondus DE, vel in F, vel in AP appenſum ſuſtinebit: & quando appenſum eſt in F ad ipſum pondus eſt, vt CF ad CB, ergo potentia ſuſtinens pondus DE in AP appenſum ad ipſum pondus erit, vt CF ad CB. eodemq; modo potentia in H ad pondus in GO appenſum ita erit, vt NF ad NH. potentiaq; in L ad pondus in kQ appenſum erit, vt MF ad M L. quod oſtendere quoq; oportebat.

Si verò HBL eſſent fulcimenta, & potentiæ eſſent in NCM; ſimiliter oſtendetur potentiam in N ad pondus ita eſſe, vt HF ad HN; & potentiam in C, vt BF ad BC, & potentiam in M, vt LF ad LM.

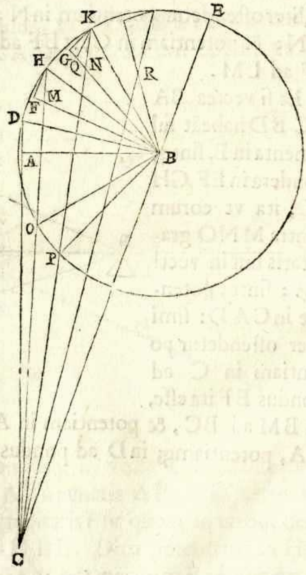
Et ſi vectes BA BC BD habeãt fulcimenta in B, ſintq; pondera in EF GH kL, ita vt eorum centra MNO grauitatis ſint in vectibus; ſintq; potentiæ in CAD: ſimiliter oſtendetur potentiam in C ad pondus EF ita eſſe,



vt BM ad BC, & potentiam in A ad pondus GH, vt BN ad BA, potentiamq; in D ad pondus KL, vt BO ad BD.

PROPOSITIO VI.

Sit AB recta linea, cui ad angulos ſit rectos AD, quæ ex parte A producatur vtcunq; vſq; ad C; connectaturq; CB, quæ ex parte B quoq; producatur vſq; ad E. ducantur deinde à puncto B vtcunq; inter AB BE lineæ BF BG ipſi AB æquales; à punctiſq; FG ipſis perpendiculares ducantur FH GK, quæ & inter ſe ſe, & ipſi AD conſtituantur æquales, ac ſi BA AD motæ ſint in BF FH, & in BG GK; connectanturq; CH CK, quæ lineas BF BG in punctis MN ſecent. Dico BN minorem eſſe BM, & BM ipſa BA.



Connectantur BD BH BK. & quoniam duæ lineæ DA AB duabus HF FB ſunt æquales, & angulus DAB rectus recto HFB eſt etiam æqualis; erunt reliqui anguli reliquis angulis æquales, & HB ipſi DB æqualis. ſimiliter oſtendetur triangulum BkG triangulo BHF æqualem eſſe. quare centro B, inter-

4 Primi.

uallo quidem vna ipsarum circulus describatur DHkE, qui lineas CH CK secet in punctis OP; connectanturq; OB PB. Quoniam igitur punctum k propius est ipsi E, quàm H; erit linea Ck maior ipsa CH, & CP ipsa CO minor: ergo PK ipsa OH maior erit. Quoniam autem triangulum BkP æquicrure latera Bk BP lateribus BH BO trianguli BHO æquicruris æqualia habet, basim verò KP basi HO maiorem, erit angulus kBP angulo HBO maior. ergo reliqui ad basim anguli, hoc est kPB PkB simul sumpti, qui inter se sunt æquales, reliquis ad basim angulis, nempè OHB HOB, qui etiam inter se sunt æquales, minores erunt: cùm omnes anguli cuiuscunq; trianguli duobus sint rectis æquales. quare & horum dimidii, scilicet NkB minor MHB. Cùm autem angulus BkG æqualis sit angulo BHF, erit NkG ipso MHF maior. si igitur à puncto k constituatur angulus GKQ ipsi FHM æqualis, fiet triangulum GkQ triangulo FHM æquale; nam duo anguli ad FH vnius duobus ad G k alterius sunt æquales, & latus FH lateri Gk est æquale, erit GQ ipsi FM æquale. ergo GN maior erit ipsa FM. Cùm itaq; BG ipsi BF sit æqualis, erit BN minor ipsa BM. Quòd autem BM sit ipsa BA minor, est manifestum; cùm BM ipsa BF, quæ ipsi BA est æqualis, sit minor. quod demonstrare oportebat.

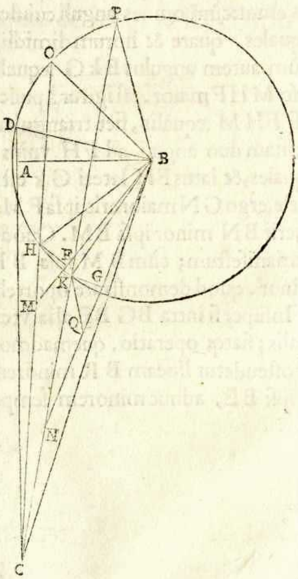
8 Tertii. 25 Primi. 5 Primi. 26 Primi.

Insuper si intra BG BE alia vtcunq; ducatur linea ipsi BG æqualis; fiatq; operatio, quemadmodum supra dictum est; similiter ostendetur lineam BR minorem esse BN. & quò propius fuerit ipsi BE, adhuc minorem semper esse.

Si verò

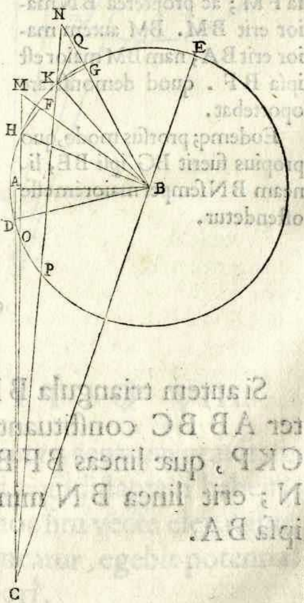
Si verò æqualia triangula BFH BGK sint deorsum inter BC BA constituta; connectanturq; HC KC, quæ lineas BF BG ex parte FG productas in punctis M N secent, erit BN maior BM, & BM ipsa BA.

Nam producatur CH Ck vsq; ad circumferentiam in OP, Connectanturq; BO BP; simili modo ostendetur lineam Pk maiorem esse OH, angulumq; PkB minorem esse angulo OHB. & quoniam angulus BHF est æqualis angulo BkG; erit totus PKG angulus angulo OHF minor: quare reliquus GKN reliquo FH M maior erit. si itaq; constituatur angulus GkQ ipsi FHM æqualis, linea KQ ipsam GN ita secabit, vt GQ ipsi FM æqualis euadat: quare maior erit GN, quàm FM; quibus si æquales adiiciantur BF BG, erit BN ipsa BM maior. & cùm BM sit ipsa FB maior, erit quoq; ipsa BA maior. similiter ostendetur, quò propius fuerit BG ipsi BC, lineam BN semper maiorem esse.

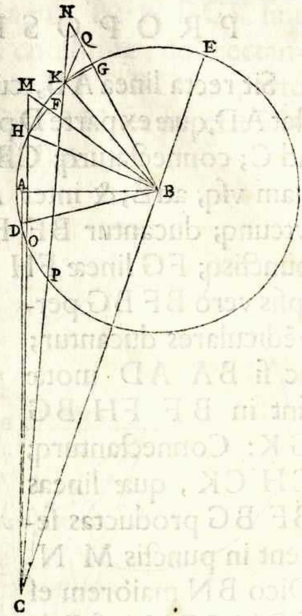


PROPOSITIO VII.

Sit recta linea AB; cui perpendicularis existat AD, quæ ex parte D producatur vtcunq; vſq; ad C; connectaturq; CB, quæ producatur etiam vſq; ad E; & inter AB BE lineæ ſimiliter vtcunq; ducantur BF BG ipſi AB æquales; à punctisq; FG lineæ FH GK ipſi AB æquales, ipſis verò BF BG perpẽdiculares ducantur; ac ſi BA AD motæ ſint in BF FH BG GK: Connectanturq; CH CK, quæ lineas BF BG productas ſecent in punctis M N. Dico BN maiorem eſſe BM, & BM ipſa BA.



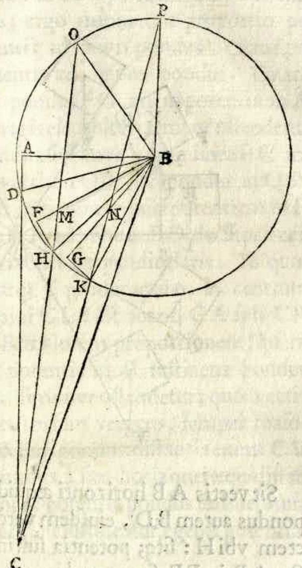
Connectantur BD BH Bk, & centro B, interuallo quidem BD, circulus deſcribatur. ſimiliter vt in præcedenti demonſtrabimus puncta kHDOP in circuli circumferentia eſſe, triangulaq; ABD FBH GBk inter ſe ſe æqualia eſſe, atq; lineam Pk maiorem OH, angulumq; PKB minorem eſſe angulo OHB. Quoniam igitur angulus BHF æqualis eſt angulo BkG,



erit totus angulus PkG angulo OHF minor: quare reliquus GkN reliquo FHM maior erit. si igitur fiat angulus GKQ ipsi FHM æqualis, erit triangulum GKQ triangulo FHM æquale, & latus GQ lateri FM æquale; ergo maior erit GN ipsa FM; ac propterea BN maior erit BM. BM autem maior erit BA; nam BM maior est ipsa BF. quod demonstrare oportebat.

Eodemq; prorsus modo, quo propius fuerit BG ipsi BE, lineam BN semper maiorem esse ostendetur.

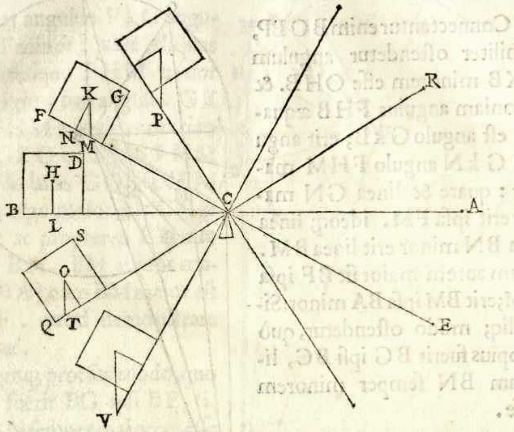
Si autem triangula BFH BGK deorsum inter AB BC constituantur, ducanturq; CHO CKP, quæ lineas BF BG secent in punctis M N; erit linea BN minor ipsa BM, & BM ipsa BA.



Connectantur enim B O B P, ſimiliter oſtendetur angulum P K B minorem eſſe O H B. & quoniam angulus F H B æqualis eſt angulo G k B; erit angulus G k N angulo F H M maior: quare & linea G N maior erit ipſa F M. ideoq; linea nea B N minor erit linea B M. Cùm autem maior ſit B F ipſa B M; erit B M ipſa B A minor. Similiq; modo oſtendetur, quò propius fuerit B G ipſi B C, lineam B N ſemper minorem eſſe.

PROPOSITIO VIII.

Potentia pondus ſuſtinens centrum grauitatis ſupra vectem horizonti æquidiſtantem habens, quò magis pondus ab hoc ſitu vecte eleuabitur; minori ſemper, vt ſuſtineatur, egebit potentia: ſi verò deprimetur, maiori.



Sit vectis A B horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum C; pondus autem B D, eiuſdem verò grauitatis centrum ſit ſupra vectem vbi H: ſitq; potentia ſuſtinens in A. moueatur deinde vectis A B in E F, ſitq; pondus motum in F G. Dico primùm minorem potentiã in E ſuſtinere pondus F G vecte E F, quàm potẽtia in A pondus B D vecte A B. ſit k centrum grauitatis ponderis F G; deinde tùm ex H, tùm ex K ducantur H L kM ipſorum horizontibus perpendiculares, quæ in centrũ mundi conuenient; ſitq; H L ipſi quoq; A B perpendicularis, ducatur deinde k N ipſi E F perpendicularis, quæ ipſi H L æqualis erit, & C N ipſi C L æqualis. Quoniam enim H L horizonti eſt perpendicularis, potentia in A ſu-
5 *Huius.* ſtinens pondus B D ad ipſum pondus eam habebit proportionem, quam C L ad C A. rurſus quoniam k M horizonti eſt perpendicularis, potentia in E pondus F G ſuſtinens ita erit ad pondus, vt C M ad C E. Cùm autem C N N K ipſis C L L H ſint æquales,
6 *Huius.* angulosq; rectos contineant; erit C M minor ipſa C L; ergo C M
8 *Quinti.* ad C A minorem habebit proportionem, quam C L ad C A; &

C A ip-

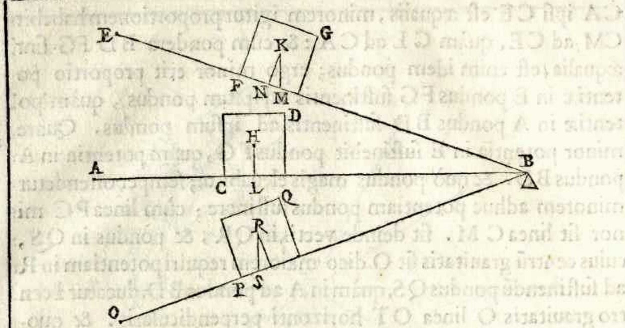
CA ipſi CE eſt æqualis, minorem igitur proportionem habebit CM ad CE, quàm CL ad CA: & cùm pondera BD FG ſint æqualia, eſt enim idem pondus; ergo minor erit proportio potentiæ in E pondus FG ſuſtinentis ad ipſum pondus, quàm potentiæ in A pondus BD ſuſtinentis ad ipſum pondus. Quare minor potentia in E ſuſtinebit pondus FG, quàm potentia in A pondus BD. & quò pondus magis eleuabitur; ſemper oſtendetur minorem adhuc potentiam pondus ſuſtinere; cùm linea PC minor ſit linea CM. ſit deinde vectis in QR, & pondus in QS, cuius centrũ grauitatis ſit O. dico maiorem requiri potentiam in R ad ſuſtinendũ pondus QS, quàm in A ad pondus BD. ducatur à centro grauitatis O linea OT horizonti perpendicularis. & quoniam HL OT, ſi ex parte L, atq; T producantur, in centrum mundi conuenient; erit CT maior CL: eſt autem CA ipſi CR æqualis, habebit ergo TC ad CR maiorem proportionem, quàm LC ad CA. Maior igitur erit potentia in R ſuſtinens pondus QS, quàm in A ſuſtinens BD. ſimiliter oſtendetur; quò vectis RQ magis à vecte AB diſtabit deorſum vergens, ſemper maiorem potentiam requiri ad ſuſtinendum pondus: diſtantia enim CV longior eſt CT. Quò igitur pondus à ſitu horizonti æquidiſtante magis eleuabitur à minori ſemper potentia pondus ſuſtinebitur; quò verò magis deprimetur, maiori, vt ſuſtineatur, egebit potentia. quod demonſtrare oportebat.

10 Quinti. *6 Huius.* *6 Huius.* *8 Quinti.* *Ex 10 quinti.* *6 Huius.*

Hinc facile elicitur potentiam in A ad potentiam in E ita eſſe, vt CL ad CM.

Nam ita eſt LC ad CA, vt potentia in A ad pondus; vt autem CA, hoc eſt CE ad CM, ita eſt pondus ad potentiam in E; quare ex æquali potentia in A ad potentiam in E ita erit, vt CL ad CM. *22 Quinti.*

Similiq; ratione non ſolum oſtendetur, potentiam in A ad potentiam in R ita eſſe, vt CL ad CT; ſed & potentiam quoq; in E ad potentiam in R ita eſſe, vt CM ad CT. & ita in reliquis.



Sit deinde vectis AB horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum B; & centrum grauitatis H ponderis CD ſit ſupra vectem; moueaturq; vectis in BE, pondusq; in FG. dico minorem potentiam in E ſuſtinere pondus FG vecte EB, quàm potentia in A pondus CD vecte AB. ſit k centrum grauitatis ponderis FG, & à centris grauitatum H k ipſorum horizontibus perpendiculares ducantur HL kM. Quoniam enim(ex ſupra demonſtratis) BM minor eſt BL, & BE ipſi BA æqualis; minorem habebit proportionem BM ad BE, quàm BL ad BA. ſed vt BM ad BE, ita potentia in E ſuſtinens pondus FG ad ipſum pondus; & vt BL ad BA, ita potentia in A ad pondus CD; minorem habebit proportionem potentia in E ad pdndus FG, quàm potentia in A ad pondus CD. Ergo potentia in E minor erit potentia in A. ſimiliter oſtendetur, quò magis pondus eleuabitur, ſemper minorem potentiam pondus ſuſtinere. Sit autem vectis in BO, & pondus in PQ, cuius centrum grauitatis ſit R. dico maiorem potentiam in O requiri ad ſuſtinendum pondus PQ vecte BO, quàm pondus CD vecte BA. ducatur à puncto R horizonti perpendicularis RS. & quoniam BS maior eſt BL, habebit BS ad BO maiorem proportionem, quàm BL ad BA; quare maior erit potentia in O ſuſtinens pondus PQ, quàm potentia in A ſuſtinens pondus CD. & hoc modo oſtendetur, quò vectis BO magis à vecte AB deorſum tendens diſtabit, ſemper maiorem ponderi

6 Huius. 8 Quinti.
5 Huius.
10 Quinti.
6 Huius.

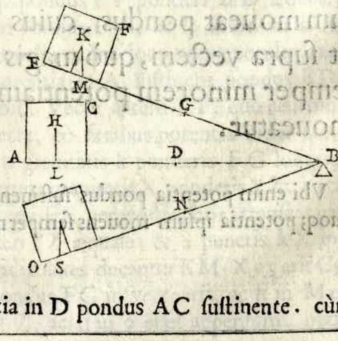
ſuſtinendo requiri potentiam.

Hinc quoq; vt ſupra patet pontentiam in A ad potentiam in E eſſe, vt B L ad B M; potentiamq; in A ad potentiam in O, vt BL ad B S. atque potentiam in E ad potentiam in O, vt B M ad B S.

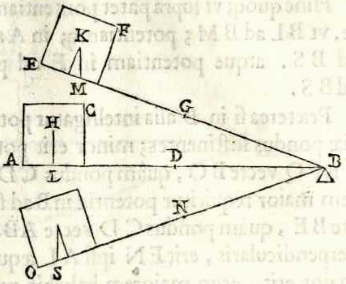
Præterea ſi in B alia intelligatur potentia, ita vt duæ ſint potentiæ pondus ſuſtinentes; minor erit potentia in B ſuſtinens pondus P Q vecte B O, quàm pondus C D vecte B A. ex aduerſo autem maior requiritur potentia in B ad ſuſtinendum pondus FG vecte B E, quàm pondus C D vecte AB. ducta enim kN ipſi E B perpendicularis, erit E N ipſi A L æqualis: quare E M ipſa LA maior erit. ergo maiorem habebit proportionem E M ad E*B*, quàm L A ad A*B*; & LA ad A*B* maiorem, quàm SO ad O*B*; quæ ſunt proportiones potentiæ ad pondus. *8 Quinti. 5 Huius.*

Similiter oſtendetur potentiam in *B* pondus vecte A*B* ſuſtinentem ad potentiam in eodem puncto *B* vecte E*B* ſuſtinentem eſſe, vt L A ad E M; ad potentiam autem in B pondus vecte O*B* ſuſtinentem ita eſſe, vt AL ad OS. quæ verò vectibus E*B* OB ſuſtinent inter ſe ſe eſſe, vt E M ad OS.

Deinde vt in iis, quæ ſuperius dicta ſunt, demonſtrabimus potentiam in *B* ad potentiam in E eam habere proportionem, quam E M ad M*B*; & potentiam in *B* ad potentiam in A ita eſſe, vt AL ad L*B*, potentiamq; in *B* ad potentiam in O, vt O S ad S*B*. *3 Cor. 2 Huius.*



Sit autem vectis A*B* horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum *B*, grauitatiſq; centrum H ponderis AC ſit ſupra vectem: moueaturq; vectis in *B*E, ac pondus in E F, potentiaq; in G. ſimiliter vt ſupra oſtendetur potentiam in G pondus E F ſuiſtinentem minorem eſſe potentia in D pondus AC ſuſtinente. cùm



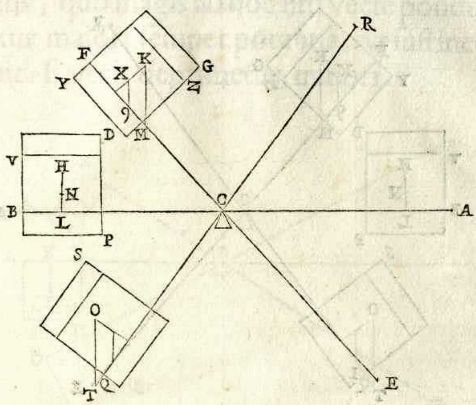
enim minor ſit BM ipſa BL, minorem habebit proportionem MB ad BG, quàm LB ad BD. atq; hoc modo oſtendetur, quò pondus vecte magis eleuabitur, minorem ſemper ad pondus ſuſtinendum requiri potentiam. Similiter ſi moueatur vectis in BO, potentiaq; ſuſtinens in N, oſtendetur potentiam in N maiorem eſſe potentia in D. maiorem enim habet proportionem SB ad BN, quàm LB ad BD. oſtendetur etiam, quò magis pondus deprimetur; maiorem ſemper (vt ſuſtineatur) requiri potentiam. quod demonſtrare oportebat.

Hinc quoq; liquet potentias in G D N inter ſe ſe ita eſſe, vt BM ad BL, atq; vt BL ad BS, deniq; vt BM ad BS.

COROLLARIVM.

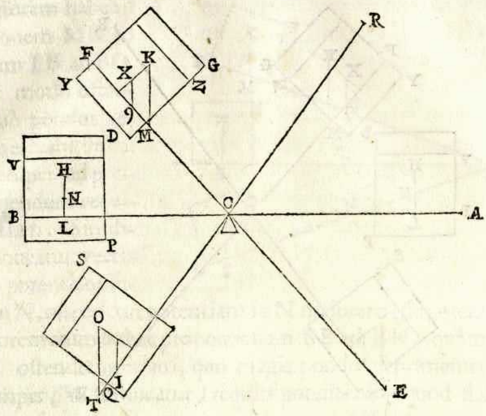
Ex his manifeſtum eſt; ſi potentia vecte ſurſum moueat pondus, cuius centrum grauitatis ſit ſupra vectem, quò magis pondus eleuabitur; ſemper minorem potentiam requiri vt pondus moueatur.

Vbi enim potentia pondus ſuſtinens eſt ſemper minor, erit quoq; potentia ipſum mouens ſemper minor.



Ex iis etiam demonstrabitur, si centrum grauitatis eiusdem ponderis, siue propinquius, siue remotius fuerit à vecte AB horizonti æquidistante, eandem potentiam in A pondus nihilominus sustinere: vt si centrum grauitatis H ponderis BD longius absit à vecte BA, quàm centrum grauitatis N ponderis PV, dummodo ducta à puncto H perpendicularis HL horizonti, vectiq; AB transeat per N; sitq; pondus PV ponderi BD æquale; erit tùm pondus BD, tùm pondus PV, ac si ambo in L essent appensa; atque sunt æqualia, cùm loco vnius ponderis accipiantur, eadem igitur potentia in A sustinens pondus BD, pondus quoq; PV sustinebit. Vecte autem EF, quò centrum grauitatis longius fuerit à vecte, eò facilius potentia idem pondus sustinebit: vt si centrum grauitatis k ponderis FG longius sit à vecte EF, quàm centrum grauitatis X ponderis YZ; ita tamen vt ducta à puncto k vecti FE perpendicularis transeat per X; sitq; pondus FG ponderi YZ æquale; & à punctis kX ipsorum horizontibus perpendiculares ducantur KM X9; erit C9 maior CM; ac propterea pondus FG in vecte erit, ac si in M esset appensum, & pondus YZ, ac si in 9 esset appensum. quo-

niam



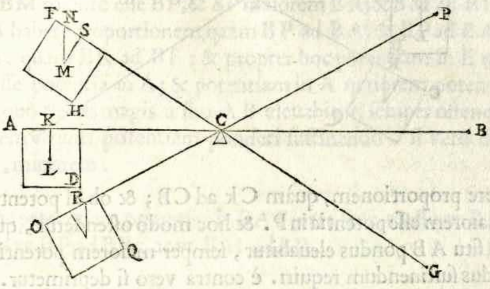
8 Quinti. niam autem maiorem habet proportionem C9 ad CE, quàm CM ad CE, maior potentia in E sustinebit pondus YZ, quàm FG. In vecte autem QR è conuerso demonstrabitur, scilicet quò centrum grauitatis eiusdem ponderis sit longius à vecte, eò maiorem esse potentiam pondus sustinentem. maior enim est CT, quàm CI; & ob id maiorem habebit proportionem CT ad CR, quàm CI ad CR. Similiter demonstrabitur, si pondus intra potentiam, & fulcimentum fuerit collocatum; vel potentia intra fulcimentum, & pondus. Quod idem etiam potentiæ eueniet mouenti. vbi enim minor potentia sustinet pondus, ibi minor potentia mouebit; & vbi maior in sustinendo, ibi maior quoq; in mouendo requiretur.

RROPOSITIO VIIII.

Potentia pondus sustinens infra vectem horizonti æquidistantem ipsius centrum grauitatis

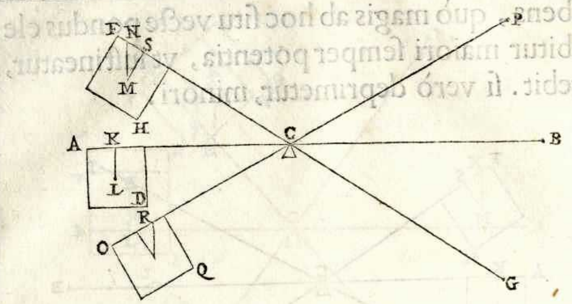
habens

habens, quò magis ab hoc situ vecte pondus eleuabitur maiori semper potentia, vt sustineatur, egebit. si verò deprimetur, minori.



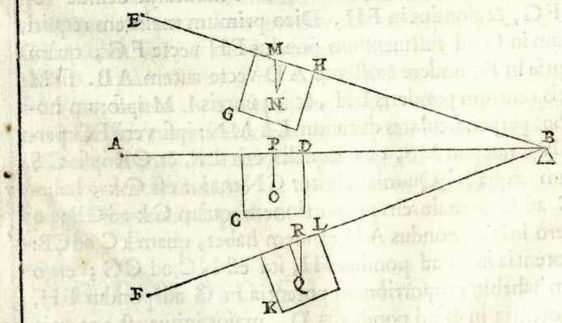
Sit vectis AB horizonti æquidistans, cuius fulcimentum C; sitq; pondus AD, cuius centrum grauitatis L sit infra vectem; sitq; potentia in B sustinens pondus AD: moueatur deinde vectis in FG, & pondus in FH. Dico primùm maiorem requiri potentiam in G ad sustinendum pondus FH vecte FG, quàm sit potentia in B pondere existente AD vecte autem AB. sit M grauitatis centrum ponderis FH, & à punctis L M ipsorum horizontibus perpendiculares ducantur Lk MN: ipsi verò FG perpendicularis ducatur MS, quæ æqualis erit LK, & CK ipsi CS erit etiam æqualis. Quoniam igitur CN maior est Ck, habebit NC ad CG maiorem proportionem, quàm Ck ad CB; po- 7 *Huius.* 8 *Quinti.* 5 *Huius.*
tentia uerò in B ad pondus AD eandem habet, quam kC ad CB: & vt potentia in G ad pondus FH, ita est NC ad CG; ergo maiorem habebit proportionem potentia in G ad pondus FH, quàm potentia in B ad pondus AD. maior igitur est potentia 10 *Quinti*
in G ipsa potentia in B. si verò vectis sit in OP, & pondus in OQ; erit potentia in B maior, quàm in P. eodem enim modo ostendetur CR minorem esse Ck, & CR ad CP minorem 7 *Huius.*

O habere



habere proportionem, quàm C k ad C B; & ob id potentiam in B maiorem esse potentia in P. & hoc modo ostendetur, quò magis à situ A B pondus eleuabitur, semper maiorem potentiam ad pondus sustinendum requiri. è contra verò si deprimetur. quod demonstrare oportebat.

Hinc quoq; facilè elici potest potentias in P B G inter se se ita esse, vt C R ad C k; & vt C k ad C N; atq; vt C N ad C R.



Sit deinde vectis A B horizonti æquidistans, cuius fulcimentum B; pondusq; C D habeat centrum grauitatis O infra vectem; sitq; potentia in A sustinens pondus C D. Moueatur deinde vectis in

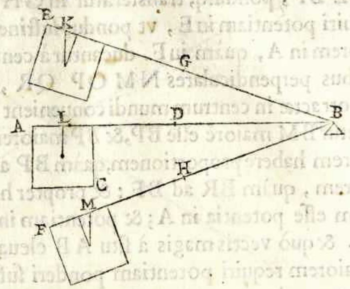
BE BF, pondusq; transferatur in GH kL. Dico maiorem requiri potentiam in E, vt pondus sustineatur, quàm in A; & maiorem in A, quàm in F. ducantur à centris grauitatum horizontibus perpendiculares NM OP QR, quæ ex parte NOQ protractæ in centrum mundi conuenient. similiter vt supra ostendetur BM maiorẽ esse BP, & *B*P maiorem BR; & BM ad BE maiorem habere proportionem, qàm BP ad BA; & BP ad BA maiorem, quàm BR ad BF: & propter hoc potentiam in E maiorem esse potentia in A; & potentiam in A maiorem potentia in F. & quò vectis magis à situ AB eleuabitur, semper ostendetur, maiorem requiri potentiam ponderi sustinendo. si verò deprimetur, minorem. 7 *Huius.*

Hinc patet etiam potentias in EAF inter se se ita esse, vt BM ad BP; & vt BP ad BR; ac vt BM ad BR.

Insuper si in B altera sit potentia, ita vt duæ sint potentiæ pondus sustinentes, maiore opus est potentia in B pondus kL sustinente vecte BF, quàm pondus CD vecte AB. & adhuc maiore vecte AB, quàm vecte BE. maiorem enim habet proportionem RF ad FB, quàm PA ad AB; & PA ad AB maiorem habet, quàm EM ad EB.

Similiterq; ostendetur potentias in B pondus vectibus sustinentes inter se se ita esse, vt EM ad AP; & ut AP ad FR; atque ut EM ad FR.

Præterea potentia in B ad potentiam in F ita erit, ut RF ad RB; & potentia in B ad potentiam in A, ut PA ad PB, & potentia in *B* ad potentiam in E, ut EM ad M*B*. 3 *Cor.* 2 *Huius.*



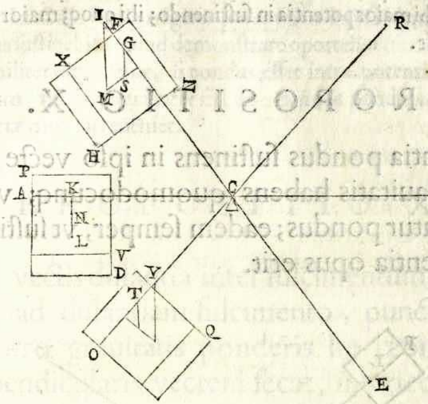
Sit autem vectis AB horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum B; & pondus AC, cuius centrum grauitatis ſit infra vectem: ſitq; potentia in D pondus ſuſtinẽs; moueaturq; vectis in BEBF, & potentia in G H: ſimiliter oſtendetur potentiam in G maiorem eſſe debere potentia in D; & potentiam in D maiorem potentia in H. maiorem enim proportionem habet KB ad BG, quàm BL ad BD; & BL ad BD maiorem, quàm MB ad BH. & hoc modo oſtendetur, quò vectis magis à ſitu AB eleuabitur, adhuc ſemper maiorem eſſe debere potentiam pondus ſuſtinentem. quò autem magis deprimetur; minorem. quod demonſtrare oportebat.

Similiter in his potentiæ in GDH inter ſe ſe ita erunt, vt BK ad BL; & vt BL ad BM; deniq; vt Bk ad BM.

COROLLARIVM.

Ex his patet etiam, ſi potentia vecte ſurſum moueat pondus, cuius centrum grauitatis ſit infra vectem; quò magis pondus eleuabitur, ſemper maiorem requiri potentiam, vt pondus moueatur.

Nam ſi potentia pondus ſuſtinens ſemper eſt maior: erit quoq; potentia mouens ſemper maior.

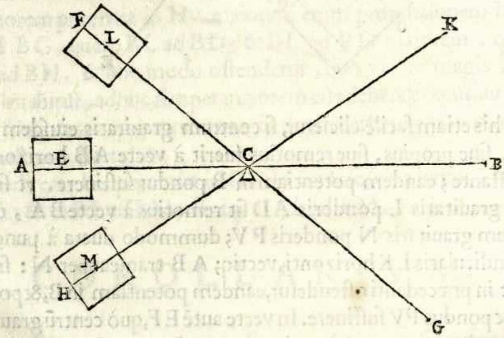


Et his etiam facilè elicietur, ſi centrum grauitatis eiuſdem ponderis, ſiue propius, ſiue remotius fuerit à vecte AB horizonti æquidiſtante; eandem potentiam in B pondus ſuſtinere. vt ſi centrum grauitatis L ponderis AD ſit remotius à vecte BA, quàm centrum grauitatis N ponderis PV; dummodo ducta à puncto L perpendicularis LK horizonti, vectiq; AB tranſeat per N: ſimiliter vt in præcedenti oſtendetur, eandem potentiam in B, & pondus AD, & pondus PV ſuſtinere. In vecte autẽ EF, quò centrũ grauitatis longius aberit à vecte, eò maiori opus erit potentia ponderi ſuſtinendo. vt centrum grauitatis M ponderis FH remotius ſit à uecte EF, quàm S centrum grauitatis ponderis XZ; ducantur à punctis MS horizontibus perpendiculares MI SG; erit CI maior CG: ac propterea maior eſſe debet potentia in E pondus FH ſuſtinens, quàm pondus XZ. Contra uerò in uecte OR oſtendetur, quò ſcilicet centrum grauitatis eiuſdem ponderis longius abſit à uecte, à minori potentia pondus ſuſtineri. minor enim eſt CY, quàm CT. Simili quoq; modo demonſtrabitur, ſi pondus ſit intra potentiam, & fulcimentum; uel potentia intra fulcimentum, & pondus. Quod idem potentiæ eueniet mouenti;

vbi enim minor potentia ſuſtinet pondus, ibi minor potentia mouebit. & vbi maior potentia in ſuſtinendo; ibi quoq; maior in mouendo aderit.

PROPOSITIO X.

Potentia pondus ſuſtinens in ipſo vecte centrum grauitatis habens, quomodocunq; vecte transferatur pondus; eadem ſemper, vt ſuſtineatur, potentia opus erit.



Sit vectis A B horizonti æquidiſtans, cuius fulcimentum C. E verò centrum grauitatis ponderis in ipſo ſit vecte. Moueatur deinde uectis in F G, H k; & centrum grauitatis in L M. dico eandem potentiam in k B G idemmet ſemper ſuſtinere pondus. Quoniam enim pondus in uecte A B perinde ſe habet, ac ſi eſſet appenſum in E; & in uecte G F, ac ſi eſſet appenſum in L; & in uecte H k, ac ſi in M eſſet appenſum; diſtantiæ uerò C L C E C M ſunt inter ſe ſe æquales; nec non C K C B C G inter ſe æquales; erit potentia in B ad pondus, ut C E ad C B; atque poten-

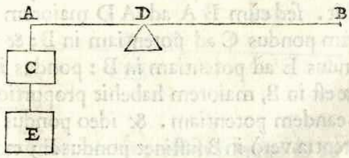
5 Huius.

tia in k ad pondus, ut CM ad Ck; & potentia in G ad pondus, vt CL ad CG. eadem igitur potentia in k *B* G idem translatum pondus sustinebit. quod demonstrare oportebat.

Similiter ostendetur, si pondus esset intra potentiam, & fulcimentum; vel potentia inter fulcimentum, & pondus. quod idem potentiæ mouenti eueniet.

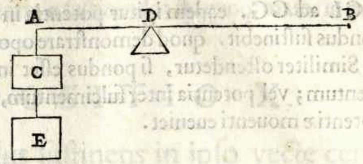
RROPOSITIO XI.

Si vectis distantia inter fulcimentum, & poten tiam ad distantiam fulcimento, punctoq;, vbi à centro grauitatis ponderis horizonti ducta perpendicularis vectem secat, interiectam maiorem habuerit proportionem, quàm pondus ad potentiam; pondus vtiq; à potentia mouebitur.

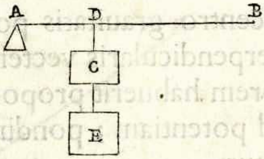


Sit vectis AB, ex punctoq; A suspenda tur pondus C; hoc est punctum A semper sit punctum, vbi perpen dicularis à grauitatis centro ponderis ducta vectem secat; sitq; potentia in B, ac fulcimentum sit D; & DB ad DA maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. Dico pondus C à potentia in B moueri. fiat vt BD ad DA, ita pondus E ad potentiam in B; atq; pondus E quoq; appendatur in A: patet potentiam in B æqueponderare ipsi E; hoc est pondus E sustinere. & quoniam BD ad DA maiorem habet proportionem, quàm C ad potentiam in B; & vt BD ad DA, ita 1 Huius.

est



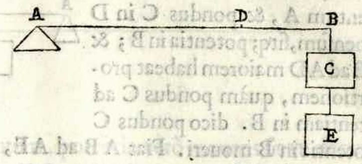
eſt pondus E ad potentiam: igitur E ad potentiam maiorem habebit proportionem, quàm pondus C ad eandem potentiam. quare pondus
10 *Quinti.* E maius erit pondere C. & cùm potentia ipſi E æqueponderet, potentia igitur ipſi C non æqueponderabit, ſed ſua ui deorſum verget. pondus igitur C à potentia in B mouebitur vecte AB, cuius fulcimentum eſt D.



Si verò ſit vectis AB, & fulcimentum A, ponduſq; C in D appenſum, & potentia in B; & BA ad AD maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. dico pondus C à potentia in B moueri. fiat vt BA ad AD; ita pondus E ad potentiam in B: & ſi E appendatur in D, potentia in B pondus E ſuſti-
2 *Huius.* nebit. ſed cùm BA ad AD maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B; & vt BA ad AD, ita eſt pondus E ad potentiam in B: pondus igitur E ad potentiam, quæ eſt in B, maiorem habebit proportionem, quàm pondus C
10 *Quiuti.* ad eandem potentiam. & ideo pondus E maius erit pondere C. potentia verò in B ſuſtinet pondus E; ergo potentia in B pondus C minus pondere E in D appenſum mouebit vecte AB, cuius fulcimentum eſt A.

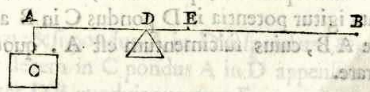
Sit

Sit rursus vectis A B, cuius fulcimentũ A; & pondus C in B sit appensum; sitq; potentia in D: & D A ad A B maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam, quæ est in D. dico pondus C à potentia in D moueri. fiat vt D A ad A B, ita pondus E ad potentiam in D; & sit pondus E ex puncto B suspensum: potentia in D pondus E sustinebit. sed D A ad A B maiorem habet proportionem, quàm C ad potentiam in D; & vt D A ad A B, ita est pondus E ad potentiam in D; pondus igitur E ad potentiam, quæ est in D, maiorem habebit proportionem, quàm pondus C ad eandem potentiam. quare pondus E maius est pondere C. & cùm potentia in D pondus E sustineat, potentia igitur in D pondus C in B appensum vecte A B, cuius fulcimentum est A, mouebit. quod demonstrare oportebat.

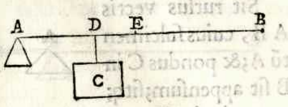


ALITER.

Sit vectis A B, & pondus C in A appensum & potentia in B; sitqué fulcimentum D: & D B ad D A maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. dico pondus C à potentia in B moueri. fiat B E ad E A, vt pondus C ad potentiam, erit punctum E inter B D. oportet enim B E ad E A minorem habere proportionem, quàm D B ad D A, & ideo B E minor erit B D. & quoniam potentia in B sustinet pondus C in A appensum uecte A B, cuius fulcimentũ E; minor igitur potentia in B, quàm data, idem pondus sustinebit fulcimento D. data ergo potentia in B pondus C mouebit uecte A B, cuius fulcimentum est D. 1 Huius.

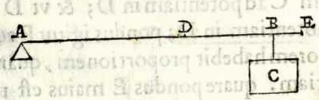


Sit deinde vectis A B, & fulcimentum A, & pondus C in D appenſum, ſitq; potentia in B; & A B ad AD maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in B. dico pondus C à potentia in B moueri. Fiat A B ad A E, vt pondus C ad potentiam; erit ſimiliter punctum E inter B D. neceſſe eſt enim A E maiorem eſſe A D. & ſi pondus C eſſet in E appenſum, potentia in B illud ſuſtineret. minor autem potentia in B, quàm data, ſuſtinet pondus C in D appenſum; data ergo potentia in B pondus C in D appenſum vecte A B, cuius fulcimentum eſt A, mouebit.



8 quinti.
2 Huius.
1 Cor.
2 Huius.

Sit rurſus vectis A B, cuius fulcimentum A, & pondus C in B ſit appenſum; ſitq; potentia in D; & DA ad AB maiorem habeat proportionem, quàm pondus C ad potentiam in D. dico pondus C à potentia in D moueri. fiat vt pondus C ad potentiam, ita D A ad A E; erit A E maior A B; cùm maior ſit proportio D A ad A B, quàm DA ad A E. & ſi pondus C appendatur in E, patet potentiam in D ſuſtinere pondus C in E appenſum. minor autem potentia, quàm data, ſuſtinet idem pondus C in B; data igitur potentia in D pondus C in B appenſum mouebit vecte A B, cuius fulcimentum eſt A, quod oportebat demonſtrare.

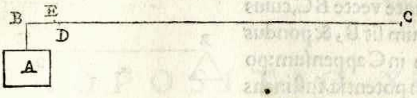


8 Quinti.
3 Huius.
1 Cor.
3 Huius.

PROPOSITIO XII.

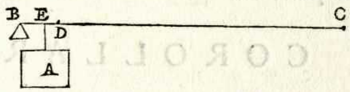
PROBLEMA.

Datum pondus à data potentia dato vecte moueri.



Sit pondus A vt centum, potentia verò mouens ſit vt decem;
ſitq; datus vectis BC. oportet potentiam, quæ eſt decem pondus
A centum vecte BC mouere. Diuidatur BC in D, ita vt CD
ad DB eandem habeat proportionem, quàm habet centum ad
decem, hoc eſt decem ad vnum; etenim ſi D fieret fulcimentum,
conſtat potentiam vt decem in C æqueponderare ponderi A in B *1 Huius.*
appenſo: hoc eſt pondus A ſuſtinere. accipiatur inter BD quod
uis punctum E, & fiat E fulcimentum. Quoniam enim maior *Lemma*
eſt proportio CE ad EB, quàm CD ad DB; maiorem habebit *huius.*
proportionem CE ad EB, quàm pondus A ad potentiam decem
in C: potentia igitur decem in C pondus A centum in B appen-
ſum vecte BC, cuius fulcimentum ſit E, mouebit. *11 Huius.*

Si verò ſit vectis
BC, & fulcimen-
tum B. diuidatur CB
in D, ita vt CB ad
BD eandem habeat
proportionem, quã



habet centum ad decem: & ſi pondus A in D ſuſpendatur, & po-
tentia in C, potentia vt decem in C pondus A in D appenſum ſu *2 Huius.*
ſtinebit. accipiatur inter DB quoduis punctum E, ponaturq; pon
dus A in E; & cùm ſit maior proportio CB ad BE, quàm *8 Quinti.*
BC ad BD; maiorem habebit proportionem CB ad BE, quàm
pondus A centum ad potentiam decem. potentia igitur decem *11 Huius.*
in C pondus A centum in E appenſum mouebit vecte BC, cu
ius fulcimentum eſt B. quod facere oportebat.

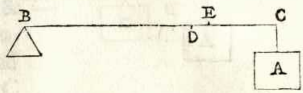
Hoc autem fieri non potest existente vecte BC, cuius fulcimentum sit B, & pondus A centum in C appensum: ponatur enim potentia sustinens pondus A vtcunq; inter B C, vt in D, semper potentia maior erit pondere A. quare oportet datam potentiam maiorem esse pondere A. sit igitur potentia data vt centum quinquaginta. diuidatur BC in D, ita vt C B ad B D sit, vt centum quinquaginta ad centum; hoc est tria ad duo: & si ponatur potentia in D, patet potentiam in D sustinere pondus A in C appensum. accipiatur itaq; inter D C quoduis punctum E, ponaturq; potentia mouens in E; & cùm maior sit proportio E B ad B C, quàm DB ad B C; habebit EB ad BC maiorem proportionem, quàm pondus A ad potentiam in E. potentia igitur vt centum quinquaginta in E pondus A centum in C appensum vecte BC, cuius fulcimentum est B, mouebit. quod facere oportebat.

2 Cor. 3 Huius.

3 Huius.

8 Quinti.

11 Huius.



COROLLARIVM.

Hinc manifestum est si data potentia sit dato pondere maior; hoc fieri posse, siue ita existente vecte, vt eius fulcimentum sit inter pondus, & potentiam; siue pondus inter fulcimentum, & potentiam habente; siue demum potentia inter pondus, & fulcimentum constituta.

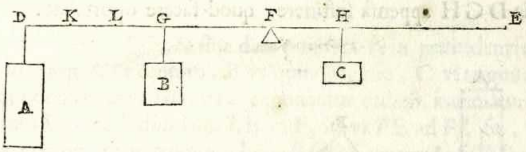
Sin autem data potentia minor, vel æqualis dato pondere fuerit; palam quoq; est id ipsum dumtaxat assequi posse vecte ita existente, vt eius fulcimentum sit inter pondus, & pontentiam;

vel pondus intra fulcimentum, & potentiam habente.

PROPOSITIO XIII.

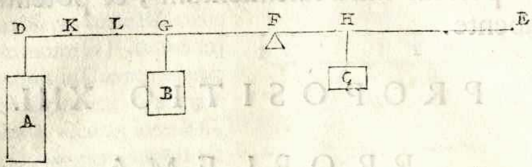
PROBLEMA.

Quotcunq; datis in vecte ponderibus vbicunquè appensis, cuius fulcimentum sit quoq; datum, potentiam inuenire, quæ in dato puncto data pondera sustineat.



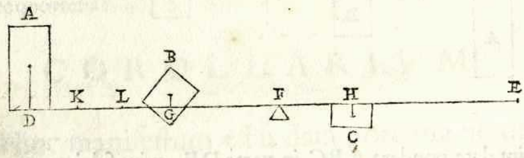
Sint data pondera ABC in vecte DE, cuius fulcimentum F, vbicunq; in punctis DGH appensa: collocandaq; sit potentia in puncto E. potentiam inuenire oportet, quæ in E data pondera ABC vecte DE sustineat. diuidatur DG in k, ita vt Dk ad KG sit, vt pondus B ad pondus A; deinde diuidatur kH in L, ita vt kL ad LH, sit vt pondus C ad pondera BA; atq; vt FE ad FL, ita fiant pondera ABC simul ad potentiam, quæ ponatur in E. dico potentiam in E data pondera ABC in DGH appensa vecte DE, cuius fulcimentum est F, sustinere. Quoniam enim si pondera ABC simul essent in L appensa, potentia in E data pondera in L appensa sustineret; pondera verò ABC tàm in L ponderant, *1 Huius.* quàm si C in H, & BA simul in K essent appensa; & AB in k tàm *5 Huius. de libra.*

pon-



ponderant, quàm si A in D, & B in G appensa essent; ergo potentia in E data pondera A B C in D G H appensa vecte D E, cuius fulcimentum est F, sustinebit. Si autem potentia in quouis alio puncto vectis D E (præterquàm in F) constituenda esset, vt in k; fiat vt Fk ad F L, ita pondera A B C ad potentiam: similiter demonstrabimus potentiam in k pondera A B C in punctis D G H appensa sustinere. quod facere oportebat.

2 Huius.

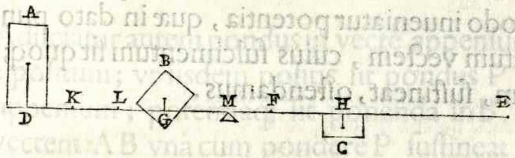


Ex hac, & ex quinta huius, si pondera A B C sint in vecte D E quomodocunq; posita; oporteatq; potentiam inuenire, quæ in E data pondera sustinere debeat: ducantur à centris grauitatum ponderum A B C horizontibus perpendiculares, quæ vectem D E in D G H punctis secent; cæteraq; eodem modo fiant: Manifestum est, potentiam in E, vel in K data pondera sustinere. idem enim est, ac si pondera in D G H essent appensa.

PROPOSITIO XIIII.

PROBLEMA.

Data quotcunq; pondera in dato vecte vbicunq; & quomodocunq; posita à data potentia moueri.



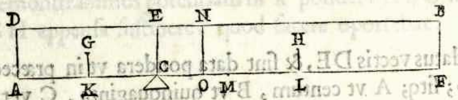
Sit datus vectis DE, & sint data pondera vt in præcedenti corollario; sitq; A vt centum, B vt quinquaginta, C vt triginta; dataq; potentia sit vt triginta. exponantur eadem, inueniaturq; punctum L; deinde diuidatur LE in F, ita vt FE ad FL sit, vt centum octoginta ad triginta, hoc est sex ad vnum: & si F fieret fulcimentum, potentia vt triginta in E sustineret pondera ABC. *13 Huius.* accipiatur igitur inter LF quoduis punctum M, fiatq; M fulcimentum: manifestum est potentiam in E vt triginta pondera *11 Huius.* ABC vt centum octoginta vecte DE mouere. quod facere oportebat.

Hoc autem vniuersè assequi minimè poterimus, si in extremitate vectis fulcimentum esset, vt in D; quia proportio DE, ad DL hoc est proportio ponderum ABC ad potentiam, quæ pondera sustinere debeat, semper est data. quod multo quoq; minus fieri posset, si ponenda esset potentia inter DL.

PROPOSITIO XV.

PROBLEMA.

Quia verò dum pondera vecte mouentur, vectis quoq; grauitatem habet, cuius nulla hactenus mentio facta est: idcirco primùm quomodo inueniatur potentia, quæ in dato puncto datum vectem, cuius fulcimentum sit quoq; datum, sustineat, ostendamus.

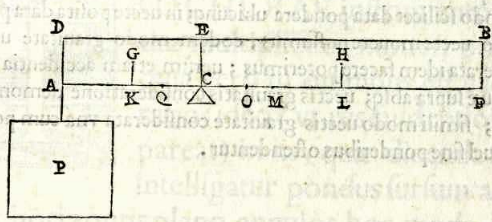


Sit datus vectis AB, cuius fulcimentum sit datum C; sitq;
punctum D, in quo collocanda sit potentia, quæ vectem AB su
stinere debeat, ita vt immobilis persistat. ducatur à puncto C
linea CE horizonti perpendicularis, quæ vectem AB in duas di-
uidat partes AE EF, sitq; partis AE centrum grauitatis G, &
partis EF centrum grauitatis H; à punctisqué GH horizon-
tibus perpendiculares ducantur Gk HL, quæ lineam AF
in punctis KL secent. quoniam enim vectis AB à linea CE in duas
diuiditur partes AE EF; ideo vectis AB nihil aliud erit, nisi
duo pondera AE EF in vecte, siue libra AF posita; cuius su-
spensio, siue fulcimentum est C. quare pondera AE EF ita erunt
posita, ac si in k L essent appensa. diuidatur ergo kL in M,
ita vt kM ad ML, sit vt grauitas partis EF ad grauitatem par-
tis AE; & vt CA ad CM, ita fiat grauitas totius vectis AB ad
potentiam, quæ si collocetur in D (dummodo DA horizonti

perpendicularis existat) vecti æqueponderabit; hoc est vectem AB deorsum premendo sustinebit. quod inuenire oportebat. 13 Huius.

Si verò potentia in puncto B ponenda esset. fiat vt CF ad CM ita pondus AB ad potentiam. simili modo ostendetur potentiam in B vectem AB sustinere. similiterq; demonstrabitur in quocunq; alio situ (præterquàm in e) ponenda fuerit potentia, vt in N. fiat enim vt CO ad CM, ita AB ad potentiam; quæ si ponatur in N, vectem AB sustinebit.

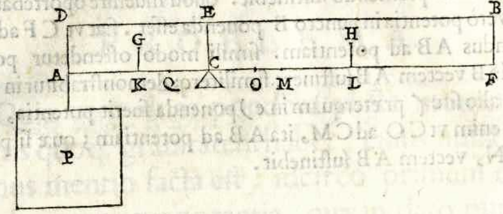
Adiiciatur autem pondus in vecte appensum, siue positum; vt iisdem positis sit pondus P in A appensum; potentiaq; sit ponenda in B, ita vt vectem AB vnà cum pondere P sustineat.



Diuidatur AM in Q, ita vt AQ ad QM sit, ut grauitas uectis AB ad grauitatem ponderis P; deinde ut CF ad CQ, ita fiat grauitas AB, & P simul ad potentiam, quæ ponatur in B: patet potentiam in B uectem AB unà cum pondere P sustinere. Si uerò esset CA ad CM, vt AB ad P; esset punctum C eorum centrum grauitatis, & ideo vectis AB vnà cum pondere P absq; potentia in B manebit. sed si ponderum grauitatis centrum esset inter CF, vt in O; fiat vt CF ad CO, ita AB & P simul ad potentiam, quæ in B, & vectem AB, & pondus P sustinebit.

13 Huius.

Ex sexta 1 Arch. de æquep.



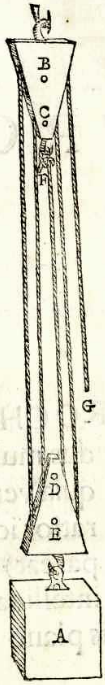
Similiter oſtendetur, ſi plura eſſent pondera in vecte AB ubi- cunq;,& quomodocunq; poſita.

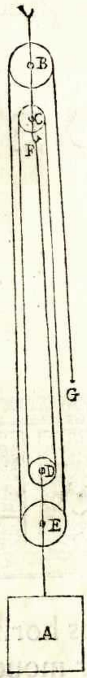
Inſuper ex his non ſolum, ut in decimaquarta huius docuimus, quomodo ſcilicet data pondera ubicunq; in uecte poſita data poten tia dato uecte mouere poſſumus, eodem modo grauitate uectis conſiderata idem facere poterimus; uerùm etiam accidentia reliqua, quæ ſupra abſq; uectis grauitatis conſideratione demonſtrata ſunt; ſimili modo uectis grauitate conſiderata vna cum ponderibus, uel ſine ponderibus oſtendentur.

DE TROCHLEA.

TROCHLEAE inſtrumento pondus multipliciter moueri poteſt; quia verò in omnibus eſt eadem ratio: ideo (vt res euidentior appareat) in iis, quæ dicenda ſunt, intelligatur pondus ſurſum ad rectos horizontis plano angulos hoc modo ſemper moueri.

Sit pondus A, quod ipsi horizontis plano sursum ad rectos angulos sit attollendum; & vt fieri solet, trochlea duos habens orbiculos, quorum axiculi sint in BC, supernè appendatur; trochlea verò duos similiter habens orbiculos, quorum axiculi sint in DE, ponderi alligetur: ac per omnes vtriusq; trochleæ orbiculos circunducatur ductarius funis, quem in altero eius extremo, putá in F, oportet esse religatum. potentia autem mouens ponatur in G, quæ dum descendit, pondus A sursum ex aduerso attolletur; quemadmodum Pappus in octauo libro Mathematicarum collectionum asserit; nec non Vitruuius in decimo de Architectura, & alii.





Quomodo autem hoc trochleæ instrumentum reducatur ad vectem; cur magnum pondus ab exigua virtute, & quomodo, quantoq; in tempore moueatur; cur funis in vno capite debeat esse religatus; quodq; superioris, inferiorisque trochleæ fuerit officium; & quomodo omnis in

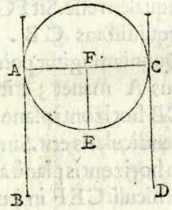
numeris

numeris data proportio inter potentiam, & pondus inueniri posſit; dicamus.

LEMMA.

Sint rectæ lineæ AB CD parallelæ, quæ in punctis AC circulum ACE contingant, cuius centrum F: & FA FC connectantur. Dico AFC rectam lineam eſſe.

Ducatur FE ipſis AB CD æquidiſtans. & quoniam AB, & FE ſunt parallelæ, & angulus BAF eſt rectus; erit & AFE rectus. eodemq; modo CFE rectus erit. linea igitur AFC recta eſt. quod erat demonſtrandum.

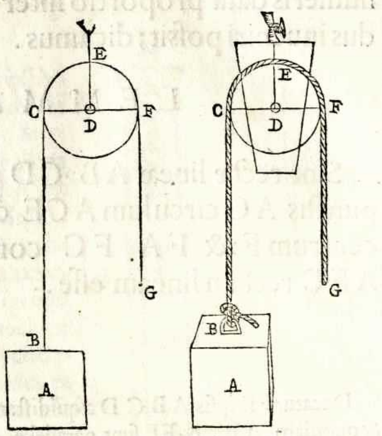


18 *Tertii.* 29 *Primi.* 14 *Primi.*

PROPOSITIO I.

Si funis trochleæ ſupernè appenſæ orbiculo circunducatur, alterumq; eius extremum ponderi alligetur, altero interim à potentia pondus ſuſtinente apprehenſo: erit potentia ponderi æqualis.

Sit



Sit pondus A, cui alligatus sit funis in B; trochleaq; habens orbiculum C EF, cuius centrum D, sursum appendatur; sitq; D quoq; centrum axiculi; & circa orbiculum uoluatur funis BCEF G; sitq; potentia in G sustinens pondus A. dico potentiam in G ponderi A æqualem esse. Sit FG æquidistans CB. Quoniam igitur pondus A manet; erit CB horizonti plano perpendicularis: quare FG eidem plano perpendicularis erit. Sint CF pũcta in orbiculo, à quibus funes CB FG in horizontis planũ ad rectos angulos descendunt; tangent BC FG orbiculũ CEF in punctis CF. orbiculũ enim secare nõ possunt. connectantur DC DF; erit CF recta linea, & anguli DCB DFG recti. Quoniã autẽ BC tùm horizonti, tùm ipsi CF est perpendicularis; erit linea CF horizonti æquidistans. cùm verò põdus appensum sit in BC, & potentia sit in G; quod idem est, ac si esset in F; erit CF tanquam libra, siue vectis, cuius centrum, siue fulcimentum est D; nam in axiculo orbuculus sustinetur; atq; punctum D, cùm sit centrum axiculi, & orbiculi, etiam vtrisque circumuolutis immobile remanet. Itaq; cùm distantia DC sit æqualis distantiæ DF, potentiaq; in F ponderi A in C appenso æqueponderet, cùm pondus sustineat, ne deorsum vergat; erit potentia in F, siue in G (nam idem est) constituta ponderi A æqualis. Idem enim efficit potentia in G, ac si in G aliud esset appensum pondus æquale ponderi A; quæ pondera in CF appensa æquæponderabunt. Præterea, cùm in neutram fiat motus partem, idem erit vnico exi-

1 Huius. de libra. 8 Vndecimi.

18 Tertii.

Ex 28 Primi.

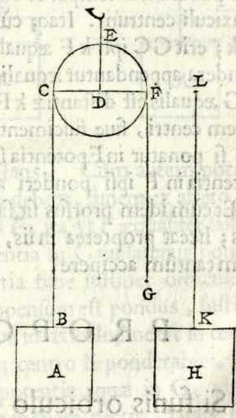
1 Primi. Archim. de æquepond.

ſtente fune BCEFG hoc modo orbiculo circumuoluto, ac ſi duo eſſent funes BC FG alligati in vecte, ſiue libra CF.

COROLLARIVM.

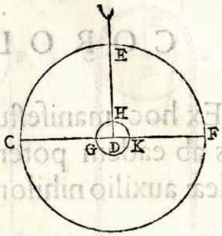
Ex hoc manifeſtum eſſe poteſt, idem pondus ab eadem potentia abſq; ullo huius trochleæ auxilio nihilominus ſuſtineri poſſe.

Sit enim pondus H æquale ponderi A, cui alligatus ſit funis KL; ſitq; potentia in L ſuſtinens pondus H. cùm autem pondus abſq; vllo adminiculo ſuſtinere volentes tanta vi opus ſit, quanta ponderi eſt æqualis; erit potentia in L ponderi H æqualis: pondus verò H ipſi ponderi A eſt æquale, cui potentia in G eſt æqualis; erit igitur potentia in G potentiæ in L æqualis. quod idem eſt, ac ſi eadē potentia idem pondus ſuſtineret.



Præterea ſi potentiæ in G, & in L inuicem fuerint æquales, ſeorſum autem ponderibus minores; patet potentias ponderibus ſuſtinendis non ſufficere. ſi verò maiores, manifeſtum eſt pondera à pontentiis moueri. & ſic in eadem eſſe proportione potentiam in L ad pondus H, veluti potentia in G ad pondus A.

Sed quoniam in demonſtratione aſſumptum fuit axiculum circumuerti, qui vt plurimum immobilis manet; idcirco immobili quoq; manente axiculo idem oſtendatur.

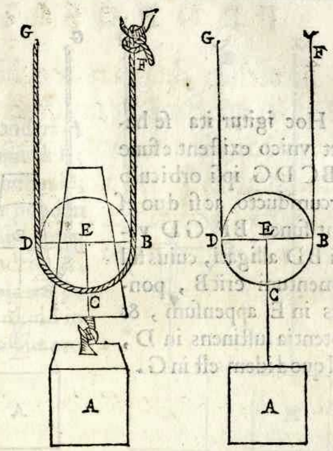


Sit orbiculus trochleæ CEF, cuius centrum D; ſitq; axiculus GHk, cuius idem ſit centrum D. Ducatur CGDkF diameter horizonti æquidiſtans. & quoniam dum orbiculus circumuertitur, circumferentia circuli CEF ſemper eſt æquidiſtans circumferentiæ axiculi GHk; circa enim axiculum circumuertitur; & circulorum æquidiſtantes circumferentiæ idem habent centrum; erit punctum D ſemper & orbiculi, & axiculi centrum. Itaq; cùm DC ſit æqualis DF, & DG ipſi Dk; erit GC ipſi kF æqualis. ſi igitur in vecte, ſiue libra CF pondera appendantur æqualia, æqueponderabunt. diſtantia enim CG æqualis eſt diſtantiæ kF; axiculuſq; GHK immobilis gerit vicem centri, ſiue fulcimenti. immobili igitur manente axiculo, ſi ponatur in F potentia ſuſtinens pondus in C appenſum; erit potentia in F ipſi ponderi æqualis. quod erat oſtendendum.

Et cùm idem prorſus ſit, ſiue axiculus circumuertatur, ſiue minus; liceat propterea in iis, quæ dicenda ſunt, loco axiculi centrum tantùm accipere.

PROPOSITIO II.

Si funis orbiculo trochleæ ponderi alligatæ circumducatur, altero eius extremo alicubi religato, altero uerò à potentia pondus ſuſtinente apprehenſo; erit potentia ponderis ſubdupla.

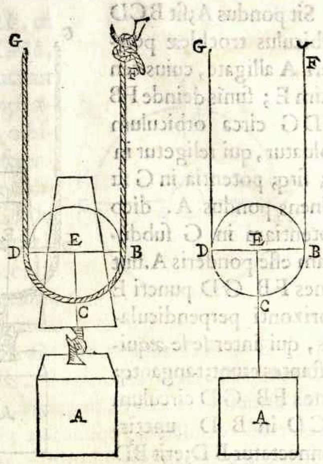


Sit pondus A; ſit BCD orbiculus trochleæ ponderi A alligate, cuius centrum E; funis deinde FBCDG circa orbiculum voluatur, qui religetur in F; ſitq; potentia in G ſuſtinens pondus A. dico potentiam in G ſubduplam eſſe ponderis A. ſint funes FB GD puncti E horizonti perpendiculares, qui inter ſe ſe æquidiſtantes erunt; tangantq; funes FB GD circulum BCD in B D punctis. connectatur BD; erit BD per centrum E ducta, ipſiuſqué centri horizonti æquidiſtans. Cùm autem poténtia in G trochlea pondus A ſuſtinere debeat, funem ex altero extremo religatum eſſe oportet, puta in F; ita vt F æqualiter ſaltem potentiæ in G reſiſtat, alioquin potentia in G nullatenus pondus ſuſtinere poſſet. Et quoniam potentia fune ſuſtinet orbiculum, qui reliquam trochleæ partem, cui appenſum eſt pondus, ſuſtinet axiculo; grauitabit hæc trochleæ pars in axiculo, hoc eſt in centro E. quare pondus A in eodem quoq; centro E ponderabit, ac ſi in E eſſet appenſum. poſita igitur potentia, quæ in G, vbi D (idem enim prorſus eſt) erit BD tanquam vectis, cuius fulcimentum erit B, pondus in E appenſum, & potentia in D. conuenienter enim fulcimenti rationem ipſum B ſubire poteſt, exiſtente fune FB immobili. cæterum hoc poſterius magis euceſcet. Quoniam autem potentia ad pondus eandem habet proportionem, quàm BE ad BD; & BE in ſubdupla eſt proportione ad BD: potentia igitur in G ponderis A ſubdupla erit. quod demonſtrare oportebat.

6 Vndecimi

Ex præcedenti.

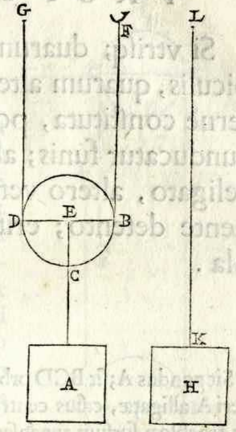
2 Huius de vecte.



Hoc igitur ita ſe habet vnico exiſtent e fune FBCDG ipſi orbiculo circumducto, ac ſi duo eſſent funes BF GD vecti BD alligati, cuius ſulcimentum erit B, pondus in E appenſum, & potentia ſuſtinens in D, vel quod idem eſt in G.

COROLLARIVM I.

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, pondus hoc modo à minori in ſubdupla proportione potentia ſuſtineri, quàm ſine vllo huiuſmodi trochleæ auxilio.



Veluti ſit pondus H ponderi A æquale, cui religatus ſit funis k L; potentiaq; in L ſuſtineat pondus H; erit potentia in L ſeorſum ponderi H, & ponderi A æqualis; ſed potentia in G ſubdupla eſt ponderis A, quare potentia in G ſubdupla erit potentiæ, quæ eſt in L. & hoc modo in huiuſcemodi reliquis omnibus proportio inueniri poterit.

COROLLARIVM. II.

Manifeſtum eſt etiam; ſi duæ fuerint potentiæ vna in G, altera in F, pondus A ſuſtinentes; vtraſq; ſimul ponderi A æquales eſſe: & vnamquamque ſuſtinere dimidium ponderis A.

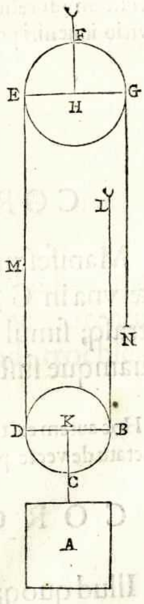
Hoc autem ex tertio, & quarto corollario ſecundæ huius in tractatu de vecte patet.

COROLLARIVM III.

Illud quoq; præterea innoteſcit, cur ſcilicet funis ex altero religatus eſſe debeat extremo.

PROPOSITIO III.

Si vtriſq; duarum trochlearum ſingulis orbiculis, quarum altera ſupernè, altera verò infernè conſtituta, ponderiq; alligata fuerit, circunducatur funis; altero eius extremo alicubi religato, altero verò à potentia pondus ſuſtinente detento; erit potentia ponderis ſubdupla.



Sit pondus A; ſit BCD orbiculus trochleæ ponderi A alligatæ, cuius centrum K; EFG verò ſit trochleæ ſurſum appenſæ, cuius centrum H. deinde LBCDMEFGN funis circa orbiculos ducatur, qui religetur in L; ſitq; potentia in N ſuſtinens pondus A. dico potentiam in N ſubduplam eſſe ponderis A. ſi enim potentia ſuſtinens pondus A vbi M collocata foret, eſſet vtiq; potentia in M ſubdupla ponderis A. potentiæ verò in M æqualis eſt vis in N. eſt enim ac ſi potentia in M dimidium ponderis A ſine trochlea ſuſtineret, cui æqueponderat pondus in N ponderis A dimidio æquale. quare vis in N æqualis dimidio ponderis A ipſum A ſuſtinebit. Potentia igitur in N ſuſtinens pondus A ſubdupla eſt ipſius A. quod demonſtrare oportebat.

2 Huius.
1 Huius.

Si verò vt in ſecunda figura ſit funis BCDEFGHkL orbiculis circumuolutus, & religatus in B; potentiaq; in L pondus A ſuſtineat: erit potentia in L ſimiliter ponderis ſubdupla. orbiculus enim trochleæ ſuperioris, ipſaqué trochlea penitus ſunt inutiles: & idem eſt, ac ſi funis religatus eſſet in F, & potentia in L ſuſtineret pondus ſola trochlea ponderi alligata, quæ potentia ponderis A oſtenſa eſt ſubdupla.

COROLLARIVM.

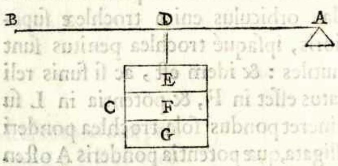
Ex his ſequitur, ſi duæ ſint potentiæ in B L; vtraſq; inter ſe ſe æquales eſſe.

Vtraq; enim ſeorſum eſt ipſius A ſubdupla.

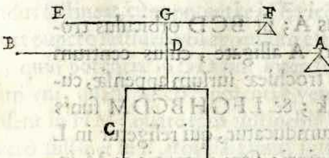
PRO-

PROPOSITIO IIII.

Sit vectis AB, cuius fulcimentum ſit A; qui bifariam diuidatur in D: ſitq; pondus C in D appenſum; duæq; ſint potentiæ æquales in BD pondus C ſuſtinentes. Dico unamquamq; potentiam in BD ponderis C ſubtriplam eſſe.



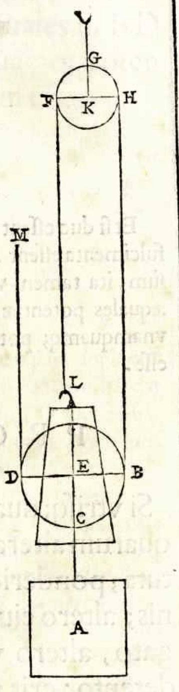
Quoniam enim altera potentia eſt in D collocata, & pondus C in eodem puncto D eſt appenſum; potentia in D partem ponderis C ſuſtinebit ipſi potentiæ D æqualem. quare potentia in B partem ſuſtinebit reliquam, quæ pars dupla erit ipſius potentiæ in B; cùm pondus ad potentiam eandem habeat proportionem, quam AB ad AD: & potentiæ in BD ſunt æquales; ergo potentia in B duplam ſuſtinebit partem eius, quam ſuſtinet potentia in D. diuidatur ergo pondus C in duas partes, quarum vna ſit reliquæ dupla; quod fiet, ſi in tres partes æquales EFG diuiſerimus: tunc enim FG dupla erit ipſius E. Itaq; potentia in D partem E ſuſtinebit, & potentiam in B reliquas FG. vtreq; igitur inter ſe ſe æquales potentiæ in BD ſimul totum ſuſtinebunt pondus C. & quoniam potentia in D partem E ſuſtinet, quæ tertia eſt pars ponderis C, ipſiq; eſt æqualis; erit potentia in D ſubtripla ponderis C. & cùm potentia in B ſuſtineat partes FG, quarum potentia in B eſt ſubdupla; erit in B potentia vni partium FG, puta G æqualis. G verò tertia eſt pars ponderis C; potentia igitur in B ſubtripla erit ponderis C. Vnaquæq; ergo potentia in BD ſubtripla eſt ponderis C. quod demonſtrare oportebat.



Et si duo essent vectes AB EF bifariam in G D diuisi, quorum fulcimenta essent AF, & pondus C in DG vtriq; vecti appensum, ita tamen vt in vtroq; æqualiter ponderet; duæq; essent æquales potentiæ in BG: eadem prorsus ratione ostendetur, vnamquamq; potentiam in B, & G ponderis C subtriplam esse.

PROPOSITIO V.

Si vtrisq; duarum trochlearũ singulis orbiculis, quarum altera supernè, altera verò infernè constituta, ponderiq; alligata fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo inferiori trochleæ religato, altero verò à potentia pondus sustinente detento: erit potentia ponderis subtripla.



Sit pondus A; sit BCD orbiculus trochleæ ponderi A alligatæ, cuius centrum E; & FGH trochleæ sursum appensæ, cuius centrum k; & LFGHBCDM funis orbiculis circumducatur, qui religetur in L trochleæ inferiori; sitq; potentia in M sustinens pondus A. dico potentiam in M subtriplam esse ponderis A. ducantur FH BD per centra kE horizonti æquidistantes, sicut in præcedentibus dictum est. Quoniam enim funis FL trochleam sustinet inferiorem, quæ sustinet orbiculum in eius centro E; erit funis in L vt potentia sustinens orbiculum, ac si in ipso E centro esset; potentia verò in M est, ac si esset in D; efficietur igitur DB tanquam vectis, cuius fulcimentum erit B; pondus verò A (vt supra ostensum est) ex E suspensum à duabus potentiis altera in D, altera in E sustentatum. Cùm autem in pondere sustinendo vectes FH BD immobiles maneant, si in funibus FL HB appendantur pondera, erunt hæc ipsa æqualia; cùm vectis FH habeat fulcimentum in medio; alioquin ex altera parte deorsum fieret motus, quod tamẽ non contingit. tam igitur sustinet funis FL, quàm HB. deinde quoniam ex medio vecte BD pondus suspenditur, idcirco si duæ fuerint potentiæ in BD pondus sustinentes, erunt inuicem æquales. & quamquam funis

In 2 Huius

1 Huius.

Ex 3 Cor. 2 Huius vecte.

FL ipſe quoq; pondus ſuſtineat, cùm potentiæ in E vicẽ gerat; quia tamen ex eodemmet puncto ſuſtinet, vbi appenſum eſt pondus, non efficiet propterea, quin potentiæ in B D ſint inter ſe ſe æquales; opitulatur enim tàm vni, quàm alteri. potentiæ verò in BD eædem ſunt, ac ſi eſſent in H M; quare tàm ſuſtinebit funis M D, quàm H B. ita verò ſuſtinet H B, atq; F L; funis igitur M D ita ſuſtinebit, ſicut F L, hoc eſt, ac ſi in D, & L appenſa eſſent pondera æqualia. Cùm itaq; æqualia pondera à potentiis ſuſtineantur æqualibus, potentiæ in M L æquales erunt; quarum eadem pror ſus eſt ratio, ac ſi eſſent ambæ in D E. Itaq; cùm pondus A in medio vectis B D ſit appenſum, duæq; potentiæ ſint æquales in D E pondus ſuſtinentes; erit B fulcimentum, ac vnaquæq; potentia, ſiue in D E, ſiue in M L ſubtripla ponderis A. ergo potentia in M ſuſtinens pondus ſubtripla erit ponderis A. quod oſtendere oportebat. 4 *Huius.*

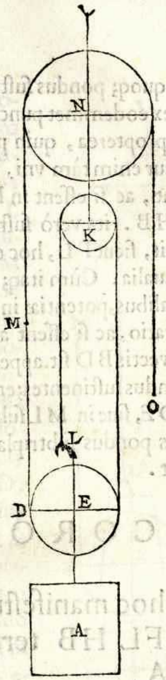
COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt, vnumquemq; funem MD FL HB tertiam ſuſtinere partem ponderis A.

Præterea, si funis ex M per alium adhuc deferatur orbiculum superiorem in trochlea, sursum similiter appensa constitutum, cuius centrum N; ita vt perueniat in O; ibiq; à potentia detineatur; erit potentia in O sustinens pondus A itidem subtripla ipsius ponderis. funis enim MD tantùm ponderis sustinet, ac si in D appensum esset pondus æquale tertiæ parti ponderis A, cui æquiualet potentia in O ipsi æqualis, hoc est subtripla ponderis A. Potentia igitur in O subtripla est ponderis A.

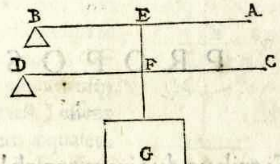
1 Huius.

Et ne idem sæpius repetatur, nouisse oportet potentiam in O semper æqualem esse ei, quæ est in M; hoc est si potentia in M esset subquadrupla, subquintupla, vel huiusmodi aliter ipsius ponderis; potentia quoq; in O erit itidem subquadrupla, subquintupla, atq; ita deinceps eiusdemmet ponderis, quemmadmodum se habet potentia in M.



PROPOSITIO VI.

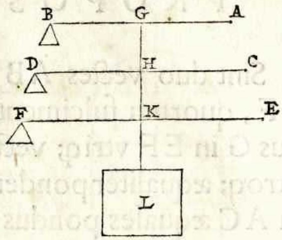
Sint duo vectes AB CD bifariam diuisi in EF, quorum fulcimenta ſint in BD; ſitq; pondus G in EF vtriq; vecti appenſum, ita ut ex vtroq; æqualiter ponderet; duæq; ſint potentiæ in AC æquales pondus ſuſtinentes. Dico unamquamq; potentiam in AC ſubquadruplam eſſe ponderis G.



Cùm enim potentiæ in AC totum ſuſtineant pondus G, potentiaq; in A ad partem ponderis, quod ſuſtinet, ſit vt BE ad BA; potentia verò in C ad partem ipſius G, quod ſuſtinet, ita ſit vt DF ad DC; & vt BE ad BA, ita eſt DF ad DC; erit potentia in A ad partem ponderis, quod ſuſtinet, vt potentia in C ad ipſius ponderis, quod ſuſtinet, partem; & potentiæ in AC ſunt æquales; æquales igitur erunt partes ponderis G, quæ à potentiis ſuſtinentur. quare vnaquæq; potentia in A C dimidium ſuſtinebit ponderis G. Potentia verò in A ſubdupla eſt ponderis, quod ſuſtinet: ergo potentia in A dimidio dimidii, hoc eſt quartæ portioni ponderis G æqualis erit; ideoq; ſubquadrupla erit ponderis G. neq; aliter demonſtrabitur potentiam in C ſubquadruplam eſſe eiuſdem ponderis G. quod demonſtrare oportebat.

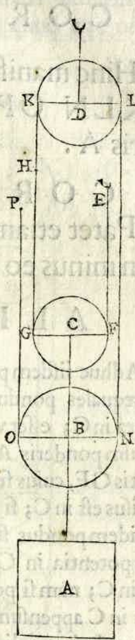
2 Huius. de vecte.

Si verò tres ſint vectes AB CD EF bifariam diuiſi in GH k, quorum fulcimenta ſint BDF; & pondus L eodem modo in GHK appenſum; ſintq; tres potentiæ in ACE æquales pondus ſuſtinentes; ſimiliter oſtendetur vnamquamque potentiam ſubſexcuplam eſſe ponderis L. atq; hoc ordine ſi quatuor eſſent vectes, & quatuor potentiæ; erit vnaquæq; potentia ſuboctupla ponderis. atq; ita deinceps in infinitum.



PROPOSITIO VII.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarũ altera ſupernè vnico duntaxat, altera verò infernè duobus autem inſignita orbiculis, ponderiq; alligata conſtituta fuerit, funis circumponatur; altero eius extremo alicubi religato, altero verò à potentia pondus ſuſtinente retento; erit potentia ponderis ſubquadrupla.



Sit pondus A; sint tres orbiculi, quorum centra B C D; orbiculusq;, cuius centrum D, sit trochleæ sursum appensæ; quorum verò sunt centra B C, sint trochleæ ponderi A alligatæ; funisq; E F G H k L N O P per omnes circumducatur orbiculos, qui religetur in E; sitq; vis in P sustinens pondus A. dico potentiam in P subquadruplam esse ponderis A. ducantur k L G F O N per rotularum centra, & horizonti æquidistantes, quæ (ex iis, quæ dicta sunt) tanquam vectes erunt. & quoniam propter vectem, siue libram k L, cuius fulcimentum, siue centrum est in medio, tàm sustinet funis k G, quàm L N, cùm in neutram partem fiat motus. nec non propter vectem G F, è cuius medio veluti suspensum dependet onus; si duæ essent in G F potentiæ, seu in H E (est enim par vtriusq; situs ratio, vt iam sepius dictum est) essent vtiq; huiusmodi potentiæ inuicem æquales. quare ita sustinet funis H G, vt E F. similiter ostendetur funem P O tàm sustinere, quàm L N: quare funes P O k G E F L N æqualiter sustinent. æqualiter igitur funis P O sustinet, vt k G. si ergo duæ intelligantur esse potentiæ in O G, seu in P H, quod idem est, pondus nihilominus sustinentes, quemadmodum funes sustinent, æquales vtiq; essent; & G F O N duorum vectium vires gerent; quorum fulcimenta erunt F N, & pondus A in B C medio vectium appensum. & quoniam omnes funes æqualiter sustinent, tàm sustinebunt duo P O L N, quàm duo K G E F; tàm igitur sustinebit vectis O N, quàm vectis G F. quare in vtroq; vecte O N G F æqualiter pondus pōderabit. erit ergo vnaquæq; potentia in P H subquadrupla ponderis A. & cùm funis K G potentiæ loco sumatur, quippè qui haud secus sustinet, quàm P O; erit potentia in P sustinens pondus A ipsius ponderis subquadrupla. quod demonstrare oportebat.

1 Huius.

Ex 2 Cor. 2 Huius.

6 Huius.

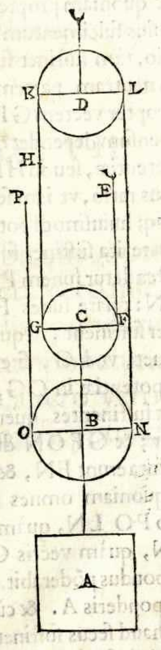
COROLLARIVM I.

Hinc manifestum est vnumquemq; funem E F G K L N O P quartam sustinere partem ponderis A.

COROLLARIVM II.

Patet etiam orbiculum, cuius centrum C, non minus eo, cuius centrum est B, sustinere.

ALITER.



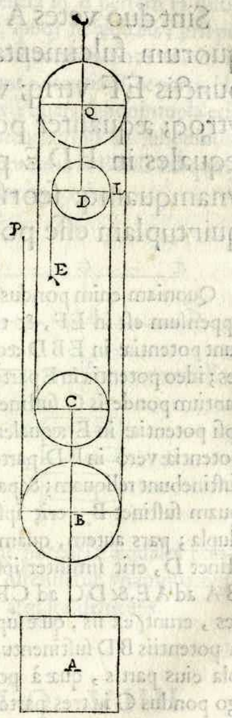
Adhuc iisdem positis, si duæ essent potentiæ æquales pondus A sustinentes, vna in O altera in C; esset vnaquæq; dictarum potentiarum ponderis A subtripla. sed quoniam vectis G F, cuius fulcimentum est F bifariam diuisus est in C; si igitur ponatur in G potentia idem pondus sustinens, vt potentia in C; erit potentia in G subdupla potentiæ, quæ esset in C; nam si potentia in C se ipsa pondus in C appensum sustineret, esset vtiq; ipsi ponderi æqualis; & idem pondus, si à potentia in G sustineretur, esset ipsius potentiæ in G duplum; potentia veró in C subtripla esset ponderis A; ergo potentia in G subsexcupla esset ponderis A. Cùm itaq; potentia in O subtripla sit ponderis A, & potentia in G subsexcupla; erunt vtræq; simul potentiæ in O G ipsius ponderis A subduplæ. tertia enim pars cum sexta dimidium efficit. quoniam autem potentiæ in O G, siue in P H (vt prius dictum est) sunt inter se æquales, ac vtræq; simul subduplæ sunt ponderis A. erit vnaquæq; poten

Ex 4 Huius

2 Huius. de vecte.

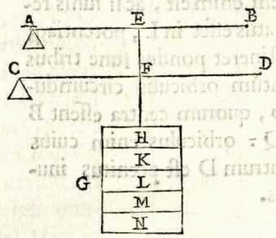
tia in P H ipsius A subquadrupla. Potentia igitur in P sustinens pondus A ipsius ponderis A subquadrupla erit. quod erat ostendendum.

Si verò funis religetur in E, & secundùm quatuor adhuc circumuoluatur orbiculos, perueniatq; ad P. similiter ostendetur potentiam in P subquadruplam esse ponderis A. idem enim est, ac si funis religatus esset in L, potentiaq; sustineret pondus fune tribus tantùm orbiculis circumducto, quorum centra essent B C Q. orbiculus enim cuius centrum D est pœnitus inutilis.



PROPOSITIO VIII.

Sint duo vetes AB CD bifariam diuisi in EF, quorum fulcimenta sint AC, & pondus G in punctis EF vtriq; vecti sit appensum, ita vt ex vtroq; æqualiter ponderet; tresq; sint potentiæ æquales in BDE pondus G sustinentes. Dico vnamquamq; seorsum ex dictis potentiis subquintuplam esse ponderis G.

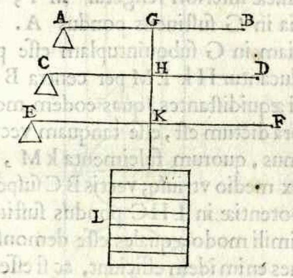


Quoniam enim pondus G appensum est in EF, & tres sunt potentiæ in EBD æquales; ideo potentia in E partem tantùm ponderis G sustinebit ipsi potentiæ in E æqualem; potentiæ verò in BD partem sustinebunt reliquam; & pars, quam sustinet B, erit ipsius dupla; pars autem, quam sustinet D, erit similiter ipsius D dupla; propter proportionem BA ad AE, & DC ad CF. Cùm itaq; potentiæ in BD sint æquales, erunt (ex iis, quæ supra dictum est) partes ponderis G, quæ à potentiis BD sustinentur, inter se se æquales; & vnaquæq; dupla eius partis, quæ à potentia in E sustinetur. diuidatur ergo pondus G in tres partes, quarum duæ sint inter se se æquales, nec non vnaquæq; seorsum alterius tertiæ partis dupla. quod fiet, si in quinq; partes æquales HKLMN diuidatur; pars enim composita ex duabus partibus kL dupla est partis H; pars quoq; MN eiusdem partis H est similiter dupla. quare & pars kL parti MN erit æqualis. Sustineat autem potentia in E partem H; & potentia in B partes KL; potentia verò in D partes

2 Huius. de vecte.

In 6 Huius

M N: tres igitur potentiæ æquales in B D E totum ſuſtinebunt pondus G; & vnaquæq; potentia in B D duplum ſuſtinebit eius, quod ſuſtinet potentia in E. Cùm itaq; potentia in E partem H ſuſtineat, quæ quinta eſt pars ponderis G, ipſiq; ſit æqualis; erit potentia in E ſubquintupla ponderis G. & quoniam potentia in B partes k L ſuſtinet, quæ quidem duplæ ſunt potentiæ B, & partis H; erit quoq; potentia in B ipſi H æqualis: quare ſubquintupla erit ponderis G. Non aliter oſtendetur potentiam in D ſubquintuplam eſſe ponderis G. vnaquæq; igitur potentia in B D E ſubquintupla eſt ponderis G. quod demonſtrare oportebat.

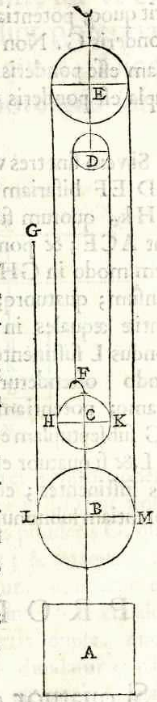


Si verò ſint tres vectes A B C D E F bifariam diuiſi in G H k, quorum fulcimenta ſint A C E; & pondus L eodem modo in G H k ſit appenſum; quatuorq; ſint potentiæ æquales in B D F G pondus L ſuſtinentes; ſimili modo oſtendetur vnamquamq; potentiam in B D F G ſubſeptuplam eſſe ponderis L. & ſi quatuor eſſent vectes, & quinq; potentiæ æquales pondus ſuſtinentes; eodem quoq; modo oſtendetur vnamquamq; potentiam ſubnonuplam eſſe ponderis. atq; ita deinceps.

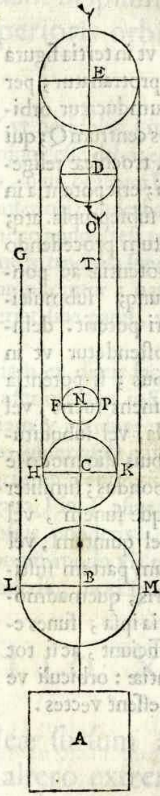
PROPOSITIO VIIII.

Si quatuor duarum trochlearum binis orbiculis, quarum altera ſupernè, altera verò infernè, ponderiq; alligata, diſpoſita fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo inferiori trochleæ religato, alterò verò à potentia pondus ſuſtinente retento: erit potentia ponderis ſubquintupla.

Sit pondus A, cui alligata ſit trochlea duos habens orbiculos, quorum centra ſint B C; ſitq; trochlea ſurſum appenſa duos alios habens orbiculos, quorum centra ſint D E; funiſq; per omnes circumducatur orbiculos, qui trochleæ inferiori religetur in F; ſitqué potentia in G ſuſtinens pondus A. dico potentiam in G ſubquintuplam eſſe ponderis A. ducantur H k L M per centra B C horizonti æquidiſtantes, quas eodem modo, quo ſupra dictum eſt, eſſe tanquam vectes oſtendemus, quorum fulcimenta k M, & pondus A ex medio vtriuſq; vectis B C ſuſpenſum, & tres potentiæ in L H C pondus ſuſtinentes, quas ſimili modo æquales eſſe demonſtrabimus; funes enim idem efficiunt, ac ſi eſſent potentiæ. & quoniam pondus æqualiter ex vtroq; vecte H K L M ponderat, quod quidem oſtendetur quoque, vt in præcedentibus demon-
8 *Huius.* ſtratum eſt: erit vnaquæq; potentia, tùm in L, ſeu in G, quod idem eſt; tùm in H, atq; in C, hoc eſt in F, ſubquintupla ponderis A. Potentia ergo in G ſuſtinens pondus A ipſius A ſubquintupla erit. quod oſtendere oportebat.



Si verò funis in F adhuc deferatur circa alium orbiculum, cuius centrum N, qui religetur in O; similiter duplici medio (vt in septima huius) demonstrabitur potentiam in G pondus A sustinentem subsexcuplam esse ponderis A. Primùm quidem ex tribus vectibus LM HK FP, quorum fulcimenta sunt M K P, & pondus in medio vectium appensum; & tres potentiæ in L H F æquales pondus sustinẽtes. deinde ex potentiis in LHN, quarum vnaquæq; subquintupla esset ponderis A. essent enim ambæ simul potentiæ in LH subduplæ sesquialteræ ipsius ponderis, potẽtia verò in F subdecupla esset, cùm sit ipsius N subdupla: sed duæ quintæ cùm decima dimidium efficiunt, quòd si per terna diuidatur, sexta pars ponderis respondebit vnicuiq; potentiæ in LHF. ex quibus patet potentiam in G subsexcuplam esse ponderis A. similiterq; demonstrabitur vnumquemque orbiculum æqualem sustinere portionem.

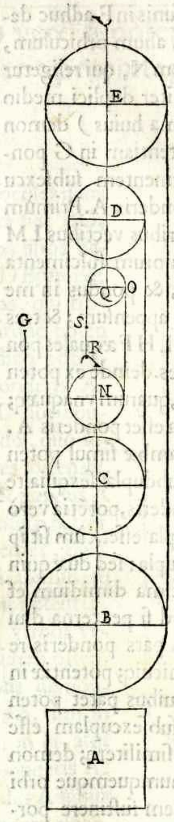


Ex 6 huius

Ex 8 huius

Quòd si, vt in tertia figura funis in O protrahatur; per aliumq; circumducatur orbiculum, cuius centrum Q; qui deinde in R trochleæ religetur inferiori; erit potentia in G ponderis subseptupla. atq; ita in infinitum procedendo proportio potentiæ ad pondus quotcunq; submultiplex inueniri poterit. deinde semper ostendetur vt in præcedentibus; si potentia pondus sustinens fuerit, vel subquadrupla, vel subquitupla, vel quouis alio modo se habebit ad pondus; similiter vnumquemque funem, vel quartam, vel quintam, vel quamuis aliam partem sustinere ponderis, quemadmodum potentia ipsa; funes enim idem efficiunt, ac si tot essent potentiæ: orbiculi verò, ac si tot essent vectes.

Ex 8 Huius



COROLLARIVM

Ex his manifestum est orbiculos trochleæ, cui est alligatum pondus, efficere, vt pondus minore ſuſtineatur potentia, quàm ſit ipſum pondus; quod quidem trochleæ ſuperioris orbiculi non efficiunt.

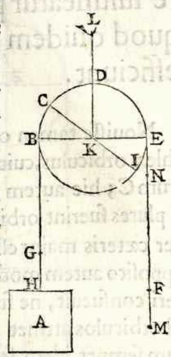
Nouiſſe tamen oportet, quòd (vt fieri ſolet) inferioris trochleæ orbiculus, cuius centrum N, minor eſſe debet eo, cuius centrum C; hic autem minor adhuc eo, cuius centrum B; ac deniq; ſi plures fuerint orbiculi in trochlea inferiori ponderi alligata, ſemper cæteris maior eſſe debet, qui annexo ponderi eſt propinquior. oppoſito autem modo diſponendi ſunt in trochlea ſuperiori. quod fieri conſueuit, ne funes inuicem complicentur; nam quantùm ad orbiculos attinet, ſiue magni fuerint, ſiue parui, nihil refert; cùm ſemper idem ſequatur.

Præterea notandum eſt, quod etiam ex dictis facilè patet, ſi funis, ſiue religetur in R trochleæ inferiori, ſiue in S, maximam indè oriri differentiam inter potentiam, & pondus: nam ſi religetur in S, erit potentia in G ponderis ſubſexcupla. ſi verò in R, ſubſeptupla. quod trochleæ ſuperiori non contingit, quia ſiue religetur funis (vt in præcedenti figura) in T, ſiue in O; ſemper potentia in G ſubſexcupla erit ipſius ponderis.

Poſt hæc conſiderandum eſt, quonam modo vis moueat pondus; necnon potentiæ mouentis, ponderiſq; moti ſpatium, atque tempus.

PROPOSITIO X.

Si funis orbiculo trochleæ ſurſum appenſæ fuerit circumuolutus, cuius altero extremo ſit alligatum pondus; alteri autem mouens collocata ſit potentia: mouebit hæc vecte horizonti ſemper æquidiſtante.



Sit pondus A, ſit orbiculus trochleæ ſurſum appenſæ, cuius centrum K; ſit deinde funis HBCDEF alligatus ponderi A in H, orbiculoq; circumductus; ſitq; trochlea ita in L appenſa, & nullum alium habeat motum præter liberam orbiculi circa axem verſionem; ſitq; potentia in F mouens pondus A. Dico potentiam in F ſemper mouere pondus A vecte horizonti æquidiſtante. ducatur BKE horizonti æquidiſtans; ſintq; BE puncta, vbi funes BH, & EF circulum tangunt; erit BkE vectis, cuius fulcimentum eſt in eius medio k. ſicut ſupra oſtenſum eſt. dum itaq; vis in F deorſum tendit verſus M, vectis EB mouebitur, cùm totus orbiculus moueatur, hoc eſt circumuertatur. dum igitur F eſt in M, ſit punctum E vectis vſq; ad I motum; B autem vſq; ad C, ita vt vectis ſit in CI. fiat deinde NM æqualis ipſi FE: & quando punctum E erit in I, tunc funis punctum, quod erat in E, erit in N: quod autem erat in B erit in C; ita vt ducta CI per centrum K tranſeat. dum autem B eſt in C, ſit punctum H in G; eritq; BH ipſi CBG æqualis; cùm ſit idem funis. & quoniam dum EF tendit in NM, adhuc ſemper remanet EFM horizonti perpendicularis, circulumq; tangens in puncto E; ita vt ducta à puncto E per centrum k, ſit ſemper horizonti æquidiſtans. quod idem euenit funi BG, & puncto B. dum igitur circulus, ſiue orbiculus circumuertitur, ſemper mouetur vectis EB, ſemperq; adhuc remanet alius vectis in EB. ſiquidem ex ipſius rotulæ natura, in qua ſemper dum mouetur, remanet diameter ex B in E (quæ vectis vicem gerit) euenit, vt recedente vna, ſemper altera ſuccedat; eiuſmodi durante circumductione: atq; ita fit, vt potentia ſemper moueat pondus vecte EB horizonti æquidiſtante. quod demonſtrare oportebat.

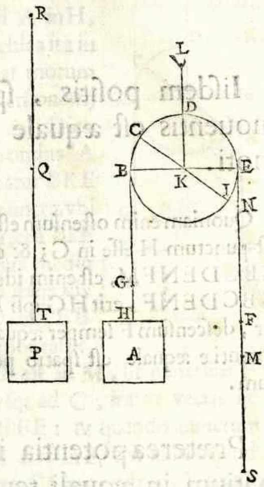
1 Huius.

Iiſdem

Iisdem positis, spatium potentiæ pondus mouentis est æquale spatio eiusdem ponderis moti.

Quoniam enim ostensum est, dum F est in M, pondus A, hoc est punctum H esse in G; & cùm funis HBCDEF sit æqualis GBCDENFM, est enim idem funis; dempto igitur communi GBCDENF, erit HG ipsi FM æqualis. similiterq; ostendetur, descensum F semper æqualem esse ascensui H. ergo spatium potentiæ æquale est spatio ponderis. quod erat demonstrandum.

Præterea potentia idem pondus per æquale spatium in æquali tempore mouet, tam fune hoc modo orbiculo trochleæ sursum appensæ circumuoluto, quàm sine trochlea: dummodo ipsius potentiæ lationes in velocitate sint æquales.



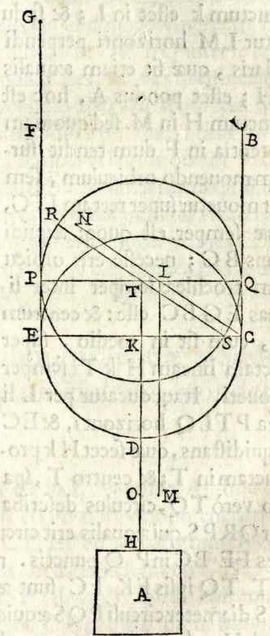
Iiſdem poſitis ſit aliud pondus P æquale ponderi A, cui alligatus ſit funis TQ horizōti perpēdicularis; et ſit TQ ipſi HB æqualis; moueat quē potētia in Q pōdus P ſurſum ad rectos angulos horizonti, quem admodum mouetur pondus A. di co per æquale ſpatium in eodem tempore potentiam in Q pondus P, & potentiam in F pondus A mouere. quod idem eſt, ac ſi eſſet idem pondus in æquali tempore motum; ſicut propoſuimus. Producatur EF in S, & TQ in R; fiantq; QR FS non ſolum inter ſe ſe, verùm etiam ipſi BH æquales. Cùm autem TQ QR ſint ipſis HB FS æquales, & vis in Q moueat pondus P per rectam T QR; vis autem in F moueat A per rectam HB, & velocitates motuum vtriuſq; potentiæ ſint æquales; tunc in eodem tempore potentia in Q erit in R, & potentia in F erit in S; cùm ſpatia ſint æqualia. ſed dum potentia in Q eſt in R, pondus P, hoc eſt punctum T erit in Q; cùm TQ ſit ipſi QR æqualis. & dum potentia in F eſt in S, pondus A, hoc eſt punctum H erit in B; ſed ſpatium TQ æquale eſt ſpatio HB, potentiæ ergo in FQ æqualiter motæ pondera PA æqualia per æqualia ſpatia in eodem tempore mouebunt. quod erat demonſtrandum

PROPOSITIO XI.

Si funis orbiculo trochleæ ponderi alligatæ fuerit circumuolutus, qui in altero eius extre-

mo

mo alicubi religetur, altero autem à potentia mouente pondus appræhenſo; vecte ſemper horizonti æquiſtante potentia mouebit.

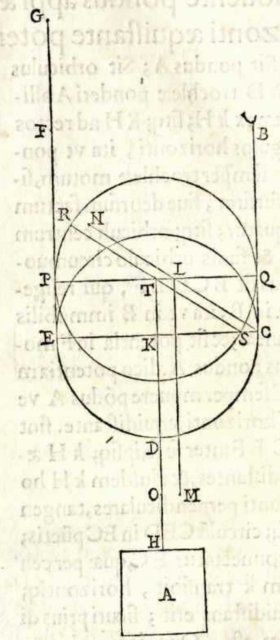


Sit pondus A; Sit orbiculus CED trochleæ ponderi A alligatæ ex k H; ſitq; KH ad rectos angulos horizonti, ita vt pondus ſemper trochleæ motum, ſiue ſurſum, ſiue deorſum factum ſequatur; ſitq; orbiculi centrum K; & funis orbiculo circumuolutus ſit BCDEF, qui religetur in B, ita vt in B immobilis maneat; & ſit potentia in F mouens pondus A. dico potentiam in F ſemper mouere pōdus A vecte horizonti æquidiſtante. ſint BC EF inter ſe ſe, ipſiq; kH æquidiſtantes, & eiuſdem kH horizonti perpendiculares, tangenteſq; circulū CED in EC pūctis; et connectatur EC, quæ per centrum k tranſibit, horizontiq; æquidiſtans erit; ſicuti prius dictum eſt. Quoniam enim orbiculus CED circa eius centrum K vertitur; ideo dum vis in F trahit ſurſum punctum E, deberet punctum C deſcendere, ac trahere deorſum B; ſed funis in B eſt immobilis, & BC deſcedere non poteſt; quare dum potentia in F trahit ſurſum E, totus orbiculus ſurſum mouebitur; ac per conſequens tota trochlea, & pondus; & EkC erit tanquam vectis, cuius fulcimentum erit C; eſt enim punctum C propter BC ferè immobile, potentia verò mouens vectem eſt in F fune EF,

Ex 1 huius

Ex 2 huius

& pondus in k appensum. quòd si punctum C omnino fuerit immobile, moueaturq; vectis EC in NC; & diuidatur NC bifariam in L: erunt CL LN ipsis Ck KE æquales. quare si vectis EC esset in CN, punctum k esset in L; & si ducatur LM horizonti perpendicularis, quæ sit etiam æqualis kH; esset pondus A, hoc est punctum H in M. sed quoniam potentia in F dum tendit sursum mouendo orbiculum, semper mouetur super rectam EFG, quæ semper est quoq; æquidistans BC; necesse erit orbiculum trochleæ semper inter lineas EGBC esse: & centrum k, cum sit in medio, super rectam lineam HkT semper moueri. Itaq; ducatur per L linea PTLQ horizonti, & EC æquidistans, quæ secet Hk productam in T; & centro T, spatio verò TQ, circulus describatur QRPS, qui æqualis erit circulo CED; & puncta PQ tangent fu-



Ex 34 primi. nes FE BC in P Q punctis. rectangulum enim est PECQ, & PT TQ ipsis EK kC sunt æquales. deinde per T ducatur RTS diameter circuli PQS æquidistans ipsi NC; fiatqué TO æqualis kH. dum autem centrum k motum erit vsq; ad lineam PQ, tunc centrum k erit in T. ostensum est enim centrum orbiculi super rectam HT semper moueri. idcirco vt centrum K sit in linea PQ ipsi EC æquidistante, necesse est vt sit in T. & vt vectis EC eleuetur in angulo ECN, necesse est, vt sit in RS, non autem in CN: angulus enim RSE angulo NCE est æqualis, & sic
29 Primi.

fulci-

fulcimentum C non eſt penitus immobile. cùm totus orbiculus ſurſum moueatur, totuſq; mutet totum locum; habet tamen C rationem fulcimenti, quia minus mouetur C, quàm k, & E: punctum enim E mouetur vſq; ad R, & K vſq; ad T, punctum verò C vſq; ad S tantùm. quare dum centrum K eſt in T, poſitio orbiculi erit QRPS: & pondus A, hoc eſt punctum H erit in O; cùm TO ſit æqualis k H; poſitio verò E C, ſcilicet vectis moti, erit R S, potentiaq; in F mota erit ſurſum per rectam E F G. eodem autem tempore, quo k erit in T, ſit potentia in G: dum autem vectis E C hoc modo mouetur, adhuc ſemper remanent G P B Q inter ſe ſe æquidiſtantes, atq; horizonti perpendiculares, ita vt vbi orbiculum tangunt, vt in punctis P Q; ſemper linea P Q erit diameter orbiculi, & tanquam vectis horizonti æquidiſtans. dum igitur orbiculus mouetur, & circumuertitur, ſemper etiam mouetur vectis E C, & ſemper remanet alius vectis in orbiculo horizonti æquiſtans, vt P Q; ita vt potentia in F ſemper moueat pondus vecte horizonti æquidiſtante, cuius fulcimentum erit ſemper in linea C B; & pondus in medio vectis appenſum; potentiaq; in linea E G. quod erat oſtendendum.

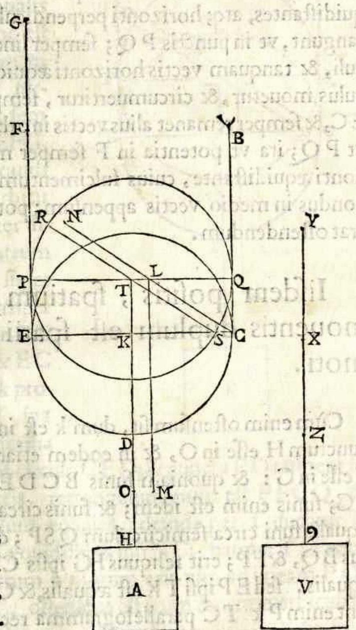
Iiſdem poſitis, ſpatium potentiæ pondus mouentis duplum eſt ſpatii eiuſdem ponderis moti.

Cùm enim oſtenſum ſit, dum k eſt in T, pondus A, hoc eſt punctum H eſſe in O, & in eodem etiam tempore potentiam in F eſſe in G: & quoniam funis B C D E F eſt æqualis funi B Q S P G; funis enim eſt idem; & funis circa ſemicirculum C D E eſt æqualis funi circa ſemicirculum Q S P; demptis igitur communibus B Q, & F P; erit reliquus F G ipſis C Q, & E P ſimul ſumptis æqualis. ſed E P ipſi T K eſt æqualis, & C Q ipſi quoq; T k æqualis, ſunt enim P k T C parallelogramma rectangula; quare lineæ E P C Q ſimul ipſius T k duplæ erunt. funis igitur F G ipſius T K duplus erit. & quoniam k H eſt æqualis T O, dempto communi k O, erit k T ipſi H O æqualis; quare funis F G ipſius H O duplus erit;

hoc eſt ſpatium potentiæ ſpatii ponderis duplum. quod erat demonſtrandum.

Potentia deinde idem pondus in æquali tempore per dimidium ſpatium mouebit fune circa orbiculum trochleæ ponderi alligatæ reuoluto, quàm ſine trochlea; dummodo ipſius potentiæ velocitates motuum ſint æquales.

Sit enim (iiſdem poſitis) aliud pondus V æquale ponderi A, cui alligatus ſit funis 9X; ſitq; potentia in X mouens pondus V. dico ſi vtriuſq; potentiæ motuum velocitates ſint æquales, in eodem tempore potentiam in F mouere pondus A per dimidium ſpatium eius, per quod à potentia in X mouetur pondus V; quod idem eſt, ac ſi eſſet idem pondus in æquali tempore motum. Moueat potentia in X pondus V, potentiaq; perueniat in Y; ſitq; XY æqualis ipſi FG; & fiat YZ æqualis X9, ita vt quando potentia in X erit in Y, ſit pondus V, hoc eſt punctum 9 in Z. ſed 9Z eſt æqualis FG,



cùm sit æqualis XY; ergo 9 Z ipsius HO dupla erit. Itaq; dum potentiæ erunt in GY, pondera AV erunt in OZ. in eodem autem tempore erunt potentiæ in GY, ipsarum enim velocitates motuum sunt æquales; quare vis in F pondus A in eodem tempore mouebit per dimidium spatium eius, per quod mouetur à potentia in X pondus V: & pondera sunt æqualia; Potentia ergo idem pondus in æquali tempore per dimidium spatium mouebit fune, trochleaq; hoc modo ponderi alligata, quàm sine trochlea; dummodo potentiæ motuum velocitates sint æquales. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XII.

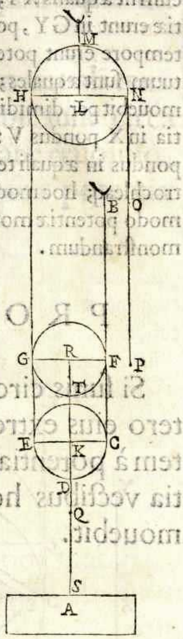
Si funis circa plures reuoluatur orbiculos, altero eius extremo alicubi religato, altero autem à potentia pondus mouente detento, potentia vectibus horizonti semper æquidistantibus mouebit.

Sit pondus A, sit orbiculus CED trochleæ ponderi alligatæ ex k S ad rectos angulos horizonti; ita vt pondus semper eius motum sursum, ac deorsum factum sequatur. sit deinde orbiculus circa centrum L trochleæ sursum appensæ; sitq; funis circa orbiculos reuolutus BCDEHMNO, qui religatus sit in B; sitq; vis in O mouens pondus A mouendo se deorsum per OP. dico potentiam in O semper mouere pondus A vectibus horizonti semper æquidistantibus. ducatur NH per centrum L horizonti æquidistans, quæ erit vectis orbiculi, cuius centrum est L. ducatur deinde EC per centrum k similiter horizonti æquidistans, quæ etiam erit vectis orbiculi, cuius centrum est k. Moueatur potentia in O deorsum, quæ dum deorsum mouetur, vectem NH mouebit; & dum vectis mouetur, N deorsum mouebitur, H verò sursum, vti supra dictum est. dum autem H mouetur sursum, mouet etiam sursum E; & vectem EC, cuius fulcimentum est C, sed fulcimentum C non potest mouere deorsum B; ideo orbiculus, cuius centrum K, sursum mouebitur, & per consequens trochlea, & pondus A; vt in præcedenti dictum est. & quoniam ob eandem causam in præcedentibus assignatam in HN, & EC semper remanent vectes horizonti æquidistantes; potentia ergo mouens pondus A semper eum mouebit vectibus horizonti æquidistantibus. quod erat ostendendum.

I, Et 10 Huius.

11 huius.

10 Huius.



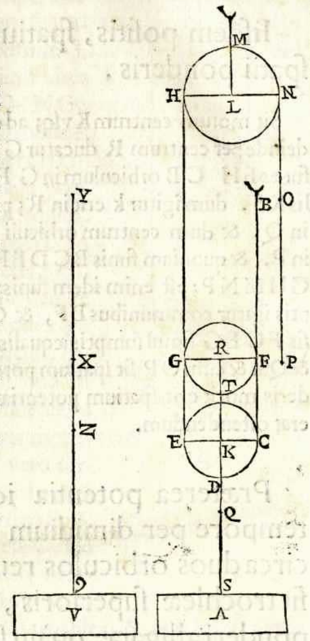
Et si funis circa plures sit reuolutus orbiculos; similiter ostendetur, potentiam mouere pondus vectibus horizonti semper æquidistantibus: & vectes orbiculorum trochleæ superioris semper esse, vt HN, quorum fulcimenta erunt semper in medio: vectes autem orbiculorum trochleæ inferioris semper existere, vt EC; quorum fulcimenta erunt in extremitatibus vectium.

Iisdem positis, spatium potentiæ duplum est spatii ponderis.

Sit motum centrum K vsq; ad centrum R; & orbiculus sit FTG. deinde per centrum R ducatur GF ipsi EC æquidistans: tangent funes EH CB orbiculum in G F punctis. fiat deniq; RQ æqualis KS. dum igitur k erit in R; pondus A, scilicet punctum S erit in Q. & dum centrum orbiculi est in R, sit potentia in O mota in P. & quoniam funis BCDEHMNO est æqualis funi BFTGHMNP; est enim idem funis; & FTG æqualis est CDE; demptis igitur communibus BF, & GHMNO, erit reliquus OP ipsis FC EG simul sumptis æqualis: & per consequens duplus kR, & QS. & cùm OP sit spatium potentiæ motæ, & SQ spatium ponderis moti; erit spatium potentiæ duplum spatii ponderis. quod erat ostendendum.

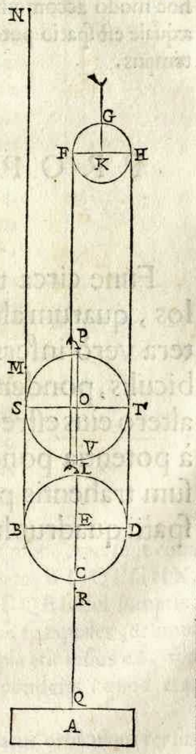
Præterea potentia idem pondus in æquali tempore per dimidium spatium mouebit fune circa duos orbiculos reuoluto, quorum vnus sit trochleæ superioris, alter verò sit trochleæ ponderi alligatæ; quàm sine trochleis: dummodo ipsius potentiæ lationes sint æqualiter veloces

Iiſdem namq; poſitis, ſit pondus V æquale ipſi A, cui alligatus ſit funis X9; ſitq; potẽtia in X mouens põdus V; quæ dum pondus mouet, perueniat in Y: fiantqué XY Z9 ipſi OP æquales; erit Z9 dupla QS. & ſi vtriuſque potentiæ velocitates motuum ſint æquales; patet pondus V duplum pertranſire ſpatium in eodem tempore eius, quod pertranſit pondus A. in eo dem enim tempore potentia in X peruenit ad Y, & potentia in O ad P; ponderaq; ſimiliter in ZQ. quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XIII.

Fune circa ſingulos duarum trochlearum orbiculos, quarum altera ſupernè, altera verò infernè, ponderiq; alligata fuerit, reuolutò; altero etiam eius extremo inferiori trochleæ religata, alterò autem à mouente potentia detento: erit decursum trahentis potentiæ spatium, moti ponderis spatii triplum.



Sit pondus A; sit BCD orbiculus trochleæ ponderi A ex EQ suspenso alligatæ; sitq; orbiculi centrum E; sit deinde FGH orbiculus trochleæ sursum appensæ, cuius centrum k; sitq; funis LFGH DCBM circa omnes reuolutus orbiculos, trochleæq; inferiori in L religatus: sitq; in M potentia mouens. dico spatium decursum à potentia in M, dum mouet pondus, triplum esse spatii moti ponderis A. Moueatur potentia in M vsq; ad N; & centrum E sit motum vsq; ad O; & L vsque ad P; atq; pondus A, hoc est punctum Q vsq; ad R; orbiculusq; motus, sit TSV. ducantur per EO lineæ ST BD horizonti æquidistantes, quæ inter se se quoq; æquidistantes erunt. quoniam autem dum E est in O, punctum Q est in R; erit EQ æqualis OR, & EO ipsi QR æqualis; similiter LQ æqualis erit PR, & LP ipsi QR æqualis. tres igitur QR EO LP inter se se æquales erunt; quibus etiam sunt æquales BS DT. & quoniam funis LFGHDCBM æqualis est funi PFGHTVSN, cùm sit idem funis, & qui circa semicirculum TVS est æqualis funi circa semicirculum BCD; demptis igitur communibus PFGHT, & SM; erit reliquus MN tribus BS LP DT simul sumptis æqualis. BS verò LP DT simul tripli sunt EO, & ex consequenti QR.

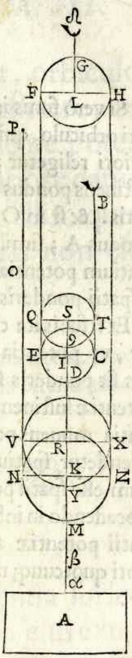
ſpatium igitur M N translatæ potentiæ ſpatii Q R ponderis moti triplum erit. quod erat demonſtrandum.

Tempus quoq; huius motus manifeſtum eſt, eadem ènim potentia in æquali tempore ſpatio ſecundùm triplum ampliori ſine huiuſmodi trochleis idem pondus mouebit, quàm cum eiſdem hoc modo accomodatis. ſpatium ponderis ſine trochleis moti æquale eſt ſpatio potentiæ. & hoc modo in omnibus inueniemus tempus.

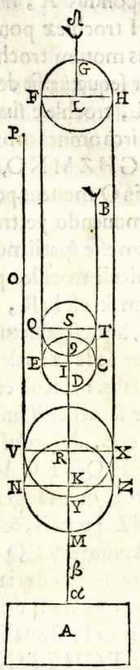
PROPOSITIO XIIII.

Fune circa tres duarum tròchlearum orbiculos, quarum altera ſupernè vnico dumtaxat, altera verò infernè, duobus autem inſignita orbiculis, ponderique alligata fuerit, reuoluto; altero eius eſtremo alicubi religato, altero autem à potentia pondus mouente detento: erit decurſum trahentis potentiæ ſpatium moti ponderis ſpatii quadruplum.

Sit pondus A, sint duo orbiculi, quorũ cẽtra k I trochleæ ponderi alligatæ kα; ita vt pondus motum trochleæ sursum, & deorsum semper sequatur: sit deinde orbiculus, cuius centrum L, trochleæ sursum appensæ in δ; sitq; funis circa omnes orbiculos circumuolutus BCDEFGHZMNO, religatusq; in B; sitq; potentia in O mouens pondus A. dico spatium, quod mouendo pertransit potentia in O, quadruplum esse spatii moti ponderis A. moueantur orbiculi trochleæ ponderi alligatæ; & dum centrum k est in R, centrum I sit in S, & pondus A, hoc est punctum α in β: erunt IS kR αβ inter se se æquales, itemq; kI ipsi RS erit æqualis. orbiculi enim inter se se eandem semper seruant distantiam; & kα ipsi Rβ æqualis erit. ducantur per orbiculorum centra lineæ FH QT EC VX NZ horizonti æquidistantes, quæ tangent funes in FHQTEC VXNZ punctis, & inter se se quoq; æquidistantes erunt: & EQ CT VN XZ non solum inter se se, sed etiam ipsis IS KR αβ æquales erunt. & dum centra kI sunt in RS, potentia in O sit mota in P. & quoniam funis BCDEFGHZMNO est æqualis funi BT9QFGHXYVP, est enim idẽ funis, & funes circa T9Q XYV semicirculos sunt æquales funibus, qui sunt circa CDE ZMN; Demptis igitur communibus BT, QFGHX, & VO; erit OP æqualis ipsis VN XZ CT QE simul sumptis. quatuor verò VN ZX CTQE sunt inter se se æquales, & simul quadruplæ kR, & αβ; quare OP quadrupla erit ipsius αβ. spatium igitur potentiæ quadruplum est spatii ponderis. quod erat ostendendum.



Et si funis in P circa alium adhuc reuoluatur orbiculum versus δ, potentiaqué mouendo se deorsum moueat sursum pondus; similiter ostendetur spatium potentiæ quadruplum esse spatii ponderis.



Si verò funis in B circumuoluatur alteri orbiculo, qui deinde trochleæ inferiori religetur; erit potentia in O
9 Huius. sustinens pondus A subquintupla ponderis. & si in O sit potentia mouens pondus A; similiter demonstrabitur spatium potentiæ in O quintuplum esse spatii ponderis A.

Et si funis ita circa orbiculos aptetur, vt potentia in O sustinens pondus sit ponderis subsextupla; & loco potentiæ sustinentis ponatur in O potentia mouens pondus: eodem modo ostendetur spatium potentiæ sextuplum esse spatii ponderis moti. & sic procedendo in infinitum proportiones spatii potentiæ ad spatium ponderis moti quotcunq; multiplices inuenientur.

COROLLARIVM I.

Ex his manifestum est ita se habere pondus ad potentiam ipsum sustinentem, sicuti spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis moti.

Vt si pondus A quintuplum sit potentiæ in O pondus A sustinentis; erit & spatium O P potentiæ pondus mouentis quintuplum spatii αβ ponderis moti.

COROLLARIVM II.

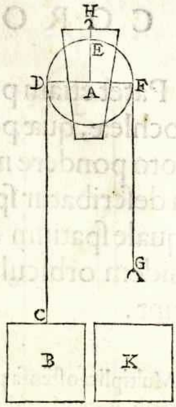
Patet etiam per ea, quæ dicta sunt, orbiculos trochleæ, quæ ponderi eſt alligata, efficere; vt à moto pondere minus, quàm à trahente potentia deſcribatur ſpatium; maioriq; tempore datum æquale ſpatium deſcribi, quàm ſine illis. quod quidem orbiculi trochleæ ſuperioris non efficiunt.

Multiplici oſtenſa ponderis ad potentiam proportione, iam ex aduerſo potentiæ ad pondus proportio multiplex oſtendatur.

PROPOSITIO XV.

Si funis orbiculo trochleæ à potentia ſurſum detentæ fuerit circumuolutus; altero eius extremo alicubi religato, alteri verò pondere appenſo; dupla erit ponderis potentia.

Sit



Sit trochlea habens orbiculum, cuius centrum A; & ſit pondus B alligatum funi CDEFG, qui circa orbiculum ſit reuolutus, ac tandem religatus in G: ſitq; potentia in H ſuſtinens pondus. dico potentiam in H duplam eſſe ponderis B. ducatur DF per centrũ A horizonti æquidiſtans. quoniã igitur potentia in H ſuſtinet trochleã, quæ ſuſtinet orbiculũ in eius cẽtro A, qui pondus ſuſtinet; erit potentia ſuſtinens orbiculũ, ac ſi in A cõſtituta eſſet; ipſa ergo in A exiſtente, pondere verò in D appenſo, funiq; CD religato; erit DF tanquam vectis, cuius fulcimentum erit F, pondus in D, & potentia in A. potentia verò ad pondus eſt, vt DF ad ad FA, & DF dupla eſt ipſius FA; Potentia igitur in A, ſiue in H, quod idem eſt, ponderis B dupla erit. quod demonſtrare oportebat.

3 *Huius. de vecte.*

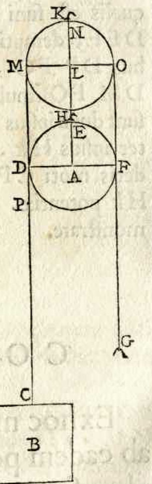
Præterea conſiderandum occurrit, cùm hæc omnia maneant, idem eſſe vnico exiſtente fune CDEFG hoc modo orbiculo cicumuoluto, ac ſi duo eſſent funes CD FG in vecte ſiue libra DF alligati.

ALITER.

Iiſdem poſitis, ſi in G appenſum eſſet pondus k æquale ponderi B, pondera B k æqueponderabunt in libra DF, cuius centrum A. potentia verò in H ſuſtinens pondera B k eſt ipſis ſimul ſumptis æqualis, & pondera BK ipſius B ſunt dupla; potentia ergo in H ponderis B dupla erit. & quoniam funis religatus in G nihil aliud efficit, niſi quòd pondus B ſuſtinet, ne deſcendat; quod idem efficit pondus k in G appenſum: potentia igitur in H ſuſtinens pondus B, fune religato in G, dupla eſt ponderis B. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XVI.

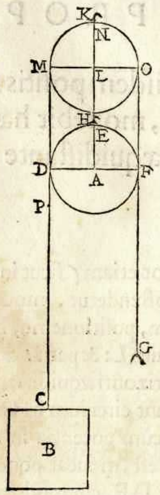
Iisdem positis si in H sit potentia mouens pondus, mouebit hæc eadem vecte horizonti semper æquidistante



Hoc etiam (sicut in superioribus dictum est) ostendetur. moueatur enim orbiculus sursum, positionemq; habeat MNO, cuius centrum L: & per L ducatur MLO ipsi DF, & horizonti æquidistans. & quoniam funes tangunt circulum MON in punctis MO; ideo cùm potentia in A, seu in H, quod idem est, moueat pondus B in D appensum vecte DF, cuius fulcimentum est F; semper adhuc remanebit alius vectis, vt MO horizonti æquidistans, ita vt semper potentia moueat pondus vecte horizonti æquidistante, cuius fulcimentum est semper in linea OG, & pondus in MC, potentiaq; in centro orbiculi.

Iisdem positis, spatium ponderis moti duplum est spatii potentiæ mouentis.

Sit motus orbiculus à centro A vſq; ad centrum L; & pondus B, hoc eſt punctum C, in eodem tempore ſit motum in P; & potentia in H vſq; ad K; erit AH ipſi LK æqualis, & AL ipſi Hk. & quoniam funis CDEFG eſt æqualis funi PMNOG, idem enim eſt funis, & funis circa ſemicirculum MNO æqualis eſt funi circa ſemicirculum DEF; demptis igitur communibus DP FG, erit PC æqualis DM FO ſimul ſumptis, qui funes ſunt dupli ipſius AL, & conſequenter ipſius Hk. ſpatium ergo ponderis moti CP duplum eſt ſpatii Hk potentiæ. quod oportebat demonſtrare.



COROLLARIVM

Ex hoc manifeſtum eſt, idem pondus trahi ab eadem potentia in æquali tempore per duplum ſpatium trochlea hoc modo accommodata, quàm ſine trochlea; dummodo ipſius potentiæ lationes in velocitate ſint æquales.

Spatium enim ponderis moti ſine trochlea æquale eſt ſpatio potentiæ.

Si autem funis in G circa alium reuoluatur orbiculum, cuius centrum k; sitq; huiusmodi orbiculi trochlea deorsum affixa, quæ nullum alium habeat motum, nisi liberam orbiculi circa axem reuolutionem; funisq; religetur in M; erit potentia in H sustinens pondus B similiter ipsius ponderis dupla. quod quidem manifestum est, cùm idem prorsus sit, siue funis sit religatus in M, siue in G. orbiculus enim, cuius centrum k, nihil efficit; penitusqué inutilis est.

Si verò sit potentia in M sustinens pondus B, & trochlea superior sit sursum appensa; erit potentia in M æqualis ponderi B.

Quoniam enim potentia in G sustinens pondus B æqualis est ponderi B, & ipsi potentiæ in G æqualis est potentia in L; est enim G L vectis, cuius fulcimentum est k; & distantia G k distantiæ k L est æqualis; erit igitur potentia in L, siue (quod idem est) in M, ponderi B æqualis. 1 Huius.

Huiusmodi autem motus fit vectibus D F L G, quorum fulcimenta sunt k A, & pondus in D, & potentia in F. sed in vecte L G potentia est in L, pondus verò, ac si esset in G.

Si deinde in M sit potentia mouens pondus, transferaturq; potentia in N, pondus autem motum fuerit vsq; ad O; erit M N spatium potentiæ æquale spatio C O ponderis. Cùm enim funis M L G F D C æqualis sit funi N L G F D O. est enim idem funis; dempto communi M L G F D O; erit spatium M N potentiæ æquale spatio C O ponderis.

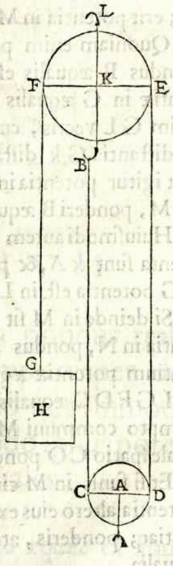
Et si funis in M circa plures reuoluatur orbiculos, semper erit potentia altero eius extremo pondus sustinens æqualis ipsi ponderi. spatiaq; ponderis, atq; potentiæ mouentis semper ostendentur æqualia.

PROPOSITIO XVII.

Si vtrisq; duarum trochlearum singulis orbiculis, quarum vna supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ibiq; affixa, constituta fuerit, funis circumducatur; altero eius extremo superiori trochleæ religato, alteri verò pondere appenso; tripla erit ponderis potentia.

Sit orbiculus, cuius centrum A, trochleæ infernè affixæ; & sit funis BCD EFG non solum huic orbiculo circumuolutus, verùm etiam orbiculo trochleæ superioris, cuius centrum k; sitq; funis in B superiori trochleæ religatus; & in G sit appensum pondus H; potentiaq; in L sustineat pondus H. dico potentiam in L triplam esse ponderis H. si enim duæ essent potentiæ pondus H sustidentes, vna in K, altera in B., erunt vtræq; simul triplæ ponderis H: potentia enim in k dupla est ponderis H, & potentia in B ipsi ponderi æqualis. & quoniam sola potentia in L vtrisq; scilicet potentiæ in KB est æqualis. sustinet enim potentia in L; tùm potentiam in K, tùm potentiam in B; idem qué efficit potentia in L, ac si duæ essent potentiæ, vna in k, altera in B: Tripla igitur erit potentia in L ponderis H. quod demonstrare oportebat.

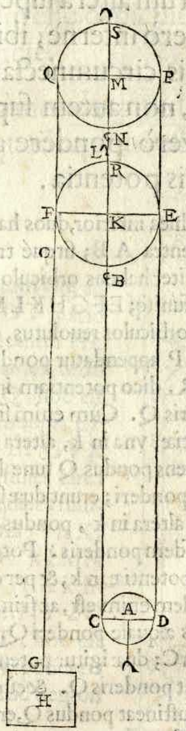
15 Huius. In præcedenti.



Si autem in L ſit potentia mouens pondus. dico ſpatium ponderis moti triplum eſſe ſpatii potentiæ motæ.

Moueatur centrum orbiculi K vſq; ad M; cuius quidem motus ſpatium motæ potentiæ ſpatio eſt æquale, ſicuti ſupra dictum eſt: & quando k erit in M, B erit in N; & N B æqualis erit M k; & dum k eſt in M, ſit pondus H, hoc eſt punctum G motum in O; & per M K ducantur E F P Q horizonti æquidiſtantes; erit vnaquæq; E P B N F Q ipſi K M æqualis. & quoniam funis B C D E F G æqualis eſt funi N C D P Q O; idem enim eſt funis; & funis circa ſemicirculum E R F æqualis eſt funi circa ſemicirculum P S Q: demptis igitur communibus B C D E, & F O, erit O G tribus Q F N B P E ſimul ſumptis æqualis. ſed Q F N B P E ſimul triplæ ſunt M k, hoc eſt ſpatii potentiæ motæ; ſpatium ergo G O ponderis H moti triplum eſt ſpatii potentiæ motæ. quod oſtendere oportebat.

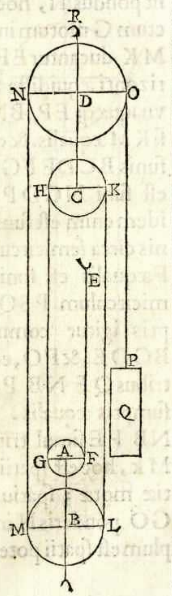
In præcedenti.



PROPOSITIO XVIII.

Si vtriusq; duarum trochlearum binis orbiculis, quarum altera supernè à potentia sustineatur, altera verò infernè, ibiq; annexa, collocata fuerit, funis circumnectatur; altero eius extremo alicubi, non autem superiori trochleæ religato, alteri verò pondere appenso; quadrupla erit ponderis potentia.

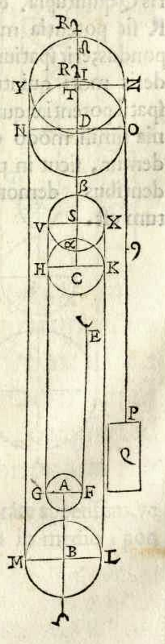
Sit trochlea inferior, duos habens orbiculos, quorum centra A B; sitqué trochlea superior duos similiter habens orbiculos, quorum centra C D; funisq; EFGHKLMNOP sit circa omnes orbiculos reuolutus, qui sit religatus in E; & in P appendatur pondus Q; sitq; potentia in R. dico potentiam in R quadruplam esse ponderis Q. Cùm enim si duæ intelligantur potentiæ, vna in k, altera in D, potentia
16 *Huius.* in k sustinens pondus Q fune k L M N O P æqualis erit ponderi; erunt duæ simul potentiæ, vna in D, altera in k, pondus Q sustinentes, triplæ eiusdem ponderis. Potentia verò in C dupla est potentiæ in k, & per consequens ponderis Q; idem enim est, ac si in k appensum esset pondus æquale ponderi Q, cuius dupla est
15 *Huius.* potentia in C; duæ igitur potentiæ in D C quadruplæ sunt ponderis Q. & cùm potentia in R orbiculis sustineat pondus Q, erit potētia in R, ac si duæ essent potentiæ, vna in D, altera in C, & vtræq; simul pondus Q sustinerent. ergo potentia in R quadrupla est ponderis Q. quod oportebat demonstrare.



COROLLARIVM

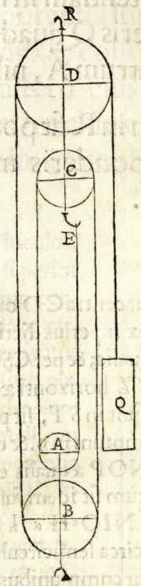
Ex quo patet, si funis fuerit religatus in G, & circa orbiculos, quorum centra sunt B C D reuolutus; potentiam in R pondus sustinentem similiter ponderis Q quadruplam esse. orbiculus enim, cuius centrum A, nihil efficit.

Si autem in R sit potentia mouens pondus. dico spatium ponderis moti quadruplum esse spatii potentiæ.

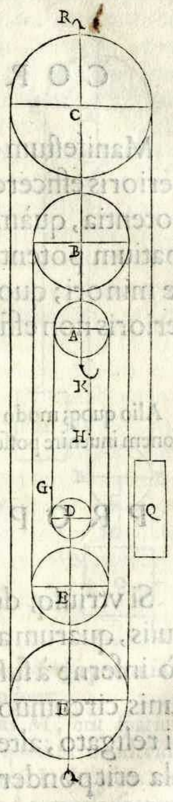


Moueantur centra C D orbiculorum vsq; ad S T; erunt ex superius dictis C S D T spatio potentiæ æqualia; & per C S D T ducantur H k V X N O Y Z horizonti æquidistantes; & dũ centra C D sunt in S T, sit pondus Q, hoc est punctum P motum in 9. & quoniam funis E F G H K L M N O P æqualis est funi E F G V X L M Y Z 9; cùm sit idem funis: & funes circa semicirculos N I O H α k sunt æquales funibus, qui sunt circa semicirculos Y Λ Z V β X; demptis igitur communibus E F G H k L M N & O 9; erit P 9 ipsis N Y Z O V H X k simul sumptis æqualis. quatuor autem N Y Z O V H X k simul quadrupli sunt D T, hoc est spatii potentiæ; spatium igitur P 9 ponderis quadruplum est spatii potentiæ. quod demonstrandum fuerat.

Si autem funis ſit religatus in E trochleæ ſuperiori, & potentia in R ſuſtineat pondus Q; erit potentia in R ponderis Q quintupla. & ſi in R ſit potentia mouens pondus; erit ſpatium ponderis moti quintuplum ſpatii potentiæ. quæ omnia ſimili modo oſtendentur, ſicut in præcedentibus demonſtratum eſt.



Si verò potentia in R ſubſtineat pondus Q trochlea tres orbiculos habente, quorum centra ſint ABC; & ſit alia trochlea infernè affixa duos, vel tres orbiculos habens, quorum centra DEF; ſitq; funis circa omnes orbiculos reuolutus, ſiue in G, ſiue in H religatus; ſimiliter oſtendetur potentiam in R ſexcuplam eſſe ponderis Q. Et ſi in R ſit potentia mouens pondus, oſtendetur ſpatium ponderis moti ſexcuplum eſſe ſpatii potentiæ.



Et ſi funis ſit religatus in K trochleæ ſuperiori, & in R ſit potentia pondus ſuſtinens; ſimili modo oſtendetur potentiam in R ſeptuplam eſſe ponderis Q.

Et ſi in R ſit potentia mouens, oſtendetur ſpatium ponderis Q ſeptuplum eſſe ſpatii potentiæ. atq; ita in infinitum omnis potentiæ ad pondus multiplex proportio inueniri poterit. ſemperq; oſtendetur, ita eſſe pondus ad potentiam ipſum ſuſtinentem, ſicuti ſpatium potentiæ pondus mouentis ad ſpatium ponderis moti.

Vectium autem ipſorum orbiculorum motus in his fit hoc modo, videlicet vectes orbiculorum trochleæ ſuperioris mouentur, vti dictum eſt in decima ſexta huius; hoc eſt habent fulcimentum in extremitate, potentiam in medio, pondus in altera extremitate appenſum. Vectes verò trochleæ inferioris habent fulcimentum in medio, pondus, & potentiam in extremitatibus.

COROL-

COROLLARIVM

Manifeſtum eſt in his, orbiculos trochleæ ſuperioris efficere, vt pondus moueatur maiori potentia, quàm ſit ipſum pondus, & per maius ſpatium potentiæ ſpatio, & per æquale tempore minori; quod quidem orbiculi trochleæ inferioris non efficiunt.

Alio quoq; modo hanc potentiæ ad pondus multiplicem proportionem inuenire poſſumus.

PROPOSITIO XVIIII.

Si vtriuſq; duarum trochlearum ſingulis orbiculis, quarum altera ſupernè appenſa, altera verò infernè à ſuſtinente potentia rententa fuerit, funis circumuoluatur; altero eius extremo alicubi religato, alteri autem pondere appenſo; dupla erit ponderis potentia.

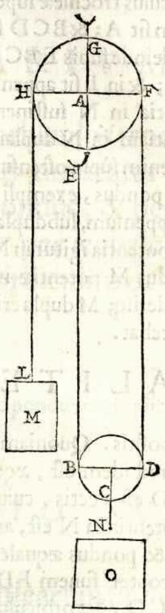
Sit orbiculus trochleæ ſupernè appenſæ, cuius centrum ſit A; & BCD ſit trochleæ inferioris; ſit deinde funis EBCDFGHL religatus in E; & in L ſit appenſum pondus M; ſitq; potentia in N ſuſtinens pondus M. dico potentiam in N duplam eſſe ponderis M. Cùm enim ſupra oſtenſum ſit potentiam in L, quæ pondus, exempli gratia, O ſuſtineat in N appenſum, ſubduplam eſſe eiuſdem ponderis; potentia igitur in N ponderi O æqualis pondus M potentiæ in L æquale ſuſtinebit; ponderiſq; M dupla erit. quod demonſtrare oportebat. 3 *Huius.*

ALITER.

Iiſdem poſitis. Quoniam potentia in F, ſeu in D, quod idem eſt, æqualis eſt ponderi M; & BD eſt vectis, cuius fulcimentum eſt B, & potentia in N eſt, ac ſi eſſet in medio vectis, & pondus æquale ipſi M, ac ſi eſſet in D propter funem FD; quod idem eſt, ac ſi BCD eſſet orbiculus trochleæ ſuperioris, pondusq; appenſum eſſet in fune DF, ſicut in decimaquinta, & decimaſexta dictum eſt; ergo potentia in N dupla eſt ponderis M. quod erat oſtendendum. 1 *Huius.*

Si autem in N ſit potentia mouens pondus M, erit ſpatium ponderis M duplum ſpatii potentiæ in N. quod ex duodecima huius manifeſtum eſt; ſpatium enim puncti L deorſum tendentis duplum eſt ſpatii N ſurſum; erit igitur è conuerſo ſpatium potentiæ in N deorſum tendentis dimidium ſaptii ponderis M ſurſum moti.

Sicut autem ex tertia, quinta, ſeptima huius, &c. colligi poſſunt ponderis O rationes quotcunq; multiplices ipſius potentiæ in L; eodē quoq; modo oſtendi poterunt potentiæ in N pondus ſuſtinentis ponderis M quotcunq; multiplices. Atq; ita ex decimatertia



decimaquarta rationes ostendentur quotcunq; multiplices spatii ponderis M ad spatium potentiæ mouentis in N constitutæ.

Poterit quoq; ex decimaseptima decimaoctaua huius multiplex inueniri proportio, quam habet potentia pondus sustinens ad ipsum pondus; sicut proportio potentiæ in N ad pondus M ex decimaquinta, & decimasexta ostendebatur: inuenieturq; ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis.

Vectium motus in his fit hoc modo, videlicet vectes orbiculorum trochleæ inferioris mouentur, vt vectis BD, quæ mouetur, ac si B esset fulcimentum, & pondus in D, & potentia in medio. Vectes verò orbiculorum trochleæ superioris mouentur, vt FH, cuius fulcimentum est in medio, pondus in H, & potentia in F.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, orbiculos trochleæ inferioris in his efficere, vt pondus maiori potentia moueatur, quàm ſit ipſum pondus, & per maius ſpatium ſpatio potentiæ, & minori tempore per æquale. quod quidem orbiculi ſuperioris trochleæ non efficiunt.

Cognitis proportionibus multiplicibus, iam ad ſuperparticulares accedendum eſt.

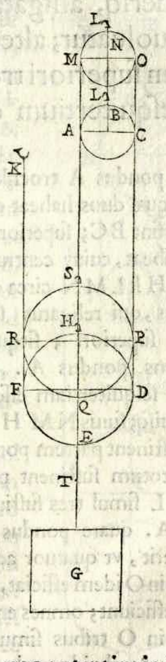
PROPOSITIO XX.

Si vtriuſq; duarum trochlearum ſingulis orbiculis, quarum altera ſupernè à potentia ſuſtineatur, altera verò infernè, ponderiq; alligata, cōſtituta fuerit, funis reuoluatur; altero eius extremo alicubi, altero verò inferiori trochleæ religato; pondus potentiæ ſeſquialterum erit.

Sit ABC orbiculus trochleæ ſuperioris, & DEF trochleæ inferioris ponderi G alligatæ; ſitq; funis HABCDEFK circa orbiculos reuolutus, qui ſit religatus in K, & in H trochleæ inferiori; ſitq; potentia in L ſuſtinens pondus G. dico pondus potentiæ ſeſquialterum eſſe.

Cor. 5 huius. Quoniam enim vterque funis CD AH tertiam ſuſtinet partem ponderis G, erit vnaquæq; potentia in D H ſubtripla ponderis G; quibus ſimul aſſumptis eſt æqualis potentia in L: potentia enim in L dupla eſt potentiæ in D, & *Ex. 15 huius.* eius, quæ eſt in H. quare potentia in L ſubſeſquialtera eſt ponderis G. pondus ergo G ad pontentiam in L eſt, vt tria ad duo; hoc eſt ſeſquialterum. quod demonſtrare oportebat.

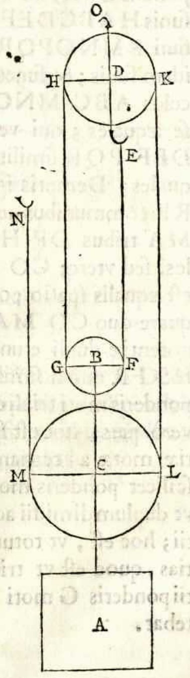
Si autem in L ſit potentia mouens pondus. Dico ſpatium potentiæ ſpatii ponderis ſeſquialterum eſſe.



Iiſdem poſitis, perueniat orbiculus ABC vſq; ad MNO, & DEF ad PQR; & H in S; & pondus G vſq; ad T. Et quoniam funis HABCDEFK eſt æqualis funi SMNOPQRk, cùm ſit idem funis; & funes circa ſemicirculos ABC MNO ſunt inter ſe ſe æquales; qui verò ſunt circa DEF PQR ſimiliter inter ſe æquales; Demptis igitur AS CP RK communibus, erunt duo CO MA tribus DP HS FR æquales. ſed vterq; CO AM ſeorſum eſt æqualis ſpatio potentiæ motæ. quare duo CO MA, ſimul ſpatii potentiæ dupli erunt: treſq; DP HS FR ſimul ſimili modo ſpatii ponderis moti tripli erunt. dimidia verò pars, hoc eſt ſpatium potentiæ motæ ad tertiam, ad ſpatium ſcilicet ponderis moti ita ſe habet, vt duplum dimidii ad duplum tertii; hoc eſt, vt totum ad duas tertias, quod eſt vt tria ad duo. ſpatium ergo potentiæ in L ſpatii ponderis G moti ſeſquialterum eſt. quod oſtendere oportebat.

PROPOSITIO XXI.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera vnius tantùm orbiculi supernè à potentia sustineatur, altera verò duorum infernè, ponderiq; alligata, collocata fuerit, funis circumuoluatur; altero eius extremo alicubi, altero autem superiori trochleæ religato: pondus potentiæ sesquitertium erit.

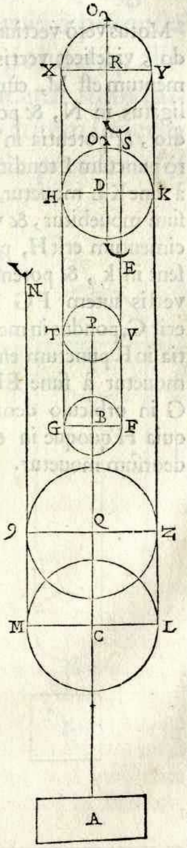


Sit pondus A trochleæ inferiori alligatum, quæ duos habeat orbiculos, quorum centra sint BC; superiorq; trochlea orbiculum habeat, cuius centrum D; & sit funis EFGHkLMN circa omnes orbiculos reuolutus, qui religatus sit in N, & in E trochleæ superiori; sitqué potentia in O sustinens pondus A. dico pondus potentiæ sesquitertium esse. Quoniam enim vnusquisq; funis NM HG EF KL quartam sustinent partem ponderis A, & omnes simul totum sustinent pondus; tres HG EF kL simul tres sustinebunt partes ponderis A. quare pondus A ad hos omnes simul erit, vt quatuor ad tria: & cùm potentia in O idem efficiat, quod HG EF kL simul efficiunt; omnes enim sustinet; erit potentia in O tribus simul HGEF kL æqualis; & ob id pondus A ad potentiam in O erit, vt quatuor ad tria; hoc est sesquitertium. quod demonstrare oportebat.

Cor. 1 septimæ huius.

Si verò in O ſit potentia mouens pondus A. Dico ſpatium potentiæ in O decurſum ſpatii ponderis A moti ſeſquitertium eſſe.

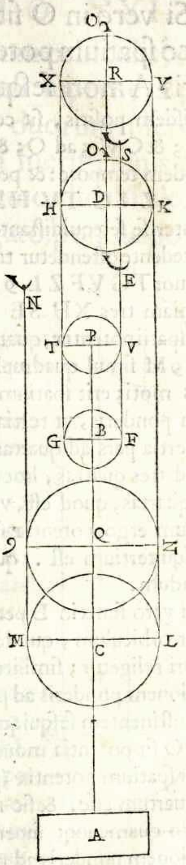
Iiſdem poſitis, ſit centrum B motum in P; & C vſq; ad Q; & D in R; & E in S eodem tempore: & per centra ducantur ML 9Z FG TV Hk XY horizonti, & inter ſe ſe æquidiſtantes. Similiter, vt in præcedente oſtendetur tres XH SE Yk quatuor TG VF ZL 9M æquales eſſe. & quoniam tres XH SE Yk ſimul triplæ ſunt ſpatii potentiæ, quatuor verò TG VF ZL 9M ſimul quadruplæ ſunt ſpatii ponderis moti; erit ſpatium potentiæ ad ſpatium ponderis, vt tertia pars ad quartam. ſed tertia pars ad quartam eſt, vt tres tertiæ ad tres quartas, hoc eſt, vt totum ad tres quartas; quod eſt, vt quatuor ad tria. ſpatium ergo potentiæ ſpatii ponderis moti ſeſquitertium eſt. quod erat demonſtrandum.



Si verò funis in E per alium circumuoluatur orbiculum, qui deinde trochleæ inferiori religetur; ſimiliter oſtendetur proportionem ponderis ad potentiã in O pondus ſuſtinentem ſeſquiquartam eſſe. quòd ſi in O ſit potentia mouens pondus, oſtendetur ſpatium potentiæ ſpatii ponderis ſeſquiquartum eſſe. & ſic in infinitum procedendo quamcunq; ſuperparticularem proportionem ponderis ad potentiam inueniemus; ſemperq; reperiemus, ita eſſe pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, vt ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti.

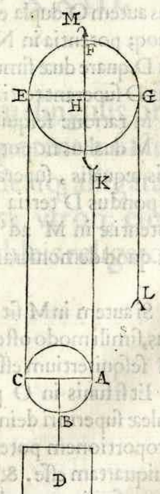
Motus

Motus verò vectium fit hoc modo, videlicet vectis ML fulcimentum eſt M, cùm funis ſit religatus in N, & pondus in medio, & potentia in L. quia verò punctum L tendit ſurſum, quod à fune KL mouetur, idcirco K ſurſum mouebitur, & vectis HK fulcimentum erit H, pondus ac ſi eſſent in k, & potentia in medio; vectis autem FG fulcimentum erit G, pondus in medio; & potentia in F. punctum enim F ſurſum mouetur à fune EF. Præterea G in orbiculo deorſum tendit, quia H quoque in eius orbiculo deorſum mouetur.



PROPOSITIO XXII.

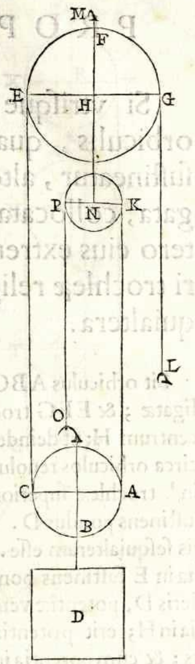
Si vtriſque duarum trochlearum ſingulis orbiculis, quarum altera ſupernè à potentia ſuſtineatur, altera verò infernè, ponderiq; alligata, collocata fuerit, circumducatur funis; altero eius extremo alicubi, altero autem ſuperiori trochleæ religato. erit potentia ponderis ſeſquialtera.



Sit orbiculus ABC trochleæ ponderi D alligatæ; & EFG trochleæ ſuperioris, cuius centrum H; ſit deinde funis k ABCEFGL circa orbiculos reuolutus, & religatus in L, & in k trochleæ ſuperiori; ſitq; potentia in M ſuſtinens pondus D. dico potentiam ponderis ſeſquialteram eſſe. Quoniam enim potentia in E ſuſtinens pondus D ſubdupla eſt ponderis D, potentiæ verò in E dupla eſt potentia in H; erit potentia in H ponderi D æqualis; & cùm potentia in K ſubdupla ſit ponderis D; erunt vtræq; ſimul potentiæ in H k ſeſquialteræ ponderis D. Itaq; cùm potentia in M duabus potentiis in H k ſimul ſumptis ſit æqualis, quemadmodum in ſuperioribus oſtenſum eſt; erit potentia in M ſeſquialtera ponderis D. quod oportebat demonſtrare.

2 Huius.
Ex 15 huius.
2 Cor.
2 Huius.

Si verò in M ſit potentia mouens pondus, ſimiliter vt in præcedentibus oſtendetur, ſpatium ponderis ſpatii potentiæ ſeſquialterum eſſe.



Et si funis in K per alium circumuoluatur orbiculum, cuius centrum sit N; qui deinde trochleæ inferiori religetur in O; & potentia in M sustineat pondus D. dico proportionem potentiæ ad pondus sesquitertiam esse.

Quoniam enim potentia in E sustinens pondus D fune E C B A K P O subtripla est ipsius D, ipsius autem E dupla est potentia in H; erit potentia in H subsesquialtera ponderis D. simili quoq; modo quoniam potentia in O, quæ est, ac si esset in centro orbiculi A B C, subtripla est ponderis D; ipsius autem O dupla est potentia in N; erit quoq; potentia in N subsesquialtera ponderis D. quare duæ simul potentiæ in H N pondus D superant tertia parte, se se habentq; ad D in ratione sesquitertia: & cùm potentia in M duabus sit potentiis in H N simul sumptis æqualis, superabit itidem potentia in M pondus D tertia parte. ergo proportio potentiæ in M ad pondus D sesquitertia est. quod demonstrare oportebat.

5 Huius. Ex 15 huius.

3, 15, Huius.

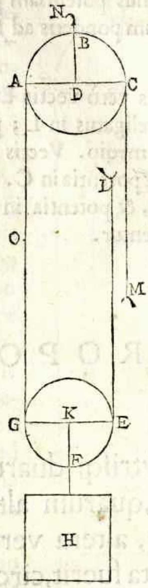
Si autem in M sit potentia mouens pondus, simili modo ostendetur spatium ponderis D spatii potentiæ in M sesquitertium esse.

Et si funis in O per alium circumuoluatur orbiculum, qui trochleæ superiori deinde religetur; eodem modo demonstrabimus proportionem potentiæ in M pondus sustinentis ad pondus sesquiquartam esse. & si in M sit potentia mouens, similiter ostendetur spatium ponderis spatii potentiæ sesquiquartum esse. procedendoq; hoc modo in infinitum quamcunq; proportionem potentiæ ad pondus superparticularem inueniemus; semperque oſtendemus potentiam pondus ſuſtinentem ita eſſe ad pondus, vt ſpatium ponderis ad ſpatium potentiæ pondus mouentis.

Motus verò vectis EG eſt, ac ſi G eſſet fulcimentum, cùm funis ſit religatus in L; pondus ac ſi in E eſſet appenſum, & potentia in medio. Vectis verò CA fulcimentum eſt A pondus in medio, & potentia in C. & K fulcimentum eſt vectis Pk, pondus in P, & potentia in medio. quæ omnia ſicut in præcedenti oſtendentur.

PROPOSITIO XXIII.

Si vtriſq; duarum trochlearum ſingulis orbiculis, quarum altera ſupernè à potentia ſuſtineatur, altera verò infernè, ponderiq; alligata, cõſtituta fuerit, circumferatur funis; vtroq; eius extremo alicuibi, non autem trochleis religato; æqualis erit ponderi potentia.

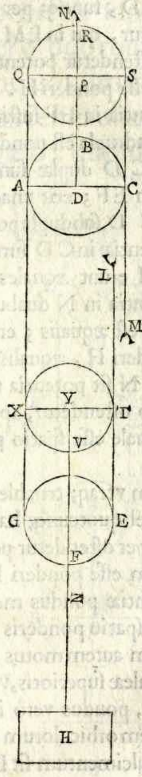


Sit orbiculus trochleæ superioris ABC, cuius centrum D;& EFG trochleæ ponderi H alligatæ,cuius centrum k ; & sit funis LEF GABCM circa orbiculos reuolutus , religatusq; in LM ; sitq; potentia in N sustinens pondus H. dico potentiam in N æqualem esse ponderi H. Accipiatur quoduis punctum O in AG. & quoniam si in O esset potentia sustinens pondus H, subdupla esset
2 Huius. Ex 15 huius. ponderis H , & potentiæ in O dupla est ea, quæ est in D , siue (quod idem est) in N ; erit potentia in N ponderi H æqualis, quod demonstrare oportebat.

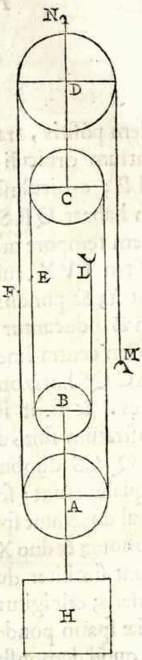
Et si in N sit potentia mouens pondus. Dico spatium potentiæ in N æqualem esse spatio ponderis H moti.

11 Huius. 16 Huius. Quoniam enim spatium puncti O moti , duplum est,tùm spatii ponderis H moti, tùm spatii potentiæ in N motæ ; erit spatium potentiæ in N spatio ponderis H æquale.

ALITER.



Iisdem positis, transferatur centrum orbiculi ABC vsq; ad P; orbiculusq; positionem habeat QRS; deinde eodem tempore orbiculus EFG sit in TVX, cuius centrum sit Y; & pondus peruenerit in Z. ducantur per orbiculorum centra lineæ GE TX AC QS horizonti æquidistantes. & sicut in aliis demonstratum fuit, duo funes AQ CS duobus XG TE æquales erunt; sed AQ CS simul dupli sunt spatii potentiæ motæ; & duo XG TE simul sunt similiter dupli spatii ponderis; erit igitur spatiũ potentiæ spatio ponderis æquale. quod demonstrare oportebat.



Quod etiam ſi vtraq; trochlea duos habuerit orbiculos, quorum centra ſint ABCD, funiſq; per omnes circumuoluatur, qui in LM religetur; ſimiliter oſtendetur potentiam in N æqualem eſſe ponderi H. vnaquæq; enim potentia in EF ſuſtinens pondus ſubquadrupla eſt ponderis; & potentiæ in C D duplæ ſunt earum, quæ ſunt in EF; erit vnaquæq; potentia in C D ſubdupla ponderis H. quare potentiæ in CD ſimul ſumptæ ponderi H erunt æquales. & quoniam potentia in N duabus in C D pontentiis eſt æqualis; erit potentia in N ponderi H, æqualis.

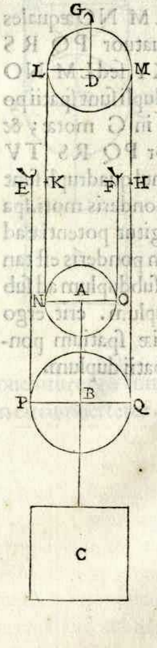
Et ſi in N ſit potentia mouens, ſimili modo oſtendetur, ſpatium potentiæ æquale eſſe ſpatio ponderis.

Si autem vtraq; trochlea tres, vel quatuor, vel quotcunq; habeat orbiculos; ſemper oſtendetur potẽtiam in N æqualem eſſe ponderi H; & ſpatium potentiæ pondus mouentis æquale eſſe ſpatio ponderis moti.

Vectium autem motus hoc pacto ſe habent; orbiculorum quidem trochleæ ſuperioris, veluti AC in præcedenti figura fulcimentum eſt C, pondus verò in A appenſum, & potentia in D medio. vectes autem orbiculorum trochleæ inferioris ita mouentur, vt ipſius GE fulcimentum ſit E, pondus in medio appenſum, & potentia in G.

PROPOSITIO XXIIII.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera vnius dumtaxat orbiculi supernè à potentia sustineatur, altera verò duorum infernè, ponderiq; alligata fuerit constituta, circundetur funis; vtroq; eius extremo alicubi, sed non superiori trochleæ religato: duplum erit pondus potentiæ.

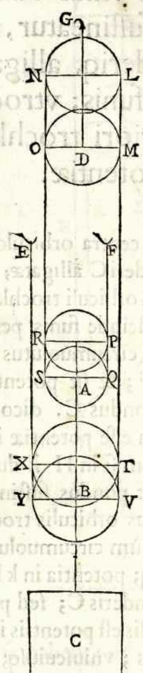


Sint A B centra orbiculorum trochleæ ponderi C alligatæ; D verò sit centrum orbiculi trochleæ superioris; sit deinde funis per omnes orbiculos circumuolutus, religatusq; in EF; & sit potentia in G sustinens pondus C. dico pondus C duplum esse potentiæ in G. Quoniam enim si in H k duæ essent potentiæ pondus sustinentes duobus funibus orbiculis trochleæ inferioris tantùm circumuolutis, esset vtiq; vtraq; potentia in k H subquadrupla ponderis C; sed potentia in G æqualis est potentiis in Hk simul sumptis; vniuscuiusq; enim potentiæ in H, & k dupla est: erit potentia in G subdupla ponderis C. pondus ergo potentiæ duplum erit. quod demonstrare oportebat.

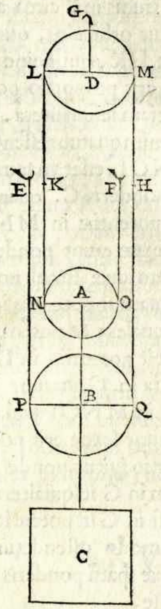
Ex 7 huius

Ex 15 huius.

Et si in G sit potentia mouens pondus. Dico spatium potentiæ duplum esse spatii ponderis.

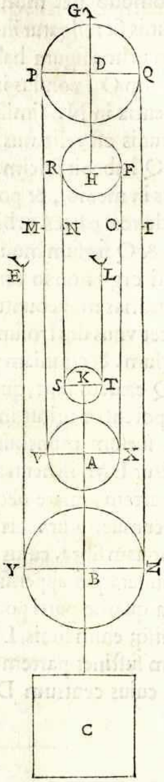


Iisdem positis, sint moti orbiculi, similiter demonstrabitur ambos illos LM NO æquales esse quatuor PQ RS TV XY. sed LM NO simul dupli sunt spatii potentiæ in G motæ; & quatuor PQ RS TV XY simul quadrupli sunt spatii ponderis moti. spatium igitur potentiæ ad spatium ponderis est tanquam subduplum ad subquadruplum. erit ergo potentiæ spatium ponderis spatii duplum.



Hinc autem conſiderandum eſt quomodo fiat motus; quia, cùm funis ſit religatur in F, vectis NO in prima figura habebit fulcimentum O, pondus in medio, & potentia in N. ſimiliter quoniam funis eſt religatus in E, vectis PQ habebit fulcimentũ P, & pondus in medio, & potentia in Q. idcirco partes orbiculorum in N, & Q ſurſum mouebuntur; orbiculi ergo non in eandem, ſed in contrarias mouebuntur partes, videlicet vnus dextroſum, alter ſiniſtrorſum. & quoniam potentiæ in N Q eædem ſunt, quæ ſunt in L M; potentiæ igitur in LM æquales ſurſum mouebuntur. vectis igitur LM in neutram mouebitur partem. quare neq; orbiculus circumuertetur. Itaq; LM erit tanquam libra, cuius centrum D, ponderaqué appenſa in LM æqualia quartæ parti ponderis C; vnuſquiſq; enim funis LN MQ quartam ſuſtinet partem ponderis C. mouebitur ergo totus orbiculus, cuius centrum D, ſurſum; ſed non circumuertetur.

Et ſi funis in F circa alios duos voluatur orbiculos, quorum centra ſint HK, qui deinde religetur in L; erit proportio ponderis ad potentiam ſeſquialtera.



Si enim quatuor eſſent potentiæ in MNOI, eſſet vnaquæq; ſubſeſcupla ponderis C. quare quatuor ſimul potentiæ in MNOI quatuor ſextæ erunt ponderis C. & quoniam duæ ſimul potentiæ in HD quatuor potentiis in MNOI ſunt æquales; & potentia in G æqualis eſt potentiis in D H: erit potentia in G quatuor ſimul potentiis in MNOI æqualis; & ob id quatuor ſextæ erit ponderis C. proportio igitur ponderis C ad potentiam in G ſeſquialtera eſt.

Ex 9 huius

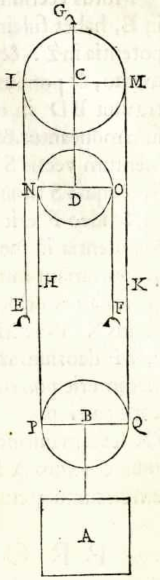
Et ſi in G ſit potentia mouens, ſimili modo oſtendetur ſpatium potentiæ ſpatii ponderis ſeſquialterum eſſe.

Et ſi funis in L adhuc circa duos alios orbiculos reuoluatur ſimiliter oſtendetur proportionem ponderis ad potentiam ſeſquitertiam eſſe. quòd ſi in G ſit potentia mouens, oſtendetur ſpatium potentiæ ſpatii ponderis ſeſquitertium eſſe, atq; ita deinceps in infinitum procedendo, quamcunq; proportionem ponderis ad potentiam ſuperparticularem inueniemus. ſemperq; reperiemus ita eſſe pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, vt ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis à potentia moti.

Motus vectium fit hoc modo, vectis Y Z, cùm funis sit religatus in E, habet fulcimentum in Y, pondus in B medio appensum, & potentia in Z. & vectis P Q habet fulcimentum in P potentia in medio, & pondus in Q. oportet enim orbiculos, quorum centra sunt B D in eandem partem moueri, videlicet vt Q Z sursum moueantur. & quoniam funis religatus est in L, erit T fulcimentum vectis S T, qui pondus habet in medio, & potentia in S. & quia S mouetur sursum, necesse est etiam R sursum moueri; & ideo F erit fulcimentum vectis F R, & pondus erit in R, & potentia in medio. orbiculi igitur, quorum centra sunt H k, in contrariam mouentur partem eorum, quorum centra sunt BD: quare partes orbiculorũ P F in orbiculis deorsum tendẽt; videlicet versus X V. vectis igitur V X in neutram partem mouebitur, cùm P, & F deorsum moueantur; & V X erit tanquam vectis, in cuius medio erit pondus appensum, & in V X duæ potentiæ æquales sextæ parti ponderis C. potentiæ enim in M O hoc est funes P V F X sextam sustinent partem ponderis C. totus igitur orbiculus, cuius centrum A sursum vnà cum trochlea mouebitur; non autem circumuertetur.

PROPOSITIO XXV.

Si tribus duarum trochlearum orbiculis, quarum altera binis insignita rotulis à potentia supernè detineatur; altera verò vnius tantùm rotulæ infernè cõstituta, ac ponderi alligata fuerit, circumuoluatur funis; vtroq; eius extremo alicubi, non autem inferiori trochleæ religato: dupla erit ponderis potentia.



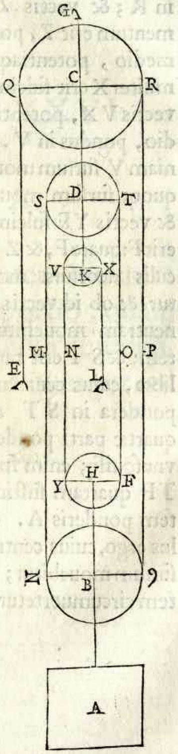
Sit pondus A trochleæ inferiori alligatum, quæ orbiculum habeat, cuius centrum ſit B; trochlea verò ſuperior duos orbiculos habeat, quorum centra ſint C D; ſitq; funis circa omnes orbiculos reuolutus, qui in E F ſit religatus; potentiaq; ſuſtinens pondus ſit in G. dico potentiam in G ponderis A duplam eſſe. ſi enim in H k duæ eſſent potentiæ pondus ſuſtinentes, eſſet vtraq; ſubdupla ponderis A; ſed potentia in D dupla eſt potentiæ in H, & potentia in C dupla potentiæ in K; quare duæ ſimul potentiæ in C D vtriuſq; ſimul potentiæ in H k duplæ erunt. ſed potentiæ in H k ponderi A ſunt æquales, & potentiæ in C D ipſi potentiæ in G ſunt etiam æquales; potentia igitur in G ponderis A dupla erit. quod oportebat demonſtrare.

2. Cor. 2 Huius. Ex 15 huius.

Si autem in G ſit potentia mouens pondus, ſimiliter vt in præcedenti oſtendetur ſpatium ponderis ſpatii potentiæ duplum eſſe.

Hinc quoq; conſiderandum eſt vectem P Q non moueri, quia vectis L M habet fulcimentum in L, potentia in medio, & pondus in M. vectis autem N O habet fulcimentum in O, potentia in medio, & pondus in N. quare M, & N ſurſum mouebuntur. in contrarias igitur partes orbiculi, quorum centra ſunt C D mouentur. idcirco vectis P Q in neutram partem mouebitur, eritq;, ac ſi in medio eſſet appenſum pondus, & in P Q duæ potentiæ æquales dimidio ponderis A. vtraq; enim potentia in H K ſubdupla eſt ponderis A. totus igitur orbiculus, cuius centrum B ſurſum mouebitur, ſed non circumuertetur.

Et si funis in F duobus aliis adhuc circumuoluatur orbiculis, quorum centra sint H K, qui deinde religetur in L; erit proportio potentiæ in G ad pondus A sesquialtera.

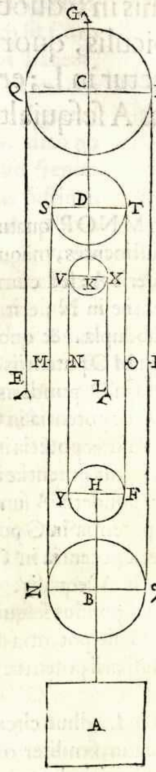


Si enim in MNOP quatuor essent potentiæ pondus sustinentes, vnaquæq; subquadrupla esset ponderis A: sed cùm potentia in k sit dupla potentiæ in N; erit potentia in k ponderis A subdupla. & quoniam potentia in D duabus in M O potentiis est æqualis; erit quoq; potentia in D ponderis A subdupla. cùm autem adhuc potentia in C potentiæ in P sit dupla, erit similiter potẽtia in C ponderis A subdupla. tres igitur potentiæ in C D k tribus medietatibus ponderis A sunt æquales. quoniam autem potentia in G potentiis in C D K est æqualis, erit potentia in G tribus medietatibus ponderis A æqualis. Proportio igitur potentiæ ad pondus sesquialtera est. *Ex 7 huius* *15 Huius.*

Si verò in G sit potentia mouens, erit spatium ponderis spatii potentiæ sesquialterum.

Et si funis in L adhuc circa duos alios orbiculos reuoluatur, similiter ostendetur proportionem potentiæ ad pondus sesquitertiam esse. & sic in infinitum omnes proportiones potentiæ ad pondus superparticulares inueniemus. ostendemusq; potentiam pondus sustinentem ad pondus ita esse, vt spatium ponderis moti ad spatium potentiæ pondus mouentis.

Motus vectium fiet hoc modo, videlicet Q erit fulcimentum vectis Q R, potentia in medio, pondus in R; & vectis Z 9 fulcimentum erit Z, pondus in medio, potentiaq; in 9. similiter X erit fulcimentum vectis V X, potentia in medio, pondus in V. & quoniam V sursum mouetur, Y quoq; sursum mouebitur; & vectis Y F fulcimentum erit F: quare F, & Z in orbiculis deorsum mouebuntur. & ob id vectis S T in neutram mouebitur partem; & S T erit tamquam libra, cuius centrum D, & pondera in S T æqualia quartæ parti ponderis A. vnusquisq; enim funis S Z T F quartam sustinet partem ponderis A. orbiculus ergo, cuius centrum D, sursum mouebitur; non autem circumuertetur.



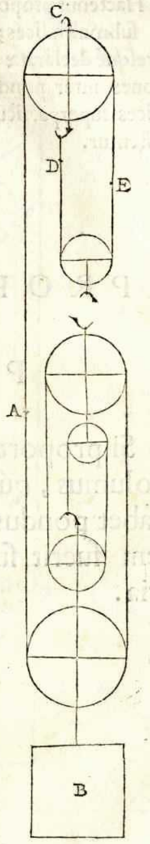
Hactenus proportiones ponderis ad potentiam multiplices, & submultiplices; deinde superparticulares, subsuperparticularesqué declaratæ fuerunt: nunc autem reliquum est, vt proportiones inter pondus, & potentiam superpartientes, & multiplices superparticulares, multiplicesqué superpartientes manifestentur.

PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

Si proportionem superpartientem inuenire volumus, quemadmodum si proportio, quam habet pondus ad potentiam pondus sustinentem fuerit superbipartiens, sicut quinque ad tria.

Ex 9 huius. Exponatur potentia in A pondus B sustinens, proportionemq; habeat pondus B ad potentiam in A, vt quinq; ad vnum; hoc est, sit potentia in A subquintupla ponderis B: deinde eodem fune circa alios orbiculos reuoluto inueniatur potentia in C, quæ tripla sit *Ex 17 huius.* potentiæ in A. & quoniam pondus B ad potentiam in A est, vt quinq; ad vnum; & potentia in A ad potentiam in C est, vt vnum ad tria; erit pondus B ad potentiam in C, vt quinq; ad tria; hoc est superbipartiens.



Et hoc modo omnes proportiones ponderis ad potentiam superpartientes inuenientur; vt si supertripartientem quis inuenire voluerit; eodem incedat ordine; fiat scilicet potentia in A sustinens pondus B subseptupla ipsius ponderis B; deinde fiat potentia in C ipsius A quadrupla; erit pondus B ad potentiam in C, vt septem ad quatuor: videlicet supertripartiens.

Si verò in C sit potentia mouens pondus erit spatium potētiæ spatii ponderis superbipartiens.

Spatium enim potentiæ in C tertia pars *17 Huius.* est spatii potentiæ in A, ita videlicet se habent, vt quinq; ad quindecim; & spatium potentiæ *14 Huius.* in A quintuplum est spatii ponderis B, hoc est, vt quindecim ad tria; erit igitur spatium potentiæ in C ad spatium ponderis B, vt quinq; ad tria; videlicet superbipartiens. & semper ostendemus, ita esse spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis; vt pondus ad potentiam pondus sustinentem.

Similiq; prorsus ratione proportionem potentiæ ad pondus superpartientem inueniemus. si enim C esset inferius, & in ipso appensum esset pondus; B verò superius, in quo esset potentia pondus in C sustinens, esset potentia in B superbipartiens ponderis in C appensi: cùm B ad A sit, vtquinq; ad vnum; A verò ad C, vt vnum ad tria. *18 Huius. 5 Huius.*

Si autem multiplicem superparticularem inuenire voluerimus; vt proportio, quam habet pondus ad potentiam pondus sustinentem, sit duplex sesquialtera, vt quinq; ad duo.

Eodem modo, quo superpartientes inuenimus, has quoque omnes multiplices superparticulares reperiemus. vt fiat pondus B ad potentiam in A, vt quinq; ad vnum; potentia verò in C ad potentiam in A, vt duo ad vnum; quod fiet, si funis sit religatus in D, non autem trochleæ superiori, vel in E: erit pondus B ad potentiam in C, vt quinq; ad duo; hoc est duplum sesquialterum. *Ex 9 huius. Ex 15, 16, Huius.*

Et è conuerso proportionem potentiæ ad pondus multiplicem superparticularem inueniemus; & vt in reliquis ostendetur, ita esse spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis, vt pondus ad potentiam pondus sustinentem.

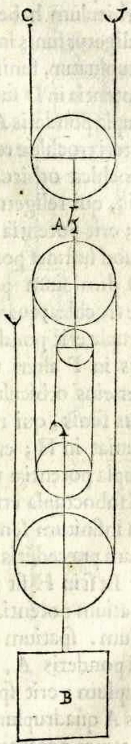
Omnem quoq; multiplicem superpartientem eodem modo inueniemus; vt si proportio, quam habet pondus ad potentiam, sit duplex superbipartiens, vt octo ad tria.

Fiat potentia in A pondus B sustinens suboctupla ponderis B; & potentia in C potentiæ in A sit tripla; erit pondus B ad potentiam in C, vt octo ad tria. & è conuerso omnem potentiæ ad *Ex 9 huius Ex 17 huius.*

pondus proportionem multiplicem superpartientem inueniemus. & vt in cæteris reperiemus ita esse pondus ad potentiam pondus sustinentem, vt spatium potentiæ mouentis ad spatium ponderis.

Notandum autem est, quòd cùm in præcedentibus demostrationibus sæpius dictum fuerit, potentiam pondus sustinentem ipsius ponderis duplam esse, vel triplam, & huiusmodi; vt in decimaquinta huius ostensum est; quia tamen potentia non solum pondus, verùm etiam trochleam sustinet; idcirco maioris longè virtutis, maiorisq; ipsi ponderi proportionis constituenda videtur ipsa potentia. quod quidem verum est, si etiam trochleæ grauitatem considerare voluerimus. sed quoniam inter potentiam, & pondus proportionem quærimus: ideo hanc trochleæ grauitatem ommisimus, quam siquis etiam considerare voluerit, vim ipsi potentiæ æqualem trochleæ addere poterit. Quod ipsum etiam in fune obseruari poterit. & sicut hoc in decimaquinta consideraui mus, idem quoq; in reliquis aliis considerare poterimus.

Nouiſſe etiam oportet, quòd ſicuti proportiones omnes inter potentiam, & pondus vnico fune inuentæ fuerunt; ita etiam pluribus funibus, trochleiſqué eædem inueniri poterunt. vt ſi multiplicem ſuperparticularem proportionem pluribus funibus inuenire voluerimus, veluti ſi proportio, quam habet pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, fuerit duplex ſeſquialtera, vt quinq; ad duo; oportet hanc proportionem ex pluribus componere. vt (exempli gratia) ex proportione ſeſquiquarta, vt quinqué ad quatuor, & ex dupla, vt quatuor ad duo. exponatur igitur potentia in A pondus B ſuſtinens, ad quam pondus proportionē habeat ſeſquiquartam, vt quinq; ad quatuor: deinde alio fune inueniatur potētia in C, cuius dupla ſit potentia in A. & quoniā B ad A eſt, vt quinq; ad quatuor; & A ad C, vt quatuor ad duo; erit pondus B ad potentiam in C, vt quinque ad duo; hoc eſt proportionem habebit duplicem ſeſquialteram.



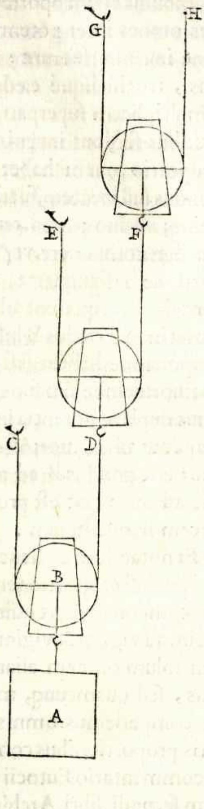
Ex 21 huius.

Ex 2 huius.

Et notandum eſt hanc quoq; proportionē inueniri poſſe, ſi proportionem quinq; ad duo ex pluribus componamus, vt quinq; ad quindecim & quindecim ad viginti & viginti ad duo. Et hoc modo non ſolum omnem aliam proportionem inueniemus, ſed quamcunq, multis, infinitisqué modis comperiemus. omnis enim proportio ex infinitis proportionibus componi poteſt. vt patet in commentario Eutocii in quartam propoſitionem ſecundi libri Archimedis de ſphera, & cylindro.

Poſſumus quoq; pluribus funibus, trochleis verò inferioribus tantùm, vel ſuperioribus vti.

Sit pondus A, cui alligata sit trochlea orbiculum habens, cuius centrum B; religetur funis in C, qui circa orbiculum reuoluatur, funisq; perueniat in D: erit potentia in D sustinens pondus A sub-
2 Huius. dupla ponderis A. deinde funis in D alteri trochleæ religetur, & circa huius trochleæ orbiculum alius reuoluatur funis, qui religetur in E, & perueniat in F; erit potentia in F subdupla eius,
2 Huius. quod sustinet potẽtia in D: est enim ac si D dimidium ponderis A sustineret sine trochlea; quare potentia in F subquadrupla erit ponderis A. & si adhuc funis in F alteri trochleæ religetur, & per eius orbiculum circumuoluatur alius funis, qui religetur in G, & perueniat in H; erit potentia in H subdupla potentiæ in F. ergo potentia in H suboctupla erit ponderis A. & sic in infinitum semper subduplam potentiam præcedẽtis potentiæ inueniemus.

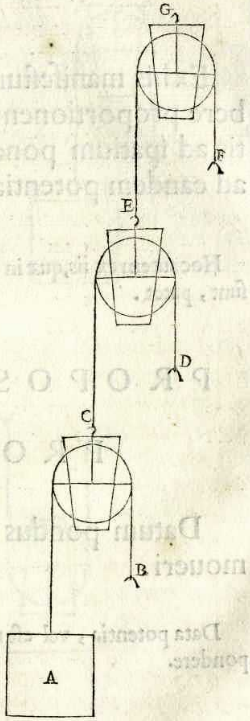


Et si in H sit potentia mouens, erit spatium potentiæ spatii ponderis octuplum. spatium enim D duplum est spa-
11 Huius. tii ponderis A, & spatium F spatii D duplum; erit spatium F spatii ponderis A quadruplum. similiter quoniam spatium potentiæ in H duplũ est spatii F, erit spatium potentiæ in H spatii ponderis A octuplum.

Sit deinde pondus A funi alligatum, qui orbiculo trochleæ superioris sit circumuolutus, & religatus in B; sitq; potentia in C sustinens pondus A: erit potentia in C ponderis A dupla, deinde C alteri funi religetur, qui per alterius trochleæ orbiculum circumuoluatur, & religetur in D; erit potentia in E dupla potentiæ in C. Quare potentia in E quadrupla erit ponderis A. & si adhuc E alteri funi religetur, qui etiam circa orbiculum alterius trochleæ reuoluatur, & religetur in F; erit potentia in G dupla potentiæ in E. ergo potentia in G octupla erit ponderis A. & sic in infinitum semper præcedentis potentiæ potentiam duplam inueniemus.

15 Huius.

Ex eadem.



Si autem in G sit potentia mouens, erit spatium ponderis octuplum spatii potentiæ in G. spatium enim ponderis A duplum est spatii potentiæ in C, & C duplum est spatii ipsius E; quare spatium ponderis A spatii potentiæ in E quadruplum erit. similiter quoniam spatium E duplum est spatii potentiæ in G; erit ergo spatium ponderis A octuplum spatii potentiæ in G.

16 Huius.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt maiorem ſemper habere proportionem ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potentiam.

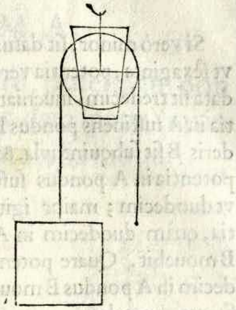
Hoc autem ex iis, quæ in corollario quartæ huius de vecte dicta ſunt, patet.

PROPOSITIO XXVII.

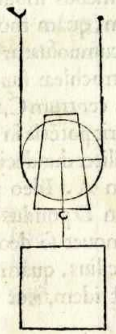
PROBLEMA.

Datum pondus à data potentia trochleis moueri.

Data potentia, vel eſt maior, vel æqualis, vel minor dato pondere.



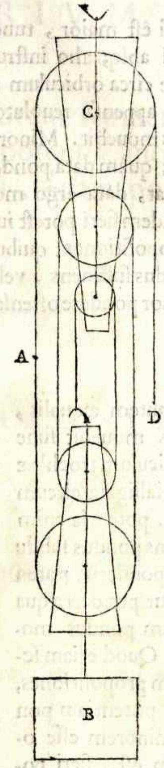
Et si est maior, tunc potentia, vel absq; alio instrumento, vel fune circa orbiculum trochleæ sursum appensæ reuoluto datum pondus mouebit. Minor enim potentia; quàm data, ponderi æqueponderat, data ergo mouebit. Quod idem fieri potest iuxta omnes propositiones, quibus potentia pondus sustinens, vel æqualis, vel minor pondere ostensa est. *Ex 1 huius*



Si autem æqualis, pondus mouebit fune per orbiculum trochleæ ponderi alligatæ circumuoluto. potentia enim sustinens pondus subdupla est ponderis, potentia igitur ponderi æqualis datum pondus mouebit. Quod etiam secundùm propositiones, quibus potentiam pondere minorem esse ostensum est, fieri potest. *2 Huius.*

Si verò minor, ſit datum pondus vt ſexaginta, potentia verò mouens data ſit tredecim. inueniatur potentia in A ſuſtinens pondus B, quæ ponderis B ſit ſubquintupla. & quoniam potentia in A pondus ſuſtinens eſt vt duodecim; maior igitur potentia, quàm duodecim in A pondus B mouebit. Quare potentia vt tredecim in A pondus B mouebit. quod facere oportebat.

Ex 9 huius



Animaduertendũ quoq; eſt in mouendis ponderibus, potentiam aliquando forſitan melius mouere mouendo ſe deorſum, quàm mouendo ſe ſurſum. vt circumuoluatur adhuc funis per alium trochleæ ſuperioris orbiculum, cuius centrum C, funiſq; perueniat in D; erit potẽtia in D ſuſtinẽs põdus B ſimiliter duodecim, quẽ admodum erat in A. Ideo potentia vt tredecim in D pondus B mouebit. & quia mouet ſe deorſum, fortaſſe trahet facilius, quàm in A; atq; tempus eſt idem, ſicut etiam erat in A.

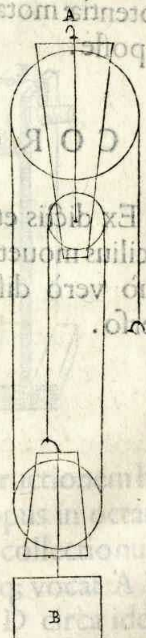
Ex 5 Huius

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

PROBLEMA.

Propositum sit nobis efficere, potentiam pondus mouentem, & pondus per data ſpatia ſibi inuicem longitudine commenſurabilia moueri.



Sit datum ſpatium potentiæ, vt tria, ponderis verò, vt quatuor. inueniatur potentia in A pondus B ſuſtinens, quæ ponderis ſit ſeſquitertia, vt quatuor ad tria. ſi igitur in A ſit potentia mouens pondus; erit ſpatium ponderis ſpatii potentiæ ſeſquitertium, vt quatuor ad tria. quod facere oportebat. *Ex 22 huius.* *Ex eadem.*

Hoc autem & ex iis, quæ dicta ſunt in vigeſima ſecunda, & in vigeſimaquinta huius efficere poſſumus ſolo fune. Quòd ſi pluribus funibus id efficere voluerimus, non ſolum multis, ſed infinitis modis hoc efficere poterimus, vt ſupra dictum eſt. *In 26 huius.* Quare hoc affirmare poſſumus, quod quidem mirum eſſe videtur: videlicet.

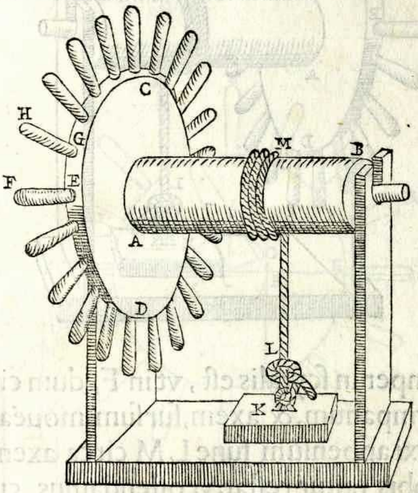
COROLLARIVM. I.

Ex his manifeſtum eſſe, Quamlibet datam in numeris proportionem inter pondus, & potentiam; & inter ſpatium ponderis moti, & ſpatium potentiæ motæ; infinitis modis trochleis inueniri poſſe.

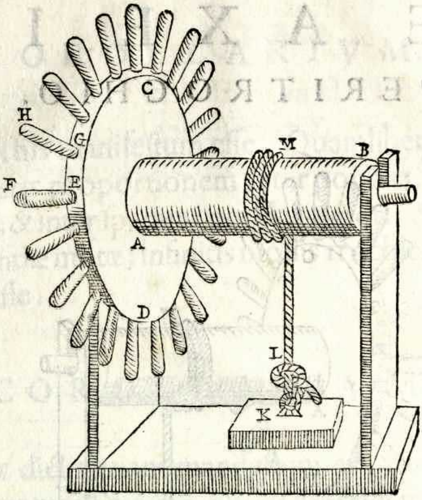
COROLLARIVM II.

Ex dictis etiam manifeſtum eſt, quò pondus facilius mouetur, eò quoq; tempus maius eſſe; quò verò difficilius, eò minus eſſe. & è conuerſo.

DE AXE IN PERITROCHIO.



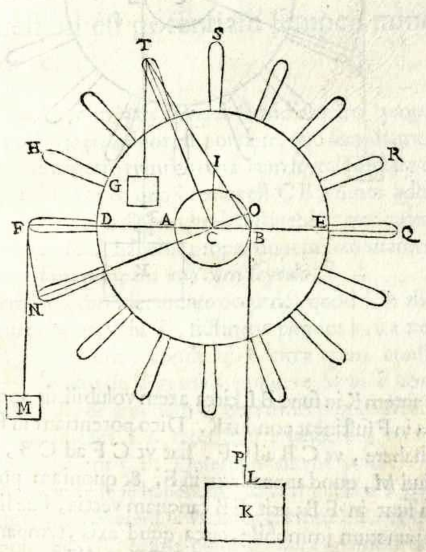
FABRICAM, & cõstructionem huius inſtrumenti Pappus in octauo mathematicarum collectionum libro docet; axemq; vocat A B, tympanum verò C D circa idem centrum; & ſcytalas in foraminibus tympani E F G H & c. ita vt potentia,



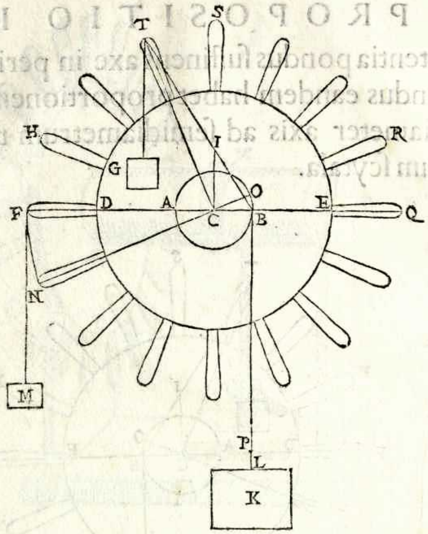
quæ ſemper in ſcytalis eſt, vt in F, dum circumuertit tympanum, & axem, ſurſum moueat pondus K axi appenſum fune L M circa axem reuoluto. Nobis igitur reſtat, vt oſtendamus, cur magna pondera ab exigua virtute, quouè etiam modo hoc inſtrumento moueantur; temporis quinetiam, ſpatiiq; mouentis inuicem potentiæ, ac moti ponderis rationem aperiamus; huiuſmodique inſtrumenti vſum ad vectem reducamus.

PROPOSITIO I.

Potentia pondus ſuſtinens axe in peritrochio ad pondus eandem habet proportionem, quam ſemidiameter axis ad ſemidiametrum tympani vná cum ſcytala.



Sit diameter axis AB, cuius centrum C; ſit diameter tympani DCE circa idem centrum; ſintq; AB DE in eadem recta linea; ſint deinde ſcytalæ in foraminibus tympani DFGH &c.inter ſe ſe æquales atq; æquè diſtantes; ſitq; FE horizonti æquidiſtans;



pondus autem K in fune B L circa axem volubili ſit appenſum. & potentia in F ſuſtineat pondus K. Dico potentiam in F ad pondus k ita ſe habere, vt C B ad C F. fiat vt C F ad C B, ita pondus k ad aliud M, quod appendatur in F. & quoniam pondera M k appenſa ſunt in F B; erit F B tanquam vectis, ſiue libra; quia verò C eſt punctum immobile, circa quod axis, tympanũq; reuoluuntur; erit C fulcimentum vectis F B; vel libræ centrum. cùm autem ita ſit C F ad C B, vt k ad M, pondera k M æqueponderabunt. Potentia igitur in F ſuſtinens pondus k, ne deorſum vergat, ponderi K æqueponderabit; ipſiq; M æqualis erit. idem enim præſtat potentia, quod pondus M. pondus igitur k ad potentiam in F erit, vt C F ad C B; & conuertendo, potentia ad pondus erit, vt C B ad C F, hoc eſt, ſemidiameter axis ad ſemi

6. Primi Archim. de æquepon.

Cor. 4. quinti.

diametrum tympani vnà cum ſcytala DF. Similiter etiam oſtendetur, ſi potentia pondus ſuſtinens fuerit in Q. tunc enim ſuſtineret vecte CQ; & ad pondus eam haberet proportionem, quam habet CB ad CQ. Videlicet ſemidiameter axis ad ſemidiametrum tympani vná cum ſcytala EQ. quod demonſtrare oportebat. 2 *Huius. de vecte.*

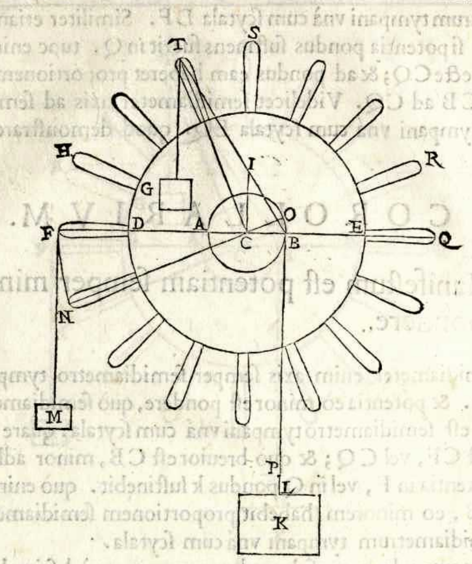
COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt potentiam ſemper minorem eſſe pondere.

Semidiameter enim axis ſemper ſemidiametro tympani minor eſt. & potentia eò minor eſt pondere, quò ſemidiameter axis minor eſt ſemidiametro tympani vná cum ſcytala. quare quò longior eſt CF, vel CQ; & quò breuior eſt CB, minor adhuc ſemper potentia in F, vel in Q pondus k ſuſtinebit. quò enim minor eſt CB, eò minorem habebit proportionem ſemidiameter axis ad ſemidiametrum tympani vná cum ſcytala.

Hoc autem loco conſiderandum occurrit, quòd ſi in alia ſcytala appendatur pondus, vt in T, ſuſtinens pondus k; ita nempè, vt pondus in T appenſum, pondusq; k circa axem conſtitutum maneant; erit pondus in T grauius pondere M in F appenſo. iungatur enim T B, & à puncto C horizonti perpendicularis ducatur CI, quæ lineam TB ſecet in I; tandemq; connectatur TC, quæ æqualis erit CF. Quoniam autem pondera appenſa ſunt in TB, perindè ſe ſe habebunt, ac ſi in punctis T B ipſorum centra grauitatum haberent; vt antea dictum eſt. & quia manent, erit punctum I (ex prima huius de libra) amborum ſimul grauitatis centrum; cùm ſit CI horizonti perpendicularis. ſed quoniam angulus BCI eſt rectus, erit BIC acutus, lineaq; BI ipſa BC maior erit. quare angulus CIT erit obtuſus; atq; ideo linea CT ipſa TI maior erit. Cùm autem CT maior ſit TI, & IB maior BC; maiorem habebit proportionem TC ad CB, quàm TI ad IB; & conuertendo, minorem habebit pro- *Ex 19 primi. Ex 13 primi.*

portio-



portionem BC ad CT, hoc eſt ad CF, quàm BI ad IT; vt ex vigeſima ſexta quinti elementorum (iuxta Commandini editionem) patet. Quoniam verò punctum I eſt ponderum in TB exiſtentium centrum grauitatis; erit pondus in T ad pondus in B, vt BI ad IT. pondus verò in F ad idem pondus in B eſt, vt BC ad CF; maiorem igitur proportionem habebit pondus in T ad pondus in B, quàm pondus in F ad idem pondus in B. ergo grauius erit pondus in T, quàm pondus in F.

6. Primi Archim. de æquepon.

10 Quinti.

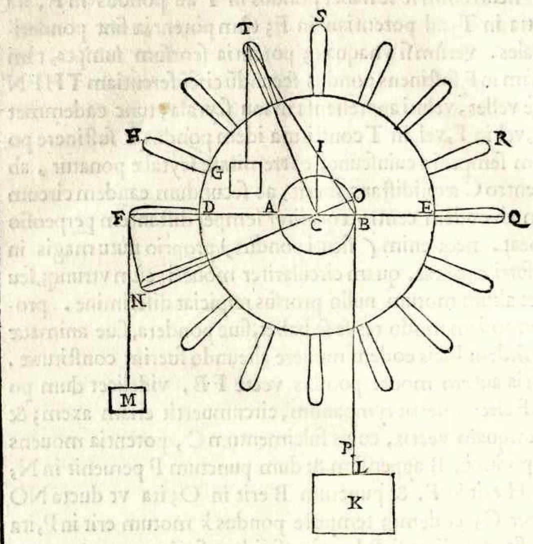
Si verò loco ponderis in T animata potentia ſuſtinens pondus k conſtituatur; quæ ita degrauet ſe, ac ſi in centrum mundi tendere vellet; quemadmodum ſuapte natura efficit pondus in T appenſum; erit hæc eadem ponderi in T appenſo æqualis; alioquin non ſuſtineret; quæ quidem ipſa potentia in F collocata ma

ior

ior erit. ſicuti enim ſe ſe habet pondus in T ad pondus in F, ita & potentia in T ad potentiam in F; cùm potentiæ ſint ponderibus æquales. verùm ſi vnaquæq; potentia ſeorſum ſumpta, tàm in T, quàm in F ſuſtinens pondus ſecundũ circũferentiam THFN moueri ſe vellet, veluti apprehenſa manu ſcytala; tunc eademmet potentia, vel in F, vel in T conſtituta idem pondus k ſuſtinere poterit; cùm ſemper in cuiuſcunq; extremitate ſcytalæ ponatur, ab eodem centro C æquidiſtans fuerit, ac ſecundum eandem circumferentiam ab eodem centro æqualiter ſemper diſtantem perpenſionem habeat. neq; enim (ſicuti pondus) proprio nutu magis in centrum ferri exoptat, quàm circulariter moueri; cùm vtrunq;, ſeu quemlibet alium motum nullo prorſus reſpiciat diſcrimine. propterea non eodem modo res ſe ſe habet, ſiue pondera, ſiue animatæ potentiæ iiſdem locis eodem munere abeundo fuerint conſtitutæ. pro o

Potentia autem mouet pondus vecte FB, videlicet dum potentia in F circumuertit tympanum, circumuertit etiam axem; & FB ſit tamquam vectis, cuius fulcimentum C, potentia mouens in F, & podus in B appenſum. & dum punctum F peruenit in N; punctum H erit in F, & punctum B erit in O; ita vt ducta NO tranſeat per C; eodemq; tempore pondus k motum erit in P, ita vt OBP ſit æqualis ipſi BL, cùm ſit idem funis.

Deinde ex quarta huius de vecte facilè eliciemus ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti ita eſſe, vt ſemidiameter tympani cùm ſcytala ad ſemidiametrum axis, hoc eſt, vt CF ad CB, cùm circumferentia FN ad BO, ſit vt CF ad CB. & quoniam BL, eſt æqualis OBP, dempta communi BP, erit OB ipſi PL æqualis. quare FN ſpatium potentiæ ad PL ſpatium ponderis erit, vt CF ad CB, videlicet ſemidiameter tympani cùm ſcytala ad ſemidiametrum axis. Quod idem oſtendetur, potentia vel in Q, vel in qualibet alia ſcytala exiſtente, vt in S. cùm enim ſcytalæ ſint ſibi inuicem æquales, atq; æqualiter diſtantes; vbicunq; ſit potentia æquali mota velocitate ſemper æquali tempore æquale ſpatium pertranſibit, hoc eſt ex Q in R, vel ex S in T eodem tempore mouebitur, quò ex F in N. ſed quò tempore potentia ex F in N mouetur, eodemmet prorſus pondus k ex L in P quoq; mouetur; vbicunq; igitur ſit potentia, erit ſpatium poten- *Ex 4 huius de vecte.*



tiæ ad ſpatium ponderis moti, vt C F ad CB; hoc eſt ſemidiameter tympani cum ſcytala, ad ſemidiametrum axis.

COROLLARIVM. I.

Ex his manifeſtum eſt, ita eſſe pondus ad potentiam pondus ſuſtinentem, vt ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti.

COROLLARIVM II.

Manifeſtum eſt etiam, maiorem ſemper habere proportionem ſpatium potentiæ mouentis ad ſpatium ponderis moti, quàm pondus ad eandem potentiam.

Præterea quò circulus FHN circa ſcytalas eſt maior, eò quoq; in pondere mouendo maius ſumetur tempus; dummodo potentia æquali moueatur velocitate. tempuſq; eò maius erit, quò diameter vnius diametro alterius eſt maior. circulorum enim circumferentiæ ita ſe habent, vt diametri. Cùm vero ex trigeſima ſexta quarti libri Pappi Mathematicarum collectionum, duorum inæqualium circulorum æquales circumferentias inuenire poſsimus; ideo tempus quoq; portionum circulorum inæqualium hoc modo inueniemus. è conuerſo autem, quò maior erit axis circumferentia citius pondus ſurſum mouebitur. maior enim pars funis BL in vna circumuerſione completa circa circulum ABO reuoluitur, quàm ſi minor eſſet; cùm funis circumuolutus ſit circumferentiæ circuli æqualis, circa quem reuoluitur. *23 Octaui libri Pappi.*

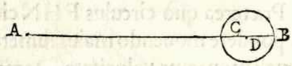
COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt, quò facilius pondus mouetur, tempus quoq; eò maius eſſe; & quò difficilius, eò tempus minus eſſe. & è conuerſo.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Datum pondus à data potentia axe in peritrochio moueri.



Sit datum pondus ſexaginta; potentia verò vt decem. exponatur quædam recta linea A B, quæ diuidatur in C, ita vt A C ad C B eandem habeat proportionem, quam ſexaginta ad decem. & ſi C B axis ſemidiameter eſſet, & C A ſemidiameter tympani cùm ſcytalis; patet potentiam vt decem in A ponderi ſexaginta in B æquepon derare. *Per præcedentem.* Accipiatur autem inter B C quoduis punctum D; fiatq; B D ſemidiameter axis, & D A ſemidiameter tympani cùm ſcytalis; ponaturq; pondus ſexaginta in B fune circa axem, & potentia in A. Quoniam enim A D ad D B maiorem habet proportionem, quam A C ad C B; *Lemma in primi huius de vecte.* maiorem habebit proportionem A D ad D B, quam pondus ſexaginta in B appenſum ad potentiam vt decem in A. *Ex 11 huius de vecte.* Quare potentia in A pondus ſexaginta axe in peritrochio mouebit, cuius axis ſemidiameter eſt B D, & D A ſemidiameter tympani cùm ſcytalis. quod erat faciendum.

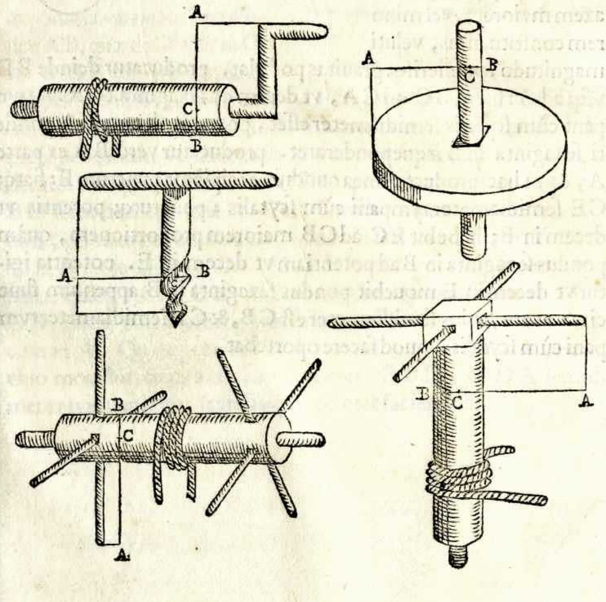
ALITER.

Organicè verò melius erit hoc pacto.

Exponatur axis, cuius diameter ſit B D, & centrum C, quem quidem axem maiorem, vel minorem conſtituemus, veluti magnitudo, ponderiſq; grauitas poſtulat. producatur deinde B D vſq; ad A: fiatq; B C ad C A, vt decem ad ſexaginta. & ſi C A tympani cùm ſcytalis ſemidiameter eſſet, potentia decem in A ponderi ſexaginta in B æqueponderaret. producatur verò B A ex parte A, & in hac producta linea quoduis accipiatur punctum E; fiatq; C E ſemidiameter tympani cùm ſcytalis; ponaturq; potentia vt decem in E; habebit E C ad C B maiorem proportionem, quàm pondus ſexaginta in B ad potentiam vt decem in E. potentia igitur vt decem in E mouebit pondus ſexaginta in B appenſum fune circa axem, cuius ſemidiameter eſt C B, & C E ſemidiameter tympani cùm ſcytalis. quod facere oportebat.

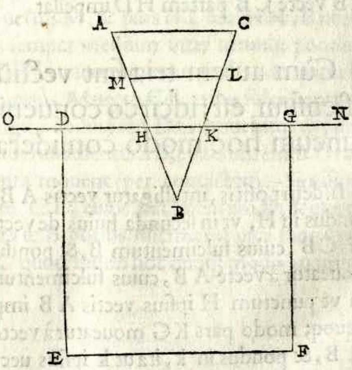
Sub hoc facultatis genere ſunt ergatæ, ſuccu-
læ, terebræ, tympana cum ſuis axibus, ſiue dentata,
ſiue non; & ſimilia.

Terebra verò habet etiam neſcioquid cochleæ; dum enim mouet pondus, ſcilicet dum perforat, ex ſua ferè natura ſemper vlterius progreditur: habet enim ferè helices tamquam circa conum deſcriptas. quoniam autem verticem habet acutum, ad cunei quoq; rationem commodè referri poterit.

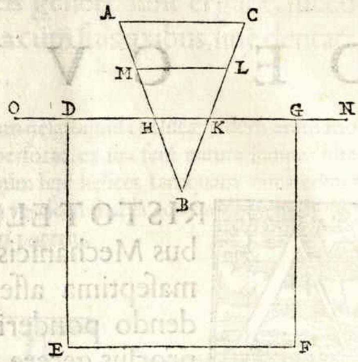


DE CVNEO.

ARISTOTELES in quæstionibus Mechanicis quæstione decimaseptima asserit, cuneum scindendo ponderi duorum vicem prorsus gerere vectium sibi inuicem contrariorum hoc modo.



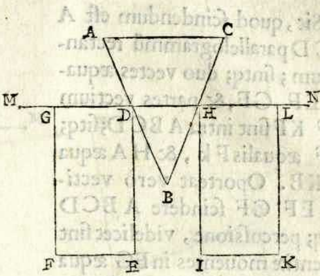
Sit cuneus A BC, cuius vertex B, & sit A B æqualis B C; quod autem scindendum est, sit D E F G; sitq; pars cunei H B k intra D E F G, & H B æqualis sit ipsi B k. percutiatur (vt fieri solet) cuneus in A C, dum cuneus in A C percutitur, A B sit vectis, cuius fulcimentum est H, & pondus in B. eodemq; modo C B sit vectis, cuius fulcimentum est K, & pondus similiter in B. sed dum percutitur cuneus, maiori adhuc ipsius portione ipsum D E F G ingreditur, quàm prius esset: sit autem portio hæc M B L; sitq; M B ipsi B L æqualis. & cùm M B B L sint ipsis H B B K maiores; erit M L maior



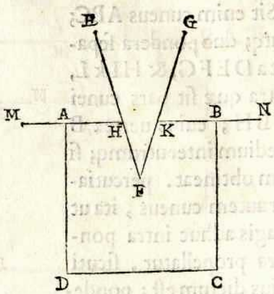
Hk. dum igitur ML erit in situ Hk; oportet, vt fiat maior scissio; & D moueatur versus O, G autem versus N: & quò maior pars cunei intra DEFG ingredietur, eò maior fiet scissio; & D G magis adhuc impellentur versus O N. pars igitur K G eius, quod scinditur, mouebitur à vecte A B, cuius fulcimentum est H, & pondus in B; ita vt punctum B ipsius vectis A B impellat partem KG. & pars H D mouebitur à vecte C B, cuius fulcimentum est k; ita vt B vecte C B partem H D impellat.

Cùm autem tria sint vectium genera, vt supra ostensum est; idcirco conuenientius erit fortasse cuneum hoc modo considerare.

Iisdem positis, intelligatur vectis A B, cuius fulcimentum B, & pondus in H, vt in secunda huius de vecte diximus. similiter vectis C B, cuius fulcimentum B, & pondus in K; ita vt pars H D moueatur à vecte A B, cuius fulcimentum est B, & pondus in H; ita vt punctum H ipsius vectis A B impellat partem H D. similiquoq; modo pars K G moueatur à vecte C B, cuius fulcimentum est B, & pondus in k, ita ut k ipsius uectis C B partem k G moueat. quod quidem forsitan rationi magis consentaneum erit.



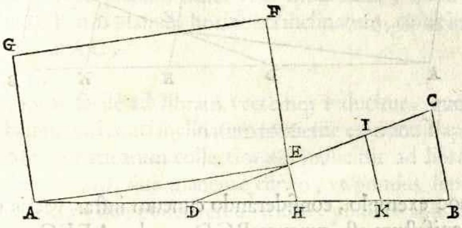
Sit enim cuneus ABC; ſintq; duo pondera ſeparata DEFG, & HIkL, intra quæ ſit pars cunei DBH, cuius uertex B medium inter utrumq; ſitum obtineat. percutiatur autem cuneus, ita ut magis adhuc intra pondera propellatur, ſicuti prius dictum eſt; pondera enim ſunt, ac ſi unum tantùm continuum eſſet GFkL, quod ſcindendum eſſet: eodem enim modo pars DG, dum cuneus ulterius impellitur, mouebitur uerſus M; & pars HL uerſus N. Moueatur itaq; pars DG uerſus M, & pars HL uerſus N, B uerò dum ulterius progreditur, ſemper medium inter utrunq; pondus remaneat. dum autem DG à cuneo mouetur uerſus M; patet B non mouere partem DG uerſus M uecte CB, cuius fulcimentum H; punctũ enim B non tangit pondus; ſed DG mouebitur à puncto uectis D uecte AB, cuius fulcimentum B; punctum enim D tangit pondus, & inſtrumenta mouent per contactum. Similiter HL mouebitur ab H uecte CB, cuius fulcimentum B; & uterq; uectis utriq; reſiſtit in B, ita ut B potius fulcimenti uice fungatur, quàm mouendi ponderis. quod ipſum hoc quoq; modo manifeſtum erit.



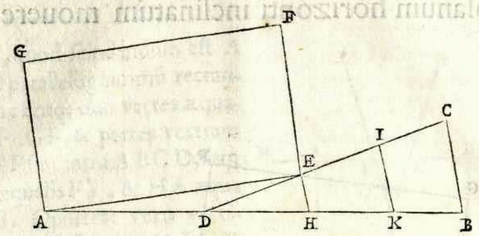
Sit, quod ſcindendum eſt A B C D parallelogrammũ rectangulum; ſintq; duo vectes æquales EF GF, & partes vectium HF KF ſint intra A B C D; ſitq; HF æqualis F k, & H A æqualis KB. Oporteat verò vectibus EF GF ſcindere A B C D abſq; percuſsione, videlicet ſint potentiæ mouentes in EG æquales. vt autem ſcindatur ABCD oportet partem H A moueri uerſus M. & k B verſus N; ſed dum vectes mouentur, putá alter in M, alter verò in N; neceſſe eſt, vt punctum F immobile remaneat; in illo enim fit vectium occurſus. quare F erit fulcimentum vtriuſq; vectis, & F G mouebit partem k B, cuius fulcimentum erit F, & potentia mouens in G; & pondus in k. ſimiliter pars H A mouebitur à vecte EF, cuius fulcimentum F, potentia in E, & pondus in H.

Si autem k H eſſent fulcimenta immobilia, & pondera in F; dum vectis FG conatur mouere pondus in F, tunc ei reſiſtit vectis EF, qui etiam conatur mouere pondus in F ad partem oppoſitam; ſed quoniam potentiæ ſunt æquales, & cætera æqualia; ergo in F non fiet motus: æquale enim non mouet æquale. patet igitur in F maximam fieri vectium ſibi inuicem occurrentium reſiſtentiam, ita ut F ſit quoddam immobile. Quare conſiderando cuneum, vt mouet vectibus ſibi inuicem aduerſis, forſitan eis potius utitur hoc ſecundo modo, quàm primo.

Quoniam autem totus cuneus ſcindendo mouetur, poſſumus idcirco eundem alio quoq; modo conſiderare; videlicet dum ingreditur id, quod ſcinditur, nihil aliud eſſe, niſi pondus ſupra planum horizonti inclinatum mouere.

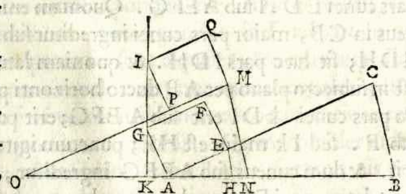


Sit planum horizonti æquidiſtans tranſiens per A B; ſit cuneus C D B, & C D æqualis ipſi D B; & latus cunei DB ſit ſemper in ſubiecto plano. ſit deinde pondus A E F G immobile in A; ſitq; pars cunei E D H ſub A EF G. Quoniam enim dum percutitur cuneus in C B, maior pars cunei ingreditur ſub A E F G, quàm ſit E D H; ſit hæc pars I D H. & quoniam latus cunei D B ſemper eſt in ſubiecto plano per A B ducto horizonti parallelo, tunc quando pars cunei k D I erit ſub A E F G; erit punctum k in H, & I ſub E. ſed I k maior eſt H E; punctum igitur E ſurſum motum erit. & dum cuneus ſub A E F G ingreditur, punctum E ſurſum ſuper latus cunei E I mouebitur, eodemq; modo ſi cuneus vlterius progredietur, ſemper punctum E ſuper latus cunei D C mouebitur: punctum igitur E ponderis ſuper planum D C mouebitur horizonti inclinatum, cuius inclinatio eſt angulus B D C. quod demonſtrare oportebat.



In hoc exemplo, conſiderándo cuneum inſtar vectis mouentem, manifeſtum eſt, cuneum BCD pondus AEFG vecte CD mouere; ita vt D ſit fulcimentum, & pondus in E. non autem vecte BD, cuius fulcimentum H, & pondus in D.

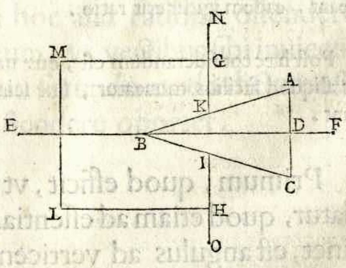
Vt autem res clarior reddatur, alio vtamur exemplo.



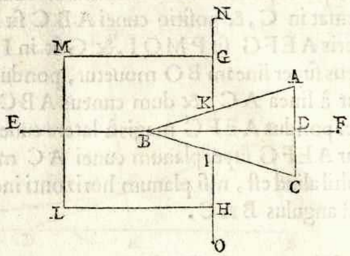
Sit planum horizonti æquidiſtans tranſiens per AB; ſit cuneus CAB, cuius latus AB ſit ſemper in ſubiecto plano; ſitqué pondus AEFG, quod nullum alium habeat motum, niſi ſurſum, & deorſum ad rectos angulos horizonti; ita vt ducta IGk ſubiecto plano, ipſiqué AB perpendicularis, punctum G ſit ſemper in linea IGk. & quoniam dum cuneus percutitur in CB, totus ſuper AB vlterius progreditur; pondus AEFG eleuabitur ex iis, quæ ſupra diximus. Moueatur cuneus ita, vt E tandem perueniat in C, & poſitio cunei A B C ſit M N O, & poſitio ponderis A E F G ſit P M Q I, & G ſit in I. Quoniam itaq; dum cuneus ſuper lineam B O mouetur, pondus A E F G ſurſum mouetur à linea A C. & dum cuneus A B C vlterius progreditur, ſemper pondus A E F G magis à latere cunei A C eleuatur: pondus igitur A E F G ſuper planum cunei A C mouebitur; quod quidem nihil aliud eſt, niſi planum horizonti inclinatum, cuius inclinatio eſt angulus B A C.

Hic motus facilè ad libram, vectemq; reducitur. quod enim ſuper planum horizonti inclinatum mouetur ex nona Pappi octaui libri Mathematicarum collectionum reducitur ad libram. eadem enim eſt ratio, ſiue manente cuneo, vt pondus ſuper cunei latus moueatur; ſiue eodem etiam moto, pondus adhuc ſuper ipſius latus moueatur; tamquam ſuper planum horizonti inclinatum.

Ea verò, quæ ſcinduntur, quomodo tamquam ſuper plana horizonti inclinata moueantur, oſtendamus.



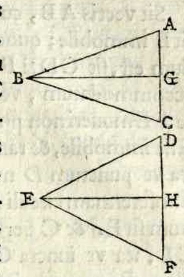
Sit cuneus A B C, & A B ipſi B C æqualis. Diuidatur A C bifariam in D, connectaturq; B D. ſit deinde linea E F, per quam tranſeat planum horizonti æquidiſtans; ſitq; B D in eadem linea E F; & dum cuneus percutitur, dumq; mouetur verſus E, ſemper B D ſit in linea E F. quod verò ſcindendum eſt ſit G H L M, intra quod ſit pars cunei k B I. manifeſtum eſt, dum cuneus uersus E mouetur, partem k G versus N moueri; & partem H I uersus O. percutiatur cuneus, ita vt A C sit in linea N O; tunc k erit in A, & I in C: & k ex superius dictis motum erit super k A, & I super I C.



quare dum cuneus mouetur, pars KG super B A latus cunei mouebitur, & pars I H super latus B C. pars igitur k G super planum mouetur horizonti inclinatum, cuius inclinatio est angulus F B A. similiter I H mouetur super planum B C in angulo F B C. Partes ergo eius, quod scinditur super plana horizonti inclinata mouebuntur. & quamquam planum B C sit sub horizonte; pars tamen I H super I C mouetur, tamquam si B C esset supra horizontẽ in angulo D B C. partes enim eius quod finditur, eodem tempore, ab eadem potentia mouentur; eadem ergo erit ratio motus partis I H, ac partis K G. similiter eadem est ratio, siue E F sit horizonti æquidistans, siue horizonti perpendicularis, vel alio modo. necesse est enim potentiam cuneum mouentem eandem esse, cùm cætera eadem remaneant. eadem igitur erit ratio.

Post hæc considerandum est, quæ nam sint ea, quæ efficiunt, vt aliquod facilius moueatur, siue scindatur. quæ quidem duo sunt.

Primum, quod efficit, vt aliquod facilè scindatur, quod etiam ad essentiam cunei magis pertinet, est angulus ad verticem cunei; quò enim minor est angulus, eò facilius mouet, ac scindit.

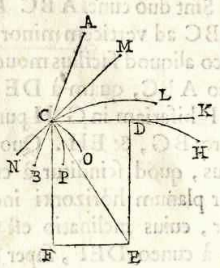


Sint duo cunei ABC DEF, & angulus ABC ad verticem minor ſit angulo DEF. dico aliquod facilius moueri, ſiue ſcindi à cuneo ABC, quàm à DEF. diuidantur AC DF biſariam in G H punctis; connectanturq; BG, & EH. Quoniam enim partes eius, quod ſcinditur à cuneo ABC, ſuper planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio eſt GBA: quæ verò à cuneo DEF, ſuper planum horizonti inclinatum mouentur, cuius inclinatio eſt HED; & angulus GBA minor eſt angulo HED; cùm CBA minor ſit DEF: & ex nona Pappi octaui libri mathematicarum collectionum, quod mouetur ſuper planum AB facilius mouebitur, & à minore potentia, quàm ſuper ED; Quod ergo ſcinditur à cuneo ABC facilius, & à minore potentia ſcindetur, quàm à cuneo DEF. ſimiliter oſtendetur, quò magis angulus ad verticem cunei erit acutus, eò facilius aliquod moueri, ac ſcindi. quod demonſtrare oportebat.

Poſſumus etiam hoc alia ratione oſtendere conſiderando cuneum, vt vectibus ſibi inuicem aduerſis mouet, ſicuti ſecundo modo dictum eſt. hoc autem prius oſtendere oportet.

Sit

DE CVNEO



Sit vectis A B, cuius fulcimentum ſit B immobile; quod autem mouendum eſt, ſit C D E F rectangulum ita accommodatum, vt deorſum ex parte F E moueri non poſsit; & punctum E ſit immobile, & tamquam centrum; ita vt punctum D moueatur per circumferentiam circuli D H, cuius centrum ſit E. & C per circumferentiam C L, ita vt iuncta C E ſit eius ſemidiameter. tangat inſuper CDEF vectem A B in C, atq; vectis A B moueat pondus C DE F, & potentia mouens ſit in A, fulcimentum B, & pondus in C. ſit deinde alius vectis M C N, qui etiam moueat C D E F, cuius fulcimentum immobile ſit N; potentia mouens in M, & pondus ſimiliter in C; ſitq; C N æqualis ipſi C B, & C M ipſi C A; alternatimq; moueatur pondus C D E F vectibus A B M N. dico C D E F facilius ab eadem potentia moueri vecte A B, quàm vecte M N.

Fiat centrum B, & interuallo B C circumferentia deſcribatur C O. ſimiliter centro N, interuallo quidem N C, circumferentia deſcribatur C P. Quoniam enim dum vectis A B mouet C D E F, punctum vetis C mouetur ſuper circumferentiam C O; cùm ſit B fulcimentum, & centrum immobile. ſimiliter dum vectis M N mouet C D E F, punctum C mouetur per circumferentiam C P; dum igitur vectis A B mouet C D E F, conatur mouere punctum C ponderis ſuper circumferentiam C O; quod quidem efficere non poteſt: quia C mouetur ſuper circumferentiam C L. quare in motu vectis A B ſecundùm partem ipſi reſpondentem, ac motu ponderis ſecundum C facto, contingit repugnantia quædam; in diuerſas enim partes mouentur. ſimiliter dum vectis M N mouet C D E F, conatur mouere C ſuper circumferentiam C P; atque ideo in hoc etiam vtroq; motu ſimilis oritur repugnantia. quoniam autem circumferentia C O propior eſt circumferentiæ C L, quam ſit C P; hoc eſt propior eſt motui, quem facit punctum C ponderis; ideo minor erit repugnantia inter motum vectis

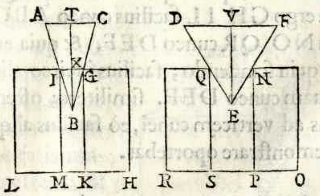
AB, & motum C ponderis, quàm inter motum vectis MN, & motum eiusdem C. quod etiam patet, si intelligatur CF horizonti perpendicularis, tunc enim circumferentia CP magis tendit deorsum, quàm CO; & CL tendit sursum. & ideo minor sit repugnantia inter vectem AB, & motum C, quàm inter vectẽ MN, & motum C. sed vbi minor repugnantia ibi maior facilitas. ergo facilius mouebitur CDEF vecte AB, quàm vecte MN. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

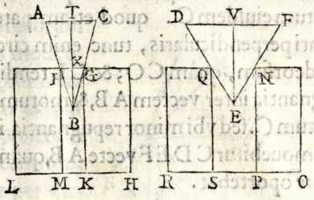
Ex hoc manifestum est, quò minor est angulus à linea CF, vel CE, vel CD contentus; hoc est, quò minor est angulus BCF, vel BCE, vel etiam BCD, eò facilius pondus moueri. quod quidem eodem modo ostendetur.

Quod autem propositum est, sic demonstrabimus.

Sint cunei ABC DEF, & angulus ABC minor sit angulo DEF, & AB BC DE EF sint inter se se æquales. Sint deinde quatuor pondera æqualia GH IL NO QR rectangula; sintq; LM kH in eadem recta linea:



similiter RS PO in recta linea; erunt GK IM parallelæ, & NP QS parallelæ. sit IBG pars cunei intra pondera GH IL; & cunei pars QEN intra pondera NO QR; sintqué IB BG QE EN inter se se æquales. dico pondera GH IL facilius ab eadem Ex 28 primi.



potentia moueri cuneo ABC, quàm pondera NO QR cuneo DEF.

Diuidantur ACDF bifariam in TV, iunganturq; TB.VE, erunt anguli ad T, & V recti. connectatur IG, quæ secet BT in X. Quoniam enim IB est æqualis BG, & BA æqualis BC; erit IA ipsi GC æqualis. quare vt BI ad IA, ita est BG ad GC. parallela igitur est IG ipsi AC. ac propterea anguli ad X sunt recti: sed & anguli XGk XIM sunt recti, rectangulum enim est GM; quare TB æquidistans est ipsis Gk IM. angulus igitur TBC æqualis est angulo BGK, & TBA ipsi BIM æqualis. similiter demonstrabimus angulum VEF æqualem esse ENP, & VED æqualem EQS. cùm autem angulus ABC minor sit angulo DEF; erit & angulus TBC minor VEN. quare & BGk minor ENP. simili modo BIM minor EQS. quoniam autem cuneus ABC duobus mouet vectibus AB BC, quorum fulcimenta sunt in B; & pondera in GI: similiter cuneus DEF duobus vectibus mouet DE EF, quorum fulcimenta sunt in E; & pondera in NQ: per præcedentem pondera GH IL facilius vectibus AB BC mouebuntur, quàm pondera NO QR vectibus DE EF. pondera ergo GH IL facilius cuneo ABC mouebuntur, quàm pondera NO QR cuneo DEF. & quia eadem est ratio in mouendo, atq; in scindendo; facilius idcirco aliquod cuneo ABC scindetur quàm cuneo DEF. similiterq; ostendetur, quò minor est angulus ad verticem cunei, eò facilius aliquod moueri, vel scindi. quod demonstrare oportebat.

2 Sexti.
Ex 29 primi.
28 Primi.

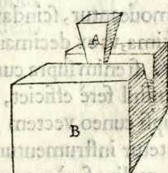
Præterea quæ mouentur à cuneo DEF, per maiora mouentur spatia; quàm ea, quæ à cuneo ABC. nam vt DF sit intra QN, & AC sit intra IG; necesse est, vt QN per spatia moueantur maiora; scilicet vnum dextrorsum, alter sinistrorsum, quàm IG; cùm DF maior sit AC; dummodo totus cuneus intra pondera in-

grediatur.

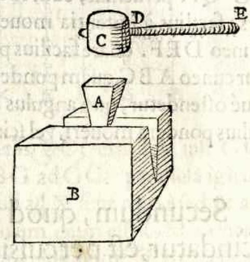
grediatur. à potentia verò facilius eodem tempore mouetur aliquod per minus ſpatium, quàm per maius; dummodo cætera, quibus fit motus, ſint æqualia: ſi ergo eodem tempore AC DF in IG QN perueniāt, cùm AI CG DQ FN ſint inter ſe ſe æquales; facilius à potentia mouebuntur GI cuneo ABC, quàm QN cuneo DEF. quare facilius pondera GHIL à potentia mouebuntur cuneo ABC, quàm pondera NOQR cuneo DEF. ſimiliterque oſtendetur, quò angulus ad verticem cunei minor eſſet, eò facilius pondera moueri, vel ſcindi.

Secundum, quod efficit, vt aliquod facilius ſcindatur, eſt percuſsio; qua cuneus mouetur, & mouet; hoc eſt percutitur, ac ſcindit.

Sit cuneus A, quod ſcinditur B, quod percutit C; quod quidem, vel ex ſe ipſo, vel à regente, atq; ipſum mouente potentia percutit, atq; mouet. ſi quidem ex ſe ipſo, Primùm quò grauius erit, eò maior fiet percuſsio. quinetiam, quò longior fuerit diſtantia inter AC, maior itidem fiet percuſsio. graue enim vnumquodq; dum mouetur; grauitatis magis aſſumit motum, quàm quieſcens: & adhuc magis quò longius mouetur.



Si verò C ab aliqua moueatur potentia, vt si per manubrium D E moueatur; primùm quò grauius erit C, deinde quò longius erit D E, eò maior fiet percussio. si enim ponatur potentia mouens in E, erit C magis distans à centro & ideo citius mouebitur. vt in quæstionibus Mechanicis latè monstrat Aristoteles; nec non ex iis, quæ in tractatu de libra dicta fuere, patere potest, quò magis

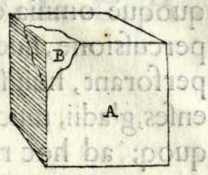


pondus C à centro distat, eò grauius reddi. quod ipsum etiam validiori pellet impulsu virtute in E potentiore existente.

Hoc verò secundùm est, quod efficit, vt hoc instrumento magna moueantur, scindanturq; pondera. percussio enim vis est ualidissima, vt ex decimanona quæstionũ Mechanicarum Aristotelis patet. si enim supra cuneum maximum imponatur onus; tunc cuneus nihil ferè efficiet, præsertim ictus comparatione. quod si adhuc ipsi cuneo vectem, vel cochleam, vel quoduis aliud huiusmodi aptetur instrumentum ad cuneum ponderi intimius propellendum, nullius ferè momenti præ ictu continget effectus. cuius qui-

dem

dem rei inditio esse potest, si fuerit corpus A lapideũ, ex quo aliquam eius partem detrahere quispiam voluerit, putá partem anguli B; tunc malleo ferreo absq; alio instrumento percutiendo in B, facilè aliquam anguli B partem franget. quod quidem nullo alio instrumento percussionis munere carente, nisi maxima cùm difficultate efficere poterit; siue

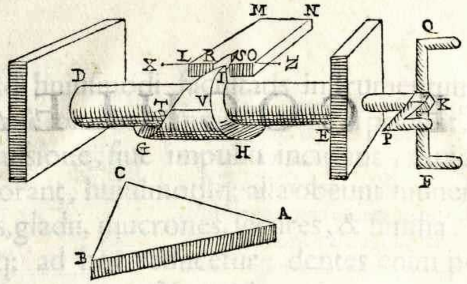


fuerit vectis, siue cochlea, siue quoduis aliud huiusmodi. quare percussio in causa est, quo magna scindantur pondera. cùm autem sola percussio tantam vim habeat, si ei aliquod adiiciamus instrumentum ad mouendum, scindendumq; accomodatum, admiranda profectò videbimus. Instrumentum huiusmodi cuneus est, in quo duo (quantum ad ipsius formam attinet) consideranda occurrunt. Alterum est, cuneum ad suscipiendam, sustinendamq; percussionem aptissimum esse; alterum est quòd propter eius in altera parte subtilitatem facilè intra corpora ingreditur, vt manifestè patet. Cuneus ergo cum percussione ipsius efficit, vt in mouendis, scindendisq; ponderibus ferè miracula cernamus.

Ad huiuſmodi facultatis inſtrumentum, ea quoquè omnia commodè referri poſſunt, quæ percuſsïone, ſiue impulſu incidunt, diuidunt, perforant, huiuſmodiq; alia obeunt munera. vt enſes, gladii, mucrones, ſecures, & ſimilia. ſerra quoq; ad hoc reducetur; dentes enim percutiunt, cuneiq; inſtar exiſtunt.

DE COCHLEA.

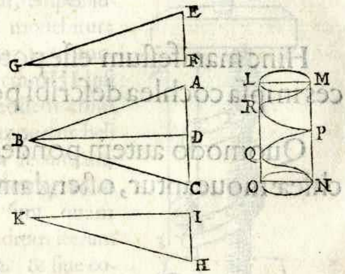
PAPPVS in eodem octauo libro multa pertractans de cochlea, docet quomodo conficienda ſit; & quomodo magna huiuſmodi inſtrumento moueantnr pondera; nec non alia theoremata ad eius cognitionem valdè vtilia. Quoniam autem inter cætera pollicetur, ſe oſtendere velle, cochleam nihil aliud eſſe præter aſſumptum cuneum percuſsionis expertem vecte motionem facientem; hoc autem in ipſo deſideratur; propterea idipſum oſtendere conabimur; nec non eiuſdem cochleæ ad vectem, libramq; reductionem: vt ipſius tandem completa habeatur cognitio.



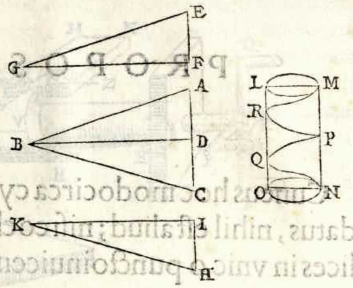
Sit cuneus A B C, qui circa cylindrum D E circumuoluatur: sitq; I G H cuneus circa cylindrum reuolutus, cuius vertex sit I. sit deinde cylindrus cum circumposito cuneo ita accomodatus, vt absq; vllo impedimẽto manubrio k F eius axi annexo circumuerti possit. sitq; L M N O, quod scindendum est; quod etiam ex parte M N sit immobile; vt in iis, quæ scinduntur, fieri solet: & sit vertex I intra R S. circumuertatur k F, & perueniat ad k P; dum autem k F circumuertitur, circumuertitur etiam totus cylindrus D E, & cuneus I G H: quare dum K F erit in k P, vertex I non erit amplius intra R S, sed cunei pars alia, vt T V: sed T V maior est, quàm R S; semper enim pars cunei, quæ magis à vertice distat, maior est ea, quæ ipsi est propinquior: vt igitur T V sit intra R S, oportet, vt R cedat, moueaturq; versus X, & S versus Z, vt faciunt ea, quæ scinduntur. totum ergo L M N O scindetur. similiter què demonstrabimus, dum manubrium k P erit in k Q, tunc G H esse intra R S: & vt G H sit intra R S, necesse est, vt R sit in X, & S in Z; ita vt X Z sit æqualis G H; semperq; L M N O amplius scindetur. sic igitur patet, dum k F circumuertitur, semper R moueri versus X, atq; S versus Z: & R semper super I T G moueri, S autem super I V H, hoc est super latera cunei circa cylindrum circumuoluti.

PROPOSIO I.

Cuneus hoc modo circa cylindrum accommodatus, nihil est aliud; nisi cochlea duas habens helices in vnico puncto inuicem coniunctas.



Sit cuneus ABC; & AB ipsi BC æqualis. diuidatur AC bifariam in D, iungaturq; BD; erit BD ipsi AC perpendicularis; & AD ipsi DC æqualis, triangulumq; ABD triangulo CBD æquale. fiant deinde triangula rectangula EFG HIk non solum inter se, verùm etiam vtriq; ADB & CDB æqualia. sitq; cylindrus LMNO, cuius perimeter sit æqualis vtriq; FG kI. & LMNO sit parallelogrammum per axem. fiatq; MP æqualis FE; & PN æqualis HI. ponaturq; HI in NP, circumuoluaturq; triangulum HIk circa cylindrum; & secundùm kH helix describatur NQP, vt Pappus quoq; docet in octauo libro propositione vigesima quarta. similiter ponatur EF in MP, circumuoluaturq; triangulum EFG circa cylindrum; describaturq; per EG helix PRM. cùm itaq; PM PN sint æquales EF HI, erit MN æqualis ipsi AC, & cùm helices PRM PQN sint æquales lineis EG Hk; helices igitur ipsis AB BC æquales erunt. cuneus ergo ABC totus circumuolutus erit circa cylindrum LMNO.

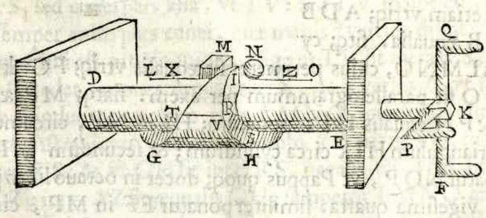


incidantur deinde helices, vt docet Pappus secundùm latitudinem cunei; & hoc modo cuneus vná cum cylindro nihil aliud erit, quàm cochlea duas habens helices PR M P QN circa cylindrum LN in vnico puncto P inuicem coniunctas. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

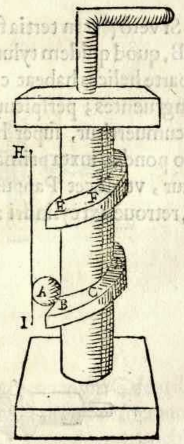
Hinc manifestum esse potest, quomodo helices in ipsa cochlea describi possint.

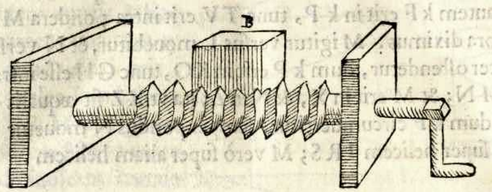
Quomodo autem pondera super helices cochleæ moueantur, ostendamus.



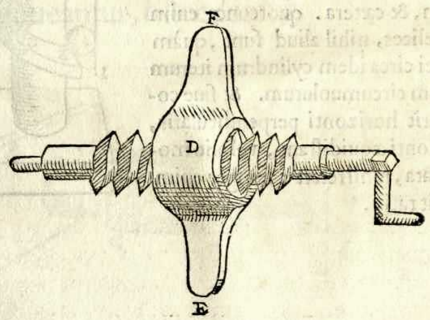
Sit (veluti prius) cuneus IGH circa cylindrum DE reuolutus, cuius vertex sit I. apteturq; cylindrus ita, vt liberè vná cum suo axe circumuertatur. sintq; duo pondera MN cuiuscunq; figuræ voluerimus, ita tamen aptata, vt moueri non possint, nisi super rectam lineam LO, quæ axi cylindri ſit æquidiſtans. ſintq; MN iuxta cunei verticem I. Circumuertatur KF, & perueniat ad kP: dum autem kF erit in kP, tunc TV erit intra pondera MN; ſicut ſupra diximus. M igitur verſus L mouebitur, & N verſus O. ſimiliter oſtendetur, dum kP erit in KQ, tunc GH eſſe intra pondera MN; & M erit in X, & N in Z; ita vt XZ ſit æqualis GH. quare dum kF circumuertitur, ſemper pondus N mouetur verſus O, & ſuper helicem IRS; M verò ſuper aliam helicem.

Similiter ſi cochlea plures habeat hælices, vt in ſecunda figura, pondus A, dum cochlea circumuertitur, ſemper ſuper helices BCD EFG mouebitur; dummodo pondus A aptetur ita vt moueri non poſsit, niſi ſuper rectam HI ipſi cylindro æquidiſtantem. eodem enim modo, quo ſuper primam mouetur helicem, mouetur etiam ſupra ſecundam, & tertiam, & cætera. quotcunq; enim fuerint helices, nihil aliud ſunt, quàm latus cunei circa idem cylindrum iterum atq; iterum circumuolutum. & ſiue cochlea fuerit horizonti perpendicularis, ſiue horizonti æquidiſtans, vel alio modo collocata, nihil refert: ſemper enim eadem erit ratio.

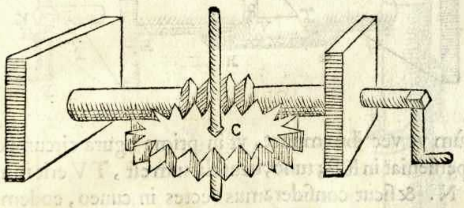




Si verò (vt in tertia figura) ſupra cochleam imponatur aliquod, vt B, quod quidem tylum vocant, ita accommodatum, vt inferiori parte helices habeat concauas ipſi cochleæ appoſitè admodum congruentes; perſpicuum ſatis eſſe poterit, ipſum B, dum coclhea circumuertitur, ſuper helices cochleæ eo prorſus modo moueri; quo pondus iuxta primam figurã mouebatur: dummodo tylum aptetur, vt docet Pappus in octauo libro; ita ſcilicet vt tantùm antè, retrouè axi cylindri æquidiſtans moueatur.



Et ſi loco tyli, quod helices habet concauas in parte inferiori, conſtituatur, vt in quarta figura, cylindrus concauus vt D, & in eius concaua ſuperficie deſcribantur helices, incidanturq; ita, vt aptè cùm cochlea congruant (eodem enim modo deſcribentur helices in ſuperficie concaua cylindri, ſicuti fit in conuexa) ſi deinde cochlea in ſuis polis firmetur, ſcilicet in ſuo axe, circumuertaturq; ; patet D ad motum circumuerſionis cochleæ quemmadmodum tylum moueri. necnon ſi D in E F firmetur, ita vt immobilis maneat, dum circumuertitur cochlea; ſuper helices cylindri D, ad motum ſuæ circumuerſionis dextrorſum, vel ſiniſtrorſum factæ; tùm in anteriorem, tùm in poſteriorem partem mouebitur. cylindrus autem D hoc modo accõmodatus vulgò mater, ſiue cochleæ fæmina nuncupatur.

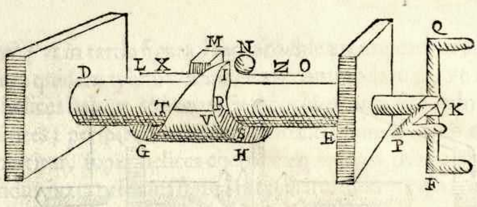


Si autem cochleæ (vt in quinta figurà) tympanum C dentibus obliquis dentatum apponatur, vt docet Pappus in eodem octauo libro; vel etiam rectis; ita tamen conſtructis, vt facilè cum cochlea conueniant: ſimiliter manifeſtum eſt ad motum cochleæ circumuerti etiam tympanum C. eodemq; modo tympani dentes ſuper helices cochleæ moueri. & hæc dicitur cochlea infinita, quia & cochlea, & tympanum dum circumuertuntur, ſemper eodem modo ſeſe habent.

Hæc

Hæc diximus, vt manifeſtum ſit cochleam in mouendo pondere cunei munere abſq; percuſsione fungi. Illud enim remouet à loco, vbi erat; quemadmodum cuneus remouet ea, quæ mouet, ac ſcindit. omnia enim hæc à cochlea mouentur, ſicuti pondus A in ſecunda figura, & M in prima.

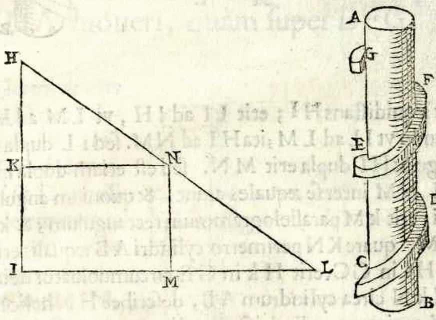
Quoniam autem duplici ratione mouentem cuneum conſiderari poſſe oſtendimus, videlicet vt mouet vectibus, vel vt eſt planum horizonti inclinatum, dupliciter quoq; cochleam conſiderabimus;



& primùm vt vectibus mouet, vt in prima figura circumuertatur k F, & perueniat in K P; tunc, ſicut dictum eſt, T V erit intra pondera M N. & ſicut conſideramus vectes in cuneo, eodem quoq; modo eos conſiderare poſſumus in cochlea hoc pacto. erit ſcilicet I V H vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in V. ſimiliter I T G vectis, cuius fulcimentum I, & pondus in T. potentiæ verò mouentes G H eſſe deberent; ſed ſicuti in cuneo potentia mouens eſt percuſsio, quæ mouet cuneum; idcirco erit, ubi potentia mouet cochleam; ſcilicet in P manubrio k P. cochlea enim ſine percuſsione mouetur. Hæc autem conſideratio propter vectes inflexos impropria forſitan eſſe videbitur; Quocirca ſi id, quod mouetur à cochlea, ſupra planum horizonti inclinatum moueri intelligatur; erit quidem huiuſmodi conſideratio (cùm ipſi quoq; cuneo conueniat) figuræ ipſius cochleæ magis conformis.

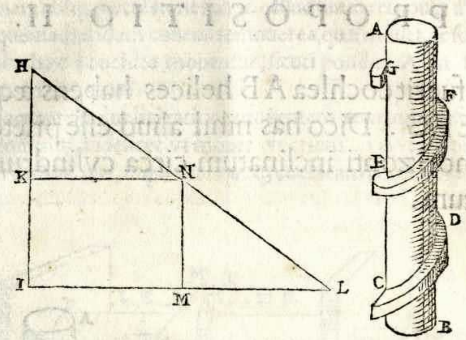
PROPOSITIO II.

Si fuerit cochlea A B helices habens æquales C D E F G. Dico has nihil aliud esse præter planum horizonti inclinatum circa cylindrum reuolutum.



Sit cochlea A B horizonti perpendicularis duas habens helices C D E F G. exponatur H I æqualis G C, quæ bifariam diuidatur in k; erunt H k k I non solum inter se se, verùm etiam ipsis G E E C æquales, & ipsi H I ad rectos angulos ducatur L I; & per L I intelligatur planum horizonti æquidistans; sitq; L I dupla perimetro cylindri A B, quæ bifariam diuidatur in M; erunt I M M L cylindri perimetro æquales. connectatur H L, & à puncto M ducatur M N ipsi H I æquidistans, coniungaturq; K N. quoniam enim similia sunt inter se se triangula H I L N M L, cùm *Ex 4. sexti.*

NM sit

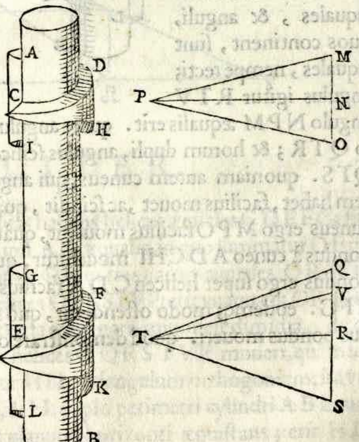


NM ſit æquidiſtans H I ; erit L I ad I H , vt L M ad M N : & permutando vt I L ad L M ; ita H I ad N M. ſed I L dupla eſt ipſius L M ; ergo & H I dupla erit M N. ſed eſt etiam dupla ipſius k I, quare k I N M inter ſe æquales erunt. & quoniam anguli ad M I ſunt recti ; erit k M parallelogrammum rectangulum , & k N æqualis erit I M. quare K N perimetro cylindri A B æqualis erit. ponatur itaq; H I in G C, erit H k in G E. circumuoluatur deinde triangulum H k N circa cylindrum A B, deſcribet H N helicen G F E; cùm N K perimetro cylindri ſit æqualis ; & punctum N erit in E; & M N in C E. & quia M L æqualis eſt perimetro cylindri ; circumuoluatur rurſus triangulum N M L circa cylindrum A B, N L deſcribet helicen E D C. quare tota L H duas deſcribet helices C D E F G. patet igitur has helices cochleæ nihil aliud eſſe, niſi planum horizonti inclinatum ; cuius inclinatio eſt angulus H L I circa cylindrum circumuolutum , ſupra quod pondus mouetur. quod demonſtrare oportebat.

Quomodo autem hoc ad libram reducatur mnnifeſtum eſt ex nona octaui libri eiuſdem Pappi.

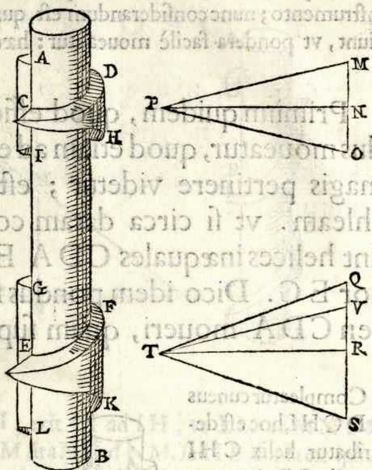
Poſtquam vidimus quomodo pondera huiuſmodi moueantur inſtrumento; nunc conſiderandum eſt, quænam ſint ea, quæ efficiunt, vt pondera facilè moueantur: hæc autem duo ſunt.

Primùm quidem, quod efficit, vt facilè pondus moueatur, quod etiam ad eſſentiam cochleæ magis pertinere videtur; eſt helix circa cochleam. vt ſi circa datam cochleam AB duæ ſint helices inæquales CDA EFG, ſitq; AC minor EG. Dico idem pondus facilius ſuper helicen CDA moueri, quàm ſuper EFG.



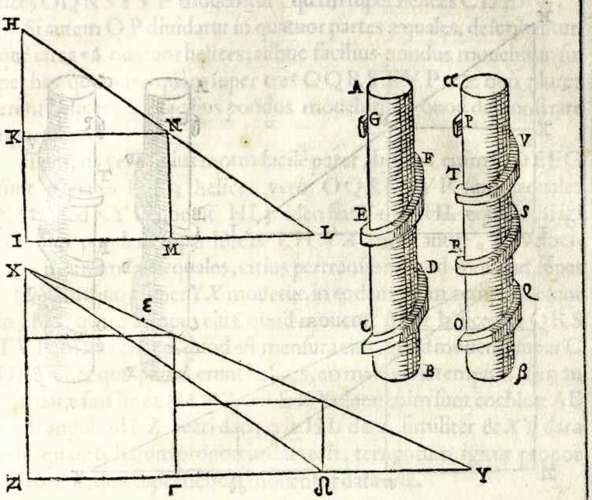
Compleatur cuneus ADCHI, hoc eſt deſcribatur helix CHI æqualis CDA, & vertex cunei ſit C. ſimiliter compleatur cuneus GFEKL, cuius vertex E. exponatur deinde recta linea MN, quæ ſit ipſi AC æqualis, cui ad rectos angulos ducatur NP, quæ ſit æqualis perimetro cylindri AB: & connectatur PM; erit PM, per ea, quæ dicta ſunt, ipſi CDA æqualis. 4 Primi. producatur deinde MN in O, fiatq; ON æqualis MN, coniungaturq; OP; erit OPM cuneus cuneo ADCHI æqualis. ſimili- 1 Huius. 1 Huius.

terq; exponatur cuneus STQ æqualis cuneo GFEkL; erit TR ipſi PN, & perimetro cylindri æqualis; & QR æqualis GE. cùm autem GE maior ſit AC; erit & RQ maior MN. ſecetur RQ in V; fiatq; RV ipſi MN æqualis, & coniungatur TV; erit triangulum TVR triangulo MPN æquale: duæ enim TR RV duabus PN NM ſunt æquales, & anguli, quos continent, ſunt æquales, nempe recti; angulus igitur RTV



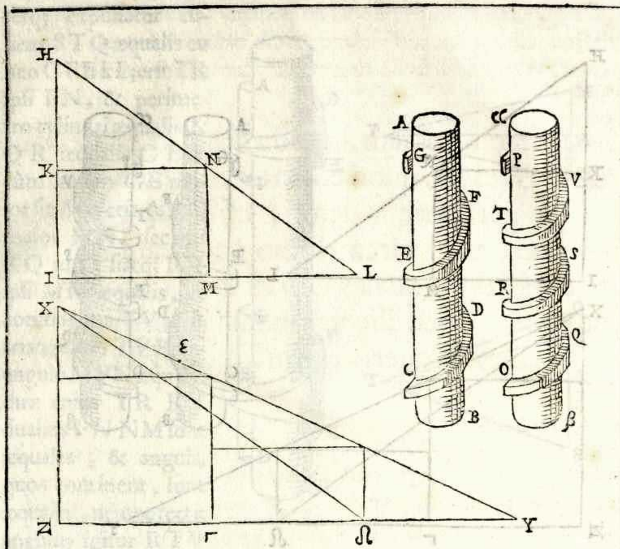
4 *Primi.* angulo NPM æqualis erit. quare angulus MPN minor eſt angulo QTR; & horum dupli, angulus ſcilicet MPO minor angulo QTS. quoniam autem cuneus, qui angulum ad verticem minorem habet, facilius mouet, ac ſcindit, quàm qui habet maiorem; cuneus ergo MPO facilius mouebit, quàm QTS. facilius igitur pondus à cuneo ADCHI mouebitur, quàm à cuneo GFEkL. pondus ergo ſuper helicen CDA facilius mouebitur, quàm ſuper EFG. eodemq; modo oſtendetur, quò minor erit AC, eò facilius pondus moueri. quod demonſtrare oportebat.

ALITER.



ALITER.

Sit data cochlea AB duas habens helices æquales CDEFG; ſit deinde alius cylindrus αβ ipſi AB æqualis, in quo ſummatur OP ipſi CG æqualis; diuidaturq; OP in tres partes æquales OR RT TP, & tres deſcribantur helices OQRSTVP; erit vnaquæq; OR RT TP minor CE, & EG: tertia enim pars minor eſt dimidia. dico idem pondus facilius ſuper helices OQRSTVP moueri, quàm ſuper CDEFG. exponatur HIL triangulum orthogonium, ita vt HI ſit ipſi CG æqualis, & IL duplo perimetri cylindri AB æqualis, & per *L* I intelligatur planum horizonti æquiſtans; erit H*L* æqualis CDEFG; & H*L*I inclinationis angulus erit. *Ex 2 huius.* exponatur ſimiliter *X*YZ triangulum orthogonium, ita vt XZ ipſi OP ſit æqualis, quæ etiam æqualis erit CG, & HI; ſitq; ZY cylindri perimetro tripla, erit XY æqualis OQRSTVP. diuidatur ZY in



tres partes æquales in γ δ; erit vnàquæq; Z γ γ δ δ Y perimetro cylindri α β æqualis, quæ etiã perimetro cylindri A B æquales erunt; & per consequens ipsis I M, & M L. connectatur X δ. & quoniam duæ H I I L duabus X Z Z δ sunt æquales, & angulus H I L rectus æqualis est angulo X Z δ recto; erit triangulum H I L triangulo X Z δ æquale; & angulus H L I angulo X δ Z æqualis; & X δ ipsi H L æqualis. sed quoniam angulus X δ Z maior est angu-
21 Primi. lo X Y Z; erit angulus H L I angulo X Y Z maior. ac propterea planũ H L magis horizonti inclinat, quàm X Y. quare idẽ põdus à minore potentia super planũ X Y, quàm super planũ H L mouebitur; vt facilè elicitur ex eadẽ nona Pappi. cùm autẽ helices O Q R S T V P nihil aliud sint, quàm planũ X Y horizonti inclinatũ in angulo X Y Z circa cylindrum α β circumuolutum; & helices C D E F G nihil sunt aliud, quàm planum H L horizonti inclinatum in angulo H L I circa cylindrum A B circumuolutum; facilius ergo pondus super he-

lices OQRSTVP mouebitur, quàm super helices CDEFG.

Si autem OP diuidatur in quatuor partes æquales, describanturquè circa αβ quatuor helices; adhuc facilius pondus mouebitur super has quatuor, quàm super tres OQRSTVP. & quò plures erunt helices, eò facilius pondus mouebitur. quod demonstrare oportebat.

Tempus verò huius motus facilè patet, helices enim CDEFG sunt æquales HL; helices verò OQRSTVP sunt æquales XY: sed XY maior est HL; ideo fiat Yε ipsi HL æqualis: si igitur duo pondera super lineas LH YX moueantur, & velocitates motuum sint æquales, citius pertransibit quod mouetur super LH, quàm quod super YX mouetur. in eodem enim tempore erunt in Hε. quare tempus eius, quod mouetur super helices OQRSTVP, maius erit eo, quod est mensura eius, quod mouetur super CDEFG. & quò plures erunt helices, eò maius erit tempus. cùm autem datæ sint lineæ HI XZ, & IL ZY: datæ enim sunt cochleæ AB αβ; & anguli ad I Z recti dati; erit HL data. similiter & XY data erit. quare & harum proportio data erit. temporum igitur proportio eorum, quæ super helices mouentur data erit.

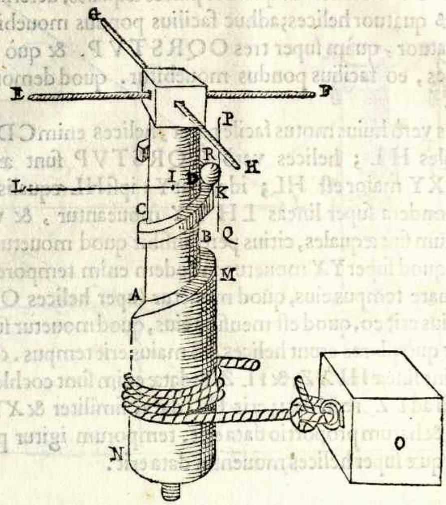
Ex 18 Primi.

Ex 48 primi.

1 Datorum & Ex sexta primi Ioannis de Monte rego de triangulis.

Alterum, quod efficit, vt pondera facilè moueantur, sunt scytalæ, aut manubria, quibus cochlea circumuertitur.

Sit



Sit cochlea habens helices ABCD, quæ etiam ſcytalas habeat EF GH foraminibus cochleæ impoſitas. ſit infra helices cylindrus MN, in quo non ſint inciſæ helices; & circa cylindrum funis circumuoluatur trahens pondus O, quod ad motum ſcytalarum EF GH moueatur, ac ſi ergatæ inſtrumento traheretur. ducatur (per ea quæ prius dicta ſunt de axe in peritrochio) L k ſcytalæ æqualis, axiq; cylindri perpendicularis, eumq; ſecans in I: patet quò longior ſit L I, & quò breuior ſit I k, pondus O facilius moueri. eſt autem animaduertendum, quòd dum cochlea mouet pondus, ſi mente concipiatur, quòd loco trahendi pondus O fune, pondus ſuper helices ABCD moueat; pondus quoq; in k, quod ſit R, ſuper helices etiam facilius mouebit. eſt enim L K vectis, cuius fulcimentum eſt I: cùm circa axem cochlea circumuertatur; potentia mouens in L; & pondus in k. facilius enim mouetur pondus vecte L k, quàm ſine vecte; quia L I ſemper maior eſt I k.

2 Cor. 1 huius de vecte.

Intelli-

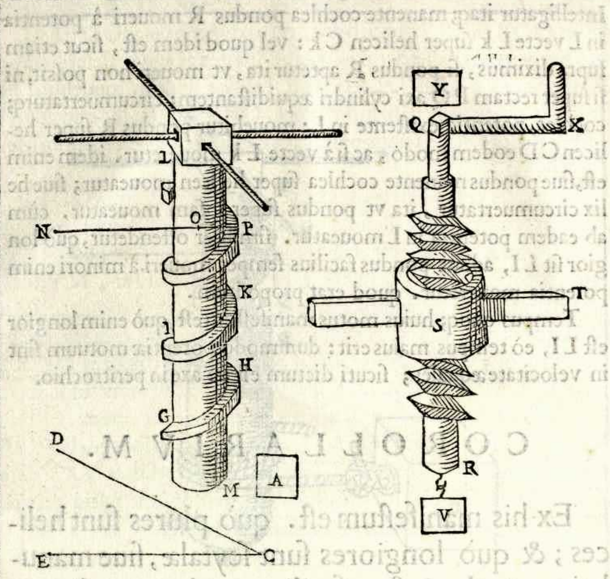
Intelligatur itaq; manente cochlea pondus R moueri à potentia in L vecte L k super helicen C k : vel quod idem est, sicut etiam supra diximus, si pondus R aptetur ita, vt moueri non possit, nisi super rectam P Q axi cylindri æquidistantem; circumuertaturq; cochlea, potentia existente in L; mouebitur pondus R super helicen C D eodem modo, ac si à vecte L k moueretur. idem enim est, siue pondus manente cochlea super helicen moueatur; siue helix circumuertatur, ita vt pondus super ipsam moueatur. cùm ab eadem potentia in L moueatur. similiter ostendetur, quò longior sit L I, adhuc pondus facilius semper moueri. à minori enim potentia moueretur. quod erat propositum. *Ex 1 huius de vecte.*

Tempus quoq; huius motus manifestum est, quò enim longior est L I, eò tempus maius erit: dummodo potentiæ motuum sint in velocitate æquales; sicuti dictum est de axe in peritrochio.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est. quò plures sunt helices; & quò longiores sunt scytalæ, siue manubria, pondus ipsum facilius quidem, tardius autem moueri.

Virtus deniq; mouentis, atq; in scytalis constitutæ potentiæ, hinc manifesta fiet.



Sit datum A centum; ſit planum horizonti inclinatum C D in angulo D C E. inueniatur ex eadem nona Pappi quanta vi pondus A ſuper C D mouetur; quæ ſit decem. exponatur cochlea L M helices habens G H I K &c. in angulo E C D; per ea, quæ dicta ſunt, potentia decem pondus A ſuper helices G H I k mouebit. ſi autem hac cochlea volumus pondus A mouere, & potentia mouens ſit vt duo. ducatur N P axi cochleæ perpendicularis, axem ſecans in O; fiatq; P O ad O N, vt vnum ad quinq;, hoc eſt duo ad decem. Quoniam enim potentia mouens pondus A in P, ideſt ſuper helices eſt vt decem, cui potentiæ reſiſtit, & æqualis eſt potentia in N vt duo; eſt enim N P vectis, cuius fulcimentum eſt O. potentia ergo vt duo in N pondus A ſuper helices cochleæ mouebit. efficiantur igitur ſcytalæ, ſiue manubria, quæ vſq; ad N

Ex 1 huius de vecte.

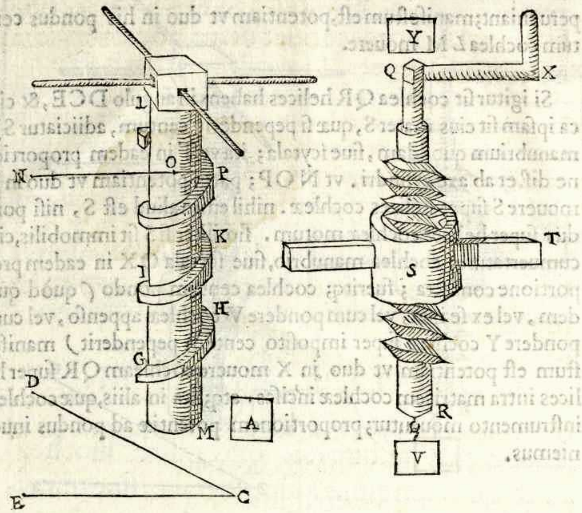
perueniant

perueniant; manifestum est, potentiam vt duo in his pondus centum cochlea L M mouere.

Si igitur sit cochlea QR helices habens in angulo DCE, & circa ipsam sit eius mater S, quæ si pependerit centum, adiiciatur ST manubrium quoddam, siue scytala; ita vt T in eadem proportione distet ab axe cylindri, vt N O P; patet potentiam vt duo in T mouere S super helices cochleæ. nihil enim aliud est S, nisi pondus super helices cochleæ motum. similiter si S sit immobilis, circumuertaturq; cochlea manubrio, siue scytala QX in eadem proportione confecta; fueritq; cochlea centum pondo (quòd quidem, vel ex se ipsa, vel cum pondere V cochleæ appenso, vel cum pondere Y cochleæ super imposito centum pependerit) manifestum est potentiam vt duo in X mouere cochleam QR super helices intra matricem cochleæ incisas. atq; ita in aliis, quæ cochleæ instrumento mouentur; proportionem potentiæ ad pondus inueniemus.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est, quomodo datum pondus à data potentia cochlea moueatur.



Illud quoq; prætereà hoc loco obseruandum occurrit; quò plures erunt matricis cochleæ helices, eò minus in pondere mouendo cochleam pati. si enim matrix vnicam duntaxat helicen possederit, tunc pondus vt centrum à sola cochleæ sustinebitur helice; si verò plures, in plures quoque, ac totidem cochleæ helices ponderis grauitas distribuetur; vt si quatuor contineat helices, tunc quatuor vicissim cochleæ helices vniuerso ponderi sustinendo incumbent; siquidem vnaquæque quartam totius ponderis portionem sustentabit. quòd si adhuc plures contineat helices, ponderis quoq; totius in plures, atque ideo minores portiones fiet distributio.

Oſtenſum eſt igitur pondus à cochlea moueri tamquam à cuneo percuſsionis experte: loco enim percuſsionis mouet vecte, hoc eſt ſcytala, ſiue manubrio.

His demonſtratis liquet, quomodo datũ pondus à data potentia moueri poſsit. quòd ſi vecte hoc aſſequi volumus; poſſumus & dato vecte datum pondus data potentia mouere. quod quidem in nullis ex aliis fieri poſſe abſolutè contingit: ſiue ſit cochlea, ſiue axis in peritrochio, ſiue trochlea. non enim datis trochleis, neq; dato axe in peritrochio, neq; data cochlea, datum pondus à data potentia moueri poteſt, cùm potentia in his ſemper ſit determinata: ſi igitur potẽtia, quæ pondus mouere debeat, hac minor ſit data, nunquam pondus mouebit. poſſumus tamen dato axe, & tympano abſq; ſcytalis datum pondus data potẽtia mouere; cùm ſcytalas conſtruere poſsimus, ita vt ſemidiameter tympani dati vnà cum longitudine ſcytalæ ad axis ſemidiametrum datã habeat proportionem. quod idem cochleæ contingere poteſt, ſcilicet datum pondus data cochlea ſine manubrio, vel ſcytala, data potentia mouere. cognita enim potentia, quæ pondus ſuper helices moueat, poſſumus manubrium, ſiue ſcytalam ita conſtruere, vt data potentia in ſcytala eandem vim haheat, quam potentia pondus ſuper helices mouens. cùm autem hoc datis trochleis nullo modo fieri poſsit. datum tamen pondus data potentia trochleis infinitis modis mouere poſſumus. datum verò pondus data potentia cunei inſtrumento mouere, hoc minimè fieri poſſe clarum eſſe videtur; non enim data potentia datum pondus ſuper planum horizonti inclinatum mouere poteſt, neq; datum pondus à data potentia mouebitur vectibus ſibi inuicẽ aduerſis, quemmadmodum in cuneo inſunt; cùm in vectibus cunei propria, veraq; vectis proportio ſeruari non poſsit. vectium enim fulcimenta non ſunt immobilia, cùm totus cuneus moueatur.

Poterit deinde quis ſtruere machinas, atq; eas ex pluribus componere; vt ex trochleis, & ſucculis, vel ergatis, pluribuſuè dentatis tympanis, uel quocunq; alio modo; & ex iJs, quæ diximus; facilè inter pondus, & potentiam proportionem inuenire.

FINIS.

Locorum aliquot, quæ inter imprimendum deprauata ſunt, emendatior lectio.

Pagina 2, b, verſu 19, AEBD ¶ *5, a, 6, ipſi* ¶ *7, b, 9, O D H* ¶ *9, b, 19, cõtingit* ¶ *15, a, 24, grauius* ¶ *16, b, 30, recto* ¶ *21, a, 26, ſuſtineatur* ¶ *23, b, 8, B D D C* ¶ *31, b, 9, totum G K* ¶ *34, a, 24, pondera F G* ¶ *38, b, 27, maior A F* ¶ *39, b, 24 A B in D* ¶ *40, a, 1, ad B D* ¶ *44, b, 24, graui* ¶ *48, a, 7, ipſi A D* ¶ *50, b, 12 pondus* ¶ *54, a, 7, quàm* ¶ *61, a, 6, præterquam in E* ¶ *65, a, 33, quam* ¶ *81, a, 1, ligato* ¶ *85, b, 22, vtriq;* ¶ *97, a, 14, dextrorſum* ¶ *98, b, 20, Hic* ¶ *110, b, in poſtill. Lemma in primã* ¶ *122, a, 8, & 17, helicen* ¶ *123, b, 15, ventes in G H* ¶ *124, b, 17, manifeſtum* ¶ *127, a, in poſtil. Monteregio* ¶ *127, b, in poſtil. ex Cor.*

REGISTRVM.

✠ ✠✠ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z, Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk.

Omnes duerni.

PISAVRI

Apud Hieronymum Concordiam.

M. D. LXXVII.